

К.Л. АТОЄВ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *konstantin_atoyev@yahoo.com*.

П.С. КНОПОВ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *knopov1@yahoo.com*.

ЗАСТОСУВАННЯ РОБАСТНИХ МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛІВ З АПРІОРНО ЗАДАНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ НА ПАРАМЕТРИ В ЕКОНОМІЦІ ТА ТЕХНІЦІ¹

Анотація. Розроблено підхід до оцінювання параметрів розподілів з апріорно заданими обмеженнями. Побудовано шестисекторну модель Лоренца, за допомогою якої проведено дослідження взаємозв'язків між продовольчими, енергетичними та водними ресурсами, системами постачання, епідемічною та соціальною ситуацією. Досліджено, як послідовний перехід взаємопов'язаних секторів у режим детермінованого хаосу відображається на режимі функціонування системи в цілому. Створено метод оцінювання ризиків для продовольчої безпеки та управління ними.

Ключові слова: модель Лоренца, математичне моделювання, модель економічного розвитку, оптимальне керування, детермінований хаос, стохастичні моделі.

ВСТУП

Створення складної мережі глобальної економіки значно підсилило поля техногенних, кліматичних, економічних, медико-біологічних і соціальних ризиків. Кумулятивний ефект впливу різних джерел ризиків стає важливим генератором невизначеності та нестабільності в сучасному суспільстві, породжує сукупність взаємопов'язаних криз, які посилюють одна одну. Тому потрібна інтегрована політика для мінімізації їхніх наслідків. Отже, виникає потреба у створенні нових методів для комплексного моделювання та робастного управління ризиком, які дадуть змогу дослідити синергетичну взаємодію загроз різного походження, оцінити критичні параметри управління ризиками, розширити горизонт прогнозування в умовах невизначеності, забезпечити управління ризиками незворотних змін простору безпеки та розробити стратегію мінімізації їхніх руйнівних наслідків.

Дослідження складних взаємозв'язків між вказаними вимірами безпеки сучасного суспільства потребує використання інтегрованих моделей, які об'єднують різні контури регулювання соціально-економічних систем. Ефективність моделювання залежить від повноти інформації щодо параметрів досліджуваної системи. Відсутність цих знань внаслідок неповноти вибірки статистичних даних призводить до недостатньої стійкості підходів, які ґрунтуються на регресійному аналізі. Через це виникає потреба у створенні нових методів аналізу ризиків за умов, коли стрімко знижується ефективність традиційних статистичних підходів. Метою цієї роботи є: 1) створення методу, який дасть змогу підвищити якість оцінювання параметрів розподілів у тих випадках, коли можна створити систему апріорно заданих обмежень, що об'єднує можливості детермінованого та ймовірнісного підходів; 2) дослідження за допомогою шестисекторної моделі Лоренца взаємозв'язків між продовольчими, енергетичними та водними ресурсами, системами постачання, епідемічною та соціальною ситуацією; 3) створення методу оцінювання ризиків для продовольчої безпеки та управління ними.

¹ Роботу виконано за часткової підтримки Національного фонду досліджень України. Грант № 2020.02/0121.

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛІВ З АПІОРНО ЗАДАНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

У роботі [1] запропоновано метод відтворення відсутніх даних шляхом розв'язання задачі ідентифікації параметрів математичної моделі, що використовується для дослідження функціонування складної системи. Головна ідея методу полягає у визначенні траєкторій змінних, які характеризують поведінку системи за допомогою математичної моделі. Алгоритм відтворення відсутніх даних має такий вигляд: 1) на підставі гіпотез про закони функціонування системи будують її математичну модель; 2) за допомогою наявних даних щодо динаміки системи розв'язують задачу ідентифікації її параметрів; 3) шляхом розв'язання задачі Коші визначають відсутні дані.

Постановка задачі. Нехай наявна вибірка складена з результатів спостережень за деякою складною системою (t_i, \vec{x}_i) , $i = \overline{1, n}$, де n — кількість елементів вибірки, t_i — час k -го спостереження, $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{ij})$ — вектор змінних, які характеризують систему у момент часу t_i , j — кількість змінних. Позначимо S множини всіх упорядкованих пар індексів $\langle i, j \rangle$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, які відповідають величинам x_{ij} . Визначимо з множини S підмножину S_1 пар індексів $\langle i, j \rangle$, для яких відсутні результати спостережень x_{ij} . Нехай задано математичну модель динаміки спостережуваної системи:

$$\frac{dx_j}{dt} = F_j(x_1, \dots, x_j, A_1, \dots, A_k, t),$$

де $A_k = A_k(t)$ — параметри моделі.

Розв'язання задачі відтворення відсутніх даних вибірки полягає у знаходженні відсутніх результатів спостережень x_{ij} для пар індексів $\langle i, j \rangle \in S_1 \subset S$. Для цього розв'язують таку оптимізаційну задачу: визначити параметри A_k , які мінімізують функціонал

$$I_s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x'_{ij} - x_{ij})^2},$$

де x'_{ij} — значення змінних x_j у момент часу t_i , які були отримані у результаті розв'язання оптимізаційної задачі, x_{ij} — відповідні значення x_j з вибірки

(t_i, \vec{x}_i) . Для чисельного розв'язання задачі ідентифікації параметрів моделі застосовано модифікований метод випадкового пошуку — метод стохастичного градієнта.

Отже, запропонований метод робить статистичні методи менш уразливими до дефіциту даних спостережень, оскільки дає змогу генерувати додаткову кількість даних.

ВИНИКНЕННЯ ДЕТЕРМІНОВАНОГО ХАОСУ У ШЕСТИСЕКТОРНІЙ МОДЕЛІ ЛОРЕНЦА

У [2] розроблено підхід до дослідження взаємозв'язку продовольчих, водних і енергетичних ресурсів за допомогою трисекторної моделі Лоренца. До того ж, визначено умови виникнення детермінованого хаосу в мінімальній моделі економічного розвитку та виявлено можливі причини зростаючої уразливості глобальної економіки до малих змін параметрів управління. Розглянуто задачу визначення ефективних засобів управління для мінімізації сумарних структурних порушень за вибраний інтервал часу. В результаті модельних експериментів виявлено траєкторії зміни параметрів управління, які дають змогу зменшити число структурних порушень. Розглянемо задачу розроблення шестисекторної моделі Лоренца для дослідження взаємозв'язків між продовольчими, енергетичними та водними ресурсами, системами постачання, медико-епідемічною та соціальною ситуацією.

Побудуємо модель, що поєднує в цілісній структурі описані в однотипний спосіб сектори економіки, кожен з яких розглядатимемо в термінах нормованого рівня продуктивності (x_i), нормованої кількості робочих місць (y_i) і нормованого рівня структурних порушень (z_i) ($i=1, 2, \dots, 6$) — відповідно для продовольчих, водних та енергетичних ресурсів, систем постачання, медично-епідемічної та соціальної сфер). В основу покладемо базову модель [3]. При цьому будемо спиратися на такі постулати: 1) існує конкуренція за робочу силу між різними галузями економіки, тому зростання функції виробничої системи в одній галузі гальмує створення робочих місць в інших; 2) такі чинники, як мінливість урожайності сільськогосподарських культур, коливання цін на енергоносії, спричинені погодними умовами зміни балансу водних ресурсів, запровадження нових технологій, що значно змінюють продуктивність робочих місць провокують випадкові збурення $w_{ij}(t)$, які стають додатковими факторами зростання рівня структурних порушень; 3) процеси у різних секторах економіки можуть відбуватися з різними швидкостями, при цьому масштабування часу за секторами здійснюється за допомогою параметрів ε_i . Математична модель має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i \frac{dx_i}{dt} &= \sigma_i (y_i - x_i) + \delta_i \dot{w}_{ij}, \\ \varepsilon_i \frac{dy_i}{dt} &= [F_i(x_1, x_2, \dots, x_6) - z_i] x_i - y_i + \delta_i \dot{w}_{ij}, \\ \varepsilon_i \frac{dz_i}{dt} &= x_i y_i - b_i z_i + \delta_i \dot{w}_{ij}, \end{aligned} \quad (1)$$

де $F_i = r_i (1 - \sum a_{ij} x_j)$, a_{ij} — параметри, що характеризують конкуренцію між різними галузями економіки на ринках праці ($i \neq j$), $w_{ij}(t)$ — незалежні стандартні вінерівські процеси з параметрами $E(w_{ij}(t) - w_{ij}(s)) = 0$, $E(w_{ij}(t) - w_{ij}(s))^2 = |t - s|$, σ_i , r_i , b_i — параметри моделі Лоренца, δ_i — інтенсивності збурень.

Дослідження канонічної моделі Лоренца показує, що у випадку зростання параметр r може набувати значень, які є критичними для виникнення як періодичних, так і турбулентних траєкторій [4]. Існує декілька таких значень цього параметра: $r = 13.926$, $r = 24.06$, $r = 24.74$. Оскільки у шестисекторній моделі зв'язок між секторами здійснюється за допомогою параметрів $F_i(t)$, фактично маємо моделі Лоренца зі змінним параметром r . Оцінювання параметрів ε_i та a_{ij} здійснено за допомогою даних, наведених у [5]. Загрозливий вплив інфекційних хвороб є найсуттєвішим порівняно з іншими загрозами, які є актуальними протягом двох найближчих років. Протиєпідемічні заходи, вжиті урядами країн, призводять до кризи ланцюгів постачання, тому будемо вважати що ця криза є короткостроковим ризиком. Соціально-економічні кризи належать категорії середньострокових ризиків, які будуть актуальними протягом 3–5 років. Криза водних, продовольчих та енергетичних ресурсів належить категорії найбільш впливових довгострокових ризиків, які є актуальними протягом 5–10 років. Тому, якщо для довгострокових процесів вибрано значення $\varepsilon_i = 1$ ($i = 1, 3$), то для середньострокових виберемо ε_4 та ε_5 такими, що становлять 2.5 кожний, а для короткострокових — $\varepsilon_6 = 5$. Вагові коефіцієнти a_{ij} будемо вибирати залежно від впливу відповідного чинника загрози. Ранжування цих чинників на основі даних [5] представлено в табл. 1. Сектори економіки відрізняються параметрами a_{ij} ($i = 1, 6$; $j = 1, 6$).

Відповідно до результатів, отриманих у [2], параметри σ_i , r_i , b_i пов'язані з характеристиками, що визначають функціонування секторів економіки, у такий спосіб:

$$\sigma_i = (\alpha_{1i} \beta_{2i}) / (\alpha_{2i} \gamma_{2i}), \quad r_i = (\beta_{1i} \gamma_{1i}) / (\beta_{2i} \gamma_{2i}), \quad b_i = (\xi_i) / (\alpha_{2i} \gamma_{2i}),$$

де α_{1i} та α_{2i} — параметри, що характеризують адаптаційні можливості; β_{1i} —

Таблиця 1. Ранжування чинників загроз

Загрози	Ранг впливу	Значення параметрів
Продовольча, водна та енергетична кризи	43.9	$a_{ij} = 0.013 \quad (j = 1, 3)$
Ризики постачання	38.3	$a_{i4} = 0.012$
Поширення інфекційних захворювань	58	$a_{i5} = 0.018$
Соціально-економічні ризики	43.4	$a_{i6} = 0.013$

попит на діяльність i -ї виробничої системи, нормований на одиницю вимірювання системи матеріального виробництва, якою розглядається робоче місце у відповідній галузі виробництва Y_i ; β_{2i} — рівень пропозиції, нормований на одиницю функції i -ї виробничої системи X_i ; γ_{1i} — попит на збільшення кількості робочих місць, нормований на одиницю X_i ; γ_{2i} — частка робочих місць Y_i , залучених до забезпечення X_i ; ζ_i — питома швидкість усунення порушень.

Перехід параметрів r_i до області значень, які відповідають режиму метастабільного хаосу, досягається за рахунок зростання питомих попитів на продукцію виробничої системи та кількості зайнятих у ній робочих місць (параметри β_{1i} та γ_{1i}) або за рахунок зниження їхніх питомих пропозицій (параметри β_{2i} та γ_{2i}).

Результати моделювання дали змогу дослідити, як послідовний перехід взаємопов'язаних секторів у режим детермінованого хаосу внаслідок змін параметра r відображається на режимі функціонування системи (1) в цілому (рис. 1 та 2).

Коли в одному чи двох секторах значення r відповідають режиму детермінованого хаосу, він пригнічується рештою секторів. Але коли до «хаотичних» секторів приєднується ще один, у системі виникає стійкий дивний атрактор. Відбувається своєрідна фазова синхронізація автоколивань шести зв'язаних генераторів.

На рис. 3 зображено динаміку змін односекторної моделі у міру збільшення інтенсивності шуму δ_j . Вплив шуму призводить до стохастичної деформації детермінованих атракторів моделі Лоренца. У разі випадкових збурень траєкторії стохастичної системи залишають детермінований атрактор і утворюють навколо нього деякий пучок траєкторій з відповідним імовірнісним розподілом. Дисперсія випадкових станів поблизу детермінованого атрактора залежить від інтенсивності шуму та стійкості локальних частин атрактора.

Модель (1) можна записати в комплексному вигляді. Як показано у [6], у комплексній системі рівнянь Лоренца реалізується сценарій переходу до хаосу через субгармонічний каскад біфуркацій двовимірних торів. Дослідження n секторів економіки зводиться до розгляду поведінки ансамблю n пов'язаних осциляторів, що генерують коливання з частотами ω_i відповідно. Колективну синхронізацію цих осциляторів можна дослідити за допомогою моделі Курамото [7], яка має такий вигляд:

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + K / N \sum_{j=1}^N \sin(\theta_k - \theta_j), \quad i = 1, \dots, N,$$

де $\theta_i \in [0, 2\pi]$ — фазові змінні, ω_i — власні частоти, $K > 0$ — параметр зв'язку.

Отже, задача управління соціально-економічним розвитком в умовах виникнення хаотичних режимів зводиться до керування частотою поля з ненульовим середнім, яке генерується пов'язаними осциляторами.

Дослідження детермінованого хаосу спричинило переосмислення його ролі в самоорганізації складних динамічних систем. Виявилось, що завдяки хаотичним режимам можна перевести систему з одного нестійкого граничного циклу до іншого та якісно змінити поведінку системи за рахунок малих змін параметрів керування. З огляду на це відбулася трансформація процесу керування хаосом від дій, спрямованих на його припинення, до вибору засобів керування, що стабілізують деякі нестійкі періодичні траєкторії [6].

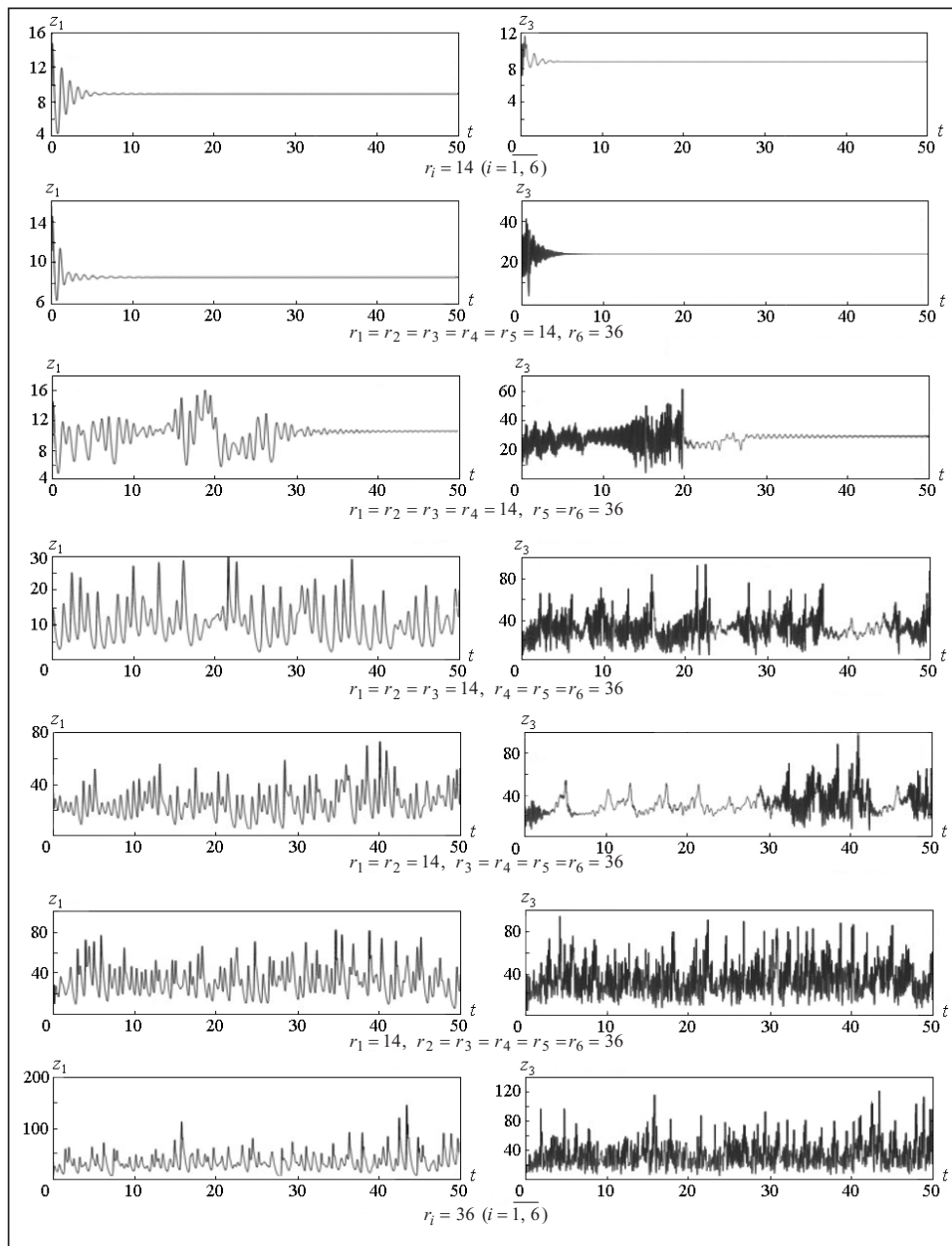


Рис. 1. Динаміка рівня структурних порушень у продовольчій (z_1) та енергетичній (z_3) галузях за умови послідовного перетину біфуркаційних границь параметра r

Скорочення ресурсної бази внаслідок кліматичних змін, економічних наслідків пандемій та інших глобальних турбулентностей звужує можливості стабільного розвитку. Дефіцит ресурсів надає можливість лише трохи змінювати параметри управління економікою, тому задача пошуку таких траєкторій розвитку, які б дали можливість за рахунок малих змін параметрів здійснювати «перескік» з однієї траєкторії розвитку на іншу, стає дуже актуальною. Моделі дивних атракторів можна використовувати для дослідження саме тих керувань, що уможливають фазовий перехід з одного граничного циклу до іншого.

Таке управління, як свідчать результати цього дослідження, можна здійснювати шляхом зміни співвідношення між попитом і пропозицією на рибічній місці та продукцію в різних галузях економіки. У разі перевищення кри-

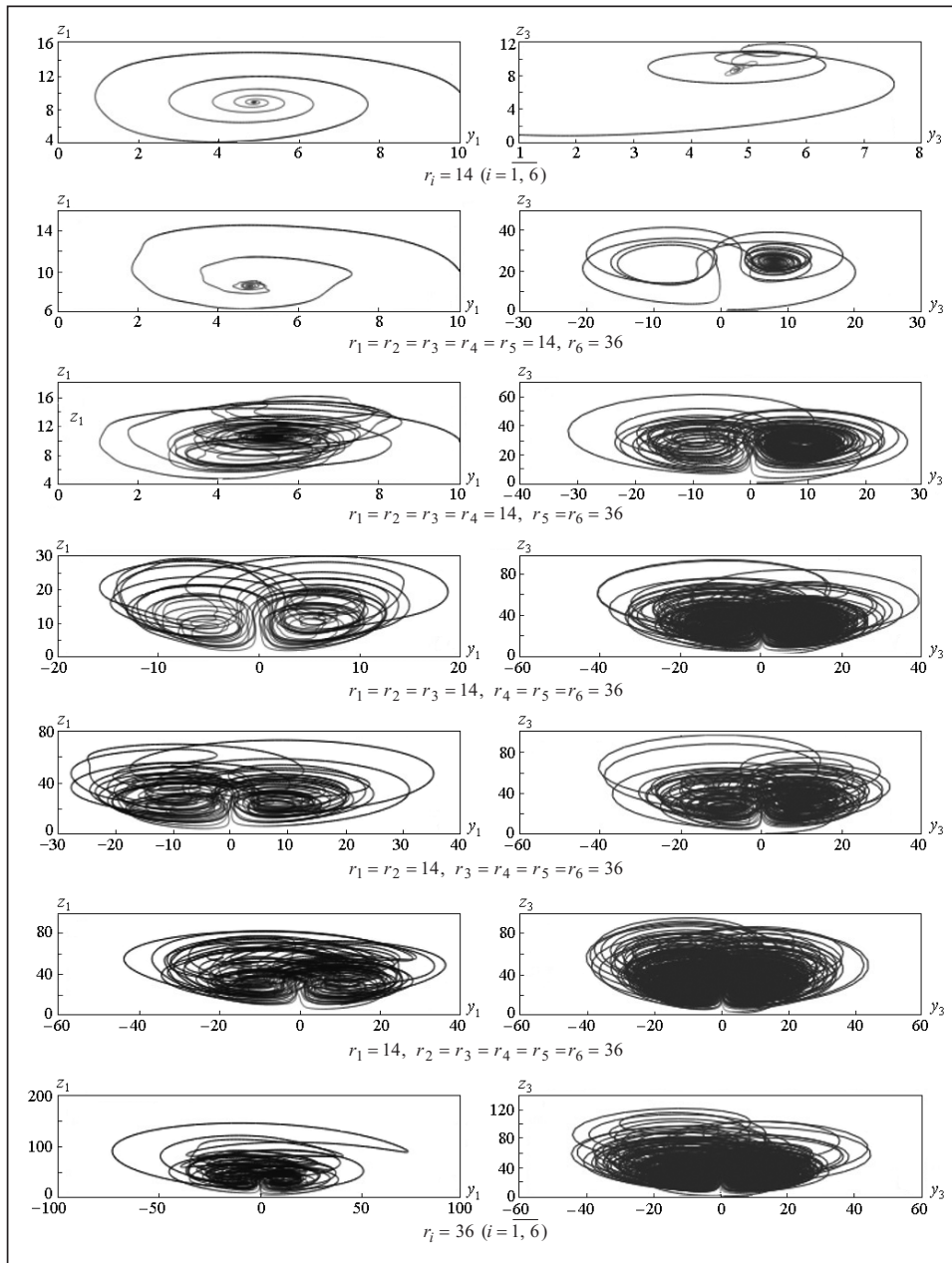


Рис. 2. Проекції фазового простору системи (1) на площини $y_1 - z_1$ та $y_3 - z_3$, якщо змінюється параметр r

тичних значень цих співвідношень розв'язок системи (1) не збігається до точки рівноваги, а трансформується спочатку в коливальний, а потім і хаотичний режим. Різним значенням цього співвідношення відповідають різні сценарії економічного розвитку. На підставі результатів аналізу макроекономічних показників різних регіонів можна здійснити їхню класифікацію у просторі параметрів моделі і визначити критичні значення параметрів, після досягнення яких відбуватимуться стрибкоподібні переходи з однієї траєкторії економічного розвитку на іншу. Наголосимо також, що параметри моделі (1) визначають за допомогою більш детальних моделей [8], розроблених протягом 2017–2020 рр.

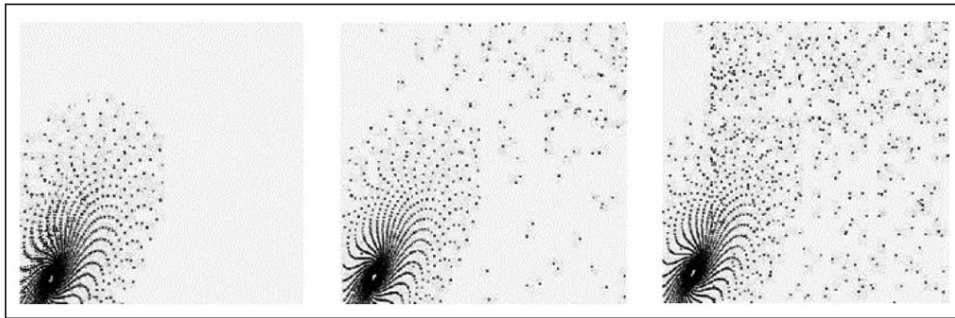


Рис. 3. Вплив випадкових збурень на динаміку змінних моделі

МАТЕМАТИЧНИЙ МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ РІВНЯ ПРОДОВОЛЬЧОЇ БЕЗПЕКИ

Через глобальні зміни виник суттєвий взаємозв'язок сталого економічного розвитку, продовольчої безпеки та здоров'я населення, тому пандемія COVID-19 призвела до виникнення комплексних та далекосяжних загроз не лише для медичної, але й економічної, продовольчої та соціальної сфер. Це може потребувати суттєвих змін повсякденних практик глобального світу та позначається на рівні продовольчої безпеки. Згідно з прогнозами вплив пандемії COVID-19 та заходів щодо її подолання призведе до спаду економіки та посилить проблему голоду [9]. Причому, якщо пандемія, внаслідок порушення ланцюгів постачання, впливає здебільшого на доступ до продовольства, то політична дестабілізація у світі у 2022 р. може зменшити і кількість продовольчих ресурсів внаслідок скорочення посівних площ. Отже, стан продовольчої безпеки стає актуальною проблемою для світової економіки.

Будемо вважати, що такі параметри, як індикатор достатності споживання (Y_1), індикатор диференціації вартості продуктів харчування за соціальними групами населення (вища та нижча децильні групи) (Y_2), індикатор добової енергетичної цінності раціону людини (Y_3) та індикатор доступності продуктів харчування (Y_4) характеризують соціально-економічний та кліматично-екологічний виміри продовольчої системи. Водночас на систему впливає низка інших факторів, які змінюються набагато швидше. Вони пов'язані з поширенням глобальної пандемії та здійснюють руйнівні впливи на продовольчі ланцюги, ускладнюють доступ до продовольства, змінюють баланс попиту та пропозиції внаслідок зниження економічної активності і призводять до зростання рівня безробіття. Для характеристики цих загроз уведемо індекс Y_5 , який будемо розраховувати за допомогою таких показників: 1) рівень хворих, госпіталізованих, імунізованих або померлих від пандемії; 2) рівень безробіття та заборгованості з виплати заробітної плати внаслідок запровадження локдаунів та інших заходів, спрямованих на подолання пандемії; 3) рівень погіршення роботи системи охорони здоров'я внаслідок перенавантаження протягом часу подолання пандемії. До групи швидких факторів віднесемо загрози широкомасштабних військових дій, які також можуть здійснювати руйнівні впливи на продовольчу безпеку. Для характеристики наслідків впливів військових дій уведемо індекс Y_6 , який враховує скорочення посівних площ, порушення транспортних ланцюгів, дефіцит добрив.

Однак, не тільки рівні окремих показників складних ієрархічних структур характеризують сталість їхнього функціонування. Резервні можливості системи, безпека та ефективність її роботи багато в чому визначаються збалансованістю окремих її ланцюгів. Є своєрідний «мобіль» безпеки (динамічний інваріант), коли негативна динаміка одних показників компенсується за рахунок інших. Тому кількісне оцінювання рівня продовольчої безпеки потребує створення моделей, які дадуть змогу формалізувати залежність критичних параметрів від

екологічних, економічних, медико-біологічних та соціальних факторів для комплексного робастного управління продовольчою безпекою.

Рівень продовольчої безпеки будемо визначати за допомогою математичного підходу до оцінювання уразливості складних систем, викладеного у роботі [3]. Він ґрунтується на формалізмі теорії катастроф та використовує неоднорідність фазового простору складних динамічних систем. Управління продовольчою безпекою розглянуто у просторі обмеженої кількості параметрів керування, кожен з яких є функцією змінних, що визначають поведінку системи. Будемо вважати, що ця система задовольняє основні властивості потенційних систем, описується деякою потенційною функцією $U(x)$ поведінкової змінної x , є неперервною, має локальні екстремуми, в яких похідна за часом змінної x дорівнює нулю, тобто існує певна кількість стаціонарних станів. Частина з них є стійкими, а частина — нестійкими. Введемо функцію $F(x)$ у такий спосіб: $U(x) = \int F(x)dx$.

Щоб дослідити поведінку системи поблизу локальних екстремумів $U(x)$, функцію $F(x)$ розвивають у ряд в околі стаціонарних точок і обмежуються кількома малими членами цього розвинення. Для дослідження широкого кола систем найчастіше використовують катастрофу типу «збірка», для якої функції $F(x)$ та $U(x)$ мають такий вигляд:

$$F(x) = x^3 + ax + b, \quad U(x) = -x^4 / 4 - ax^2 / 2 - bx, \quad (2)$$

де a та b — параметри керування, що характеризують резервні можливості системи та навантаження на систему ззовні.

Відповідно до теореми Штурма кубічний поліном має три або один дійсний корінь. Кількість коренів залежить від дискримінанта $\Delta = 4a^3 + 27b^2$. Якщо виконується умова $\Delta < 0$, маємо три дійсних корені. Система має три стаціонарних стани, з яких два є стійкими. Перший стійкий стаціонарний стан характеризує норму (достатній рівень продовольчої безпеки), другий — продовольчу кризу (низький рівень продовольчої безпеки). Для $\Delta > 0$ маємо один дійсний корінь та два уявних. Крива $\Delta(a, b) = 0$ є кривою біфуркаційних значень.

Для комплексного оцінювання рівня продовольчої безпеки скористаємося моделлю (2). Параметри керування a та b можна розрахувати за допомогою поведінкових змінних. Як ці змінні будемо використовувати інтегральні індекси $Y_i (i = \overline{1, 6})$, що були визначені раніше, у такий спосіб:

$$a = a_0 + a_1 Y_1 + \dots + a_6 Y_6, \quad b = b_0 + b_1 Y_1 + \dots + b_6 Y_6.$$

Знаючи поточне значення a , з рівняння (2) одержуємо для параметра b його біфуркаційне значення. Різниця між біфуркаційним і поточним значеннями параметра b є мірою ризику. Чим далі поточне значення параметра b відстоїть від його біфуркаційного значення, тим менша деформація простору безпеки. У міру зростання рівня резервних можливостей збільшується і величина зовнішнього навантаження, яке здатна витримати система, перш ніж відбудеться деформація простору продовольчої безпеки. Задача робастного управління, яке забезпечить перехід системи із зони підвищеного ризику в зону зниженого, має таке формулювання: є математична модель (2) і є система обмежень, яка визначає допустимий діапазон значень змінних моделі та параметрів керувань Y_i . Необхідно визначити параметри керування $Y_i(t)$, які мінімізують функціонал $F(Y_i) = |4a^3 + 27b^2|$.

Запропонований метод дасть змогу здійснювати: 1) комплексне оцінювання продовольчої безпеки; 2) ранжування ризиків; 3) визначення ефективних шляхів адаптації сільського господарства до кліматичних змін. Прагнучи використовувати однотипні підходи для різних секторів, зазначимо, що цей підхід можна застосувати до екологічного, енергетичного, епідемічного, техногенного та соціального вимірів безпеки.

ВИСНОВКИ

Запропоновано підхід до підвищення якості оцінювання параметрів розподілів у тих випадках, коли є можливість створити систему апріорно заданих обмежень. Цей підхід об'єднує можливості детермінованого та ймовірного підходів. За допомогою шестисекторної моделі Лоренца проведено дослідження взаємозв'язків між продовольчими, енергетичними та водними ресурсами, системами постачання, епідемічною та соціальною ситуацією та визначено умови переходу взаємопов'язаних секторів у режим детермінованого хаосу внаслідок змін питомих попитів та пропозицій на продукцію виробничих систем та на кількість робочих місць у них зайнятих. Створено метод оцінювання ризиків для продовольчої безпеки та управління ними, який ґрунтується на використанні даних щодо достатності споживання, диференціації вартості продуктів харчування за соціальними групами населення, добової енергетичної цінності раціону людини, доступності продуктів харчування, порушення ланцюгів постачання, скорочення робочої сили, зростання рівня безробіття, скорочення посівних площ, подорожчання продуктів харчування, дефіциту добрив.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Sergienko I.V., Yanenko V.M., Atoev K.L. Optimal control of the immune response synchronizing the various regulatory compartments of the immune system. II. Identification of model parameters and missing data recovery. *Cybernetics and Systems Analysis*. 1997. Vol. 33, N 1. P. 131–144. <https://doi.org/10.1007/BF02665951>.
2. Атоев К.Л., Вовк Л.Б., Шпиґа С.П. Исследование взаимосвязи продовольственных, энергетических и водных ресурсов с помощью трехсекторальной модели Лоренца. *Проблемы управления и информатики*. 2021. № 3. С. 141–152.
3. Atoev K., Knopov P., Pepeliaev V., Kisala P., Romaniuk R., Kalimoldayev M. The mathematical problems of complex systems investigation under uncertainties. In: *Recent Advances in Information Technology*. Wojcik W., Sikora J. (Eds.). London: CRC Press Taylor Francis Group, 2017. P. 135–171.
4. Каплан Д.Л., Йорке Дж.А. Предтурбулентность: режим наблюдаемый в течении жидкости, описываемой моделью Лоренца. Странные аттракторы. Синай Я.Г., Шильников Л.П. (Ред.). Москва: Мир, 1981. С.213–238.
5. The Global Risks Report 2021 (16th Edition) — World Economic Forum. 2021. URL: https://www3.weforum.org/docs/WEF_The_Global_Risks_Report_2021.pdf.
6. Magnitskii N.A., Sidorov S.V. New methods for chaotic dynamics. Singapore: World Scientific, 2006. 363 p.
7. Kuramoto Y. Chemical oscillations, waves, and turbulence. Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag, 1984. 158 p.
8. Atoev K.L., Golodnikov A.N., Gorbachuk V.M., Ermolieva T.Yu., Ermoliev Yu.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V. Food, energy and water nexus: methodology of modeling and risk management. In: *Integrated Modeling and Management of FEW Nexus for Sustainable Development*. Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu. et al. (Eds.). Kyiv: Akadempriodyka, 2020. P. 250–302.
9. Global financial stability report — COVID-19, crypto, and climate: navigating challenging transitions — International Monetary Fund, October 2021. URL: <https://www.imf.org/en/Publications/GFSR/Issues/2021/10/12/global-financial-stability-report-october-2021>.

K.L. Atoev, P.S. Knopov

APPLICATION OF ROBUST METHODS FOR ESTIMATION OF DISTRIBUTION PARAMETERS WITH APRIORI CONSTRAINTS ON PARAMETERS IN ECONOMICS AND ENGINEERING

Abstract. An approach to the estimation of distribution parameters with a priori specified constraints is developed. The Lorentz six-sector model is generated and used to analyze on the relationships between food, energy, and water resources, supply systems, epidemic and social situation. It is investigated how the successive transition of interconnected sectors into the mode of deterministic chaos affects the mode of system's operation as a whole. A method of risk assessment for food safety and their management was created.

Keywords: Lorentz model, mathematical modeling, economic development model, optimal control, deterministic chaos, stochastic models.

Надійшла до редакції 25.04.2022