

В.В. СКАЧКОВ

Військова академія, Одеса, Україна, e-mail: *skachkov@ukr.net*

В.В. ЧЕПКІЙ

Військова академія, Одеса, Україна, e-mail: *chepkii-2015@ukr.net*

О.М. ЄФИМЧИКОВ

Військова академія, Одеса, Україна, e-mail: *efalex57@gmail.com*

В.К. НАБОК

Військова академія, Одеса, Україна, e-mail: *vnabok@ukr.net*

О.Д. ЄЛЬЧАНІНОВ

Національна академія Національної гвардії України, Харків, Україна,
e-mail: *sandimel@ukr.net*

АСИМПТОТИЧНА ОПТИМАЛЬНІСТЬ АДАПТИВНИХ СИСТЕМ З АЛЬТЕРНАТИВНИМИ ЕТАЛОНАМИ В УМОВАХ НЕКЛАСИФІКОВАНОГО НАВЧАННЯ

Анотація. В умовах некласифікованого навчання досліджується асимптотична оптимальність адаптивних систем з двома альтернативними еталонами. Один з них відповідає класу радіотехнічних структур з адаптивною антенною решіткою, а другий — з адаптивним компенсатором перешкод. Оптимальність визначається за критерієм відношення сигнал/перешкода. Отримано аналітичні вирази для оцінювання асимптотичної оптимальності адаптивних систем з альтернативними еталонами. Доведено інваріантність системи з адаптивною антенною решіткою до будь-якого виду навчання та збереження оптимальності радіотехнічної системи в ситуації зі скінченним розміром навчальної вибірки. Обґрунтовано обов'язковість процесу класифікації навчальної вибірки на вході системи з адаптивним компенсатором перешкод в умовах сигнально-перешкодової невизначеності.

Ключові слова: асимптотична оптимальність, адаптивна система, альтернативний еталон, некласифіковане навчання.

ВИЗНАЧЕННЯ ПРОБЛЕМИ. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ

У багатьох радіотехнічних задачах щодо дослідження асимптотичної оптимальності адаптивних систем з еталоном зазвичай розглядається модель класифікованої навчальної вибірки, яка позначена вектором перешкоди $\boldsymbol{\eta}(t) = \boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{n}(t)$ з невідомими параметрами розподілу $p(\boldsymbol{\eta})$, де $\boldsymbol{\xi}(t)$ і $\mathbf{n}(t)$ — вектори відповідно зовнішньої перешкоди та внутрішнього шуму. Визначення параметричного вектора $\mathbf{w}$ системи з еталоном за критерієм максимуму правдоподібності гарантує асимптотично оптимальне розв'язання задачі адаптивного оброблення сигналу на основі кореляційної матриці перешкоди $\mathbf{R}_{\eta}$ [1–4]. У випадку сигнально-перешкодової невизначеності кореляційна матриця спостережень $\mathbf{R}$ не завжди є класифікованою, тобто вибірка $\mathbf{u}(t)$ на вході системи може представляти сукупність вектора корисного сигналу $\mathbf{s}(t)$ та вектора перешкоди $\boldsymbol{\eta}(t)$ або тільки вектора перешкоди $\boldsymbol{\eta}(t)$. Відхилення некласифікованої навчальної вибірки $\mathbf{u}(t)$ від загальноприйнятої (класифікованої) моделі, коли $\mathbf{R} \neq \mathbf{R}_{\eta}$ спричиняють відомі проблеми зниженням швидкості збіжності адаптивних алгоритмів до оптимального розв'язку та руйнування їхньої асимптотичної оптимальності [5, 6].

Розв'язання цих проблем передбачає класифікацію навчальної вибірки $\mathbf{u}(t)$ за енергетичною [7], часовою [1, 3], частотною [8, 9] і просторовою ознаками [1, 10]. Врегулювання проблеми класифікації афілійовано з відомими підходами [1, 2, 4]. Деякі з них передбачають попередню просторову фільтрацію або операцію проектування N -вимірного вектора з простору спостережень

$\mathbf{u}(t) \in \mathbb{H}^N$ на ортогональний підпростір корисного сигналу $\mathbb{H}_{\perp}^S$ [1, 10]. Інші підходи залежать від розв'язання оптимізаційної задачі методом множників Лагранжа за відповідних обмежень параметричного вектора $\mathbf{w}$ адаптивної системи [1, 2]. Кожен з цих підходів апіорі потребує додаткового інформаційного ресурсу щодо властивостей процесу спостереження $\mathbf{u}(t)$, пошукових процедур, обчислювальних алгоритмів, ймовірності виродження кореляційної матриці спостережень $\mathbf{R}$, а також витрат на компенсацію енергетичних втрат під час проєктування вектора $\mathbf{u}(t)$ на ортогональний підпростір $\mathbb{H}_{\perp}^S$. За цих реалій, а саме апіорної невизначеності та ресурсних обмежень, актуалізується так звана дилема обов'язковості процесу класифікації навчальної вибірки $\mathbf{u}(t)$ для типових класів адаптивних систем. Практичного значення набуває оцінювання асимптотичної оптимальності адаптивних систем з альтернативними еталонами у випадку некласифікованої навчальної вибірки спостереження $\mathbf{u}(t)$.

Мета дослідження — оцінювання асимптотичної оптимальності типових адаптивних систем з альтернативними еталонами в умовах некласифікованого навчання.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай адаптивна система побудована за багатоканальною схемою просторово-часового оброблення сигналів. До того ж розмір адаптивної системи N більше кількості m джерел зовнішньої перешкоди $\xi(t)$. Некласифікована навчальна вибірка $\mathbf{u}(t)$ на вході N -вимірної адаптивної системи представлена в просторі Гілберта $\mathbb{H}^N$ суперпозицією Гаусових стаціонарних векторних процесів корисного сигналу $\mathbf{s}(t)$, зовнішньої перешкоди $\xi(t)$ та внутрішнього шуму $\mathbf{n}(t)$. Вважатимемо, що розкладання некласифікованої вибірки спостережень $\mathbf{u}(t)$ відбувається у базисі Вандермонда $\{\Psi(\theta_s), \Psi_{\xi}(\theta_1), \dots, \Psi_{\xi}(\theta_i), \dots, \Psi_{\xi}(\theta_m)\}$ [11]:

$$\mathbf{u}(t) = S(t)\Psi(\theta_s) + \sum_{i=1}^m \xi_i(t)\Psi_{\xi}(\theta_i)\mathbf{n}(t), \quad (1)$$

де $S(t)$, $\xi_i(t) \forall i \in [1, m]$ — некорельовані комплексні обвідні сигналу та i -ї перешкоди; θ_s та θ_i — напрямки на джерела випромінювання сигналу і перешкоди відповідно; $\Psi(\theta_s)$, $\Psi_{\xi}(\theta_i)$ — стовпці матриці Вандермонда. В узагальненні до довільного напрямку стовпець $\Psi(\theta)$ має вигляд $\Psi(\theta) = [1, \varphi(\theta), \varphi^2(\theta), \dots, \varphi^{N-1}(\theta)]^H$, де $\varphi(\theta) = \exp[j\omega_d(\theta)d]$ — комплексна експонента, аргумент якої залежить від просторової частоти $\omega_d(\theta)$ і кроку d дискретизації вектору спостереження $\mathbf{u}(t)$ за простором.

Асимптотичний вигляд кореляційної матриці вибірки $\mathbf{R}$ некласифікованих спостережень $\mathbf{u}(t)$ в розкладанні (1) визначається границею [12]

$$\mathbf{R} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}(t) \mathbf{u}^H(t) dt \right] = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_{\xi} + \mathbf{R}_n, \quad (2)$$

де T — інтервал спостереження; $\{\cdot\}^H$ — комплексно-сполучена транспозиція;

$$\mathbf{R}_s = \mathbf{R}_s(\theta_s) = P_s \Psi(\theta_s) \Psi^H(\theta_s), \quad \mathbf{R}_{\xi} = \mathbf{R}_{\xi}(\theta_i|_{i=1}^m) = \sum_{i=1}^m P_{\xi i} \Psi_{\xi}(\theta_i) \Psi_{\xi}^H(\theta_i),$$

$\mathbf{R}_n = P_n \mathbf{I}$ — складові ермітової кореляційної матриці. Тут P_s , $P_{\xi i}$, P_n — потужності корисного сигналу, перешкоди від i -го джерела та від внутрішнього шуму відповідно; $\mathbf{I}$ — одинична N -вимірна матриця.

Процес на виході адаптивної системи є лінійним перетворенням

$$u_{\Sigma}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t). \quad (3)$$

Параметричний вектор $\mathbf{w}$ адаптивної системи з узагальненим еталоном $\mathbf{s}_0$ в умовах некласифікованого навчання визначається за алгоритмом:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_0}{\mathbf{s}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_0}, \quad (4)$$

де $\mathbf{R}^{-1}$ — невироджена обернена кореляційна матриця вектора спостережень $\mathbf{u}(t)$.

Альтернативність еталона $\mathbf{s}_0$ адаптивної системи передбачає вибір із деякого лінійного простору одного з двох опорних векторів: $\mathbf{s}_0 = \{\mathbf{s}_{01}, \mathbf{s}_{02}\}$ [1, 2, 4, 13]. Вектор $\mathbf{s}_{01} = \boldsymbol{\Psi}_s = \boldsymbol{\Psi}(\theta_s) = [1, \varphi(\theta_s), \varphi^2(\theta_s), \dots, \varphi^{N-1}(\theta_s)]^H$ визначає еталон, властивий радіотехнічній системі з адаптивною антенною решіткою (ААР), а вектор $\mathbf{s}_{02} = [1, 0, \dots, 0]^H$ — еталон, що належить до системи з основним (нерегульованим) каналом прийому та $(N-1)$ -м допоміжними каналами з регульованими коефіцієнтами передачі.

Асимптотична оптимальність адаптивної системи з узагальненим еталоном $\mathbf{s}_0$ в умовах некласифікованого навчання оцінюється енергетичним параметром $q_{s\eta}$, що характеризує відношення сигнал/перешкода (ВСП) на виході системи [1, 2, 4]:

$$q_{s\eta} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_{\xi} + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}} = P_s \frac{(\mathbf{s}_0^H \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_s)^2}{\mathbf{s}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_{\eta} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_0}, \quad (5)$$

де $\mathbf{R}_{\eta} = \mathbf{R}_{\xi} + \mathbf{R}_n$ — адитивна матриця вектора перешкоди $\boldsymbol{\eta}(t)$.

Отже, розв'язання радіотехнічної задачі за заданих припущень потребує визначення асимптотичної оптимальності двох класів адаптивних систем з альтернативними еталонами шляхом оцінювання енергетичних втрат на їхніх виходах у процесі некласифікованого навчання.

АСИМПТОТИЧНА ОПТИМАЛЬНІСТЬ СИСТЕМИ З ЕТАЛОНОМ $\mathbf{s}_{01}$

Система з еталоном $\mathbf{s}_{01} = \boldsymbol{\Psi}_s$ зорієнтована на узгоджене оброблення корисного сигналу $\mathbf{s}(t)$ на фоні перешкод у радіотехнічній системі з ААР, в якій параметричний вектор (4) формується за правилом

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_s}{\boldsymbol{\Psi}_s^H \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_s} \quad (6)$$

та задовольняє умову обмеження $\boldsymbol{\Psi}_s^H \mathbf{w} = 1$. Останнє потребує уточнення. Уведене обмеження унеможливує уникнення деформації структури сигналу, а відповідно й енергетичних втрат на виході адаптивної системи в ситуації просторового зближення джерел перешкоди $\boldsymbol{\eta}(t)$ та корисного сигналу $\mathbf{s}(t)$. Ці обставини свідчать про природну універсальність (пріоритет) критерію відношення сигнал/перешкода для оцінювання ефективності адаптивних систем з альтернативними еталонами $\mathbf{s}_0$ в умовах некласифікованого навчання [1, 4–6, 12, 13].

За умови (6) алгоритм вагового підсумування (3) запишемо у вигляді

$$u_{\Sigma}(t) = \frac{\boldsymbol{\Psi}_s^H \mathbf{R}^{-1}}{\boldsymbol{\Psi}_s^H \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_s} \mathbf{u}(t). \quad (7)$$

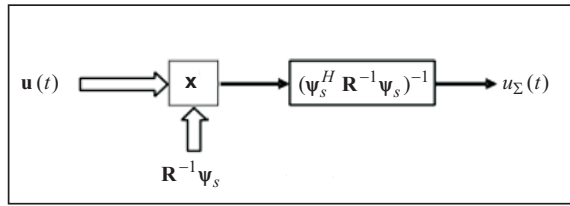


Рис. 1

Схему системи з ААР, що функціонує за алгоритмом (7), зображено на рис. 1.

Структурна схема на рис. 1 реалізує правило (6), за яким алгоритм обчислення енергетичного параметра $q_{s\eta}$ згідно з (5) на виході системи

набуває однозначного вигляду:

$$q_{s\eta} = \frac{\Psi_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1} \Psi_s}{\Psi_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_\eta \mathbf{R}^{-1} \Psi_s}. \quad (8)$$

З урахуванням (8) оцінимо асимптотичну оптимальність системи з еталоном $\mathbf{s}_{01} = \Psi_s$ з класифікованим та некласифікованим варіантами навчання.

Варіант з некласифікованим навчанням. Значення енергетичного параметра (8) піддамо уточненню. Для цього, застосовуючи правило переносу матриць $\mathbf{R} - \mathbf{R}_s = \mathbf{R}_\eta$, виконаємо підстановку $\mathbf{R} - \mathbf{R}_s$ в (8) і зробимо деякі перетворення:

$$q_{s\eta} = \frac{\Psi_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1} \Psi_s}{\Psi_s^H \mathbf{R}^{-1} \Psi_s - \Psi_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1} \Psi_s}. \quad (9)$$

Скористувавшись (9), а також описом матриці сигналу $\mathbf{R}_s = P_s \Psi_s \Psi_s^H$, після низки перетворень та уточнень представимо вираз (8) у спрощеному вигляді, що є зручнішим для порівняльного аналізу:

$$q_{s\eta} = \frac{\text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1})}{1 - \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1})}, \quad (10)$$

де $\text{tr}\{\cdot\}$ — слід добутку кореляційних матриць спостережень.

Варіант з класифікованим навчанням. Вибірka $\mathbf{u}(t)$, що спостерігається на вході адаптивної системи з еталоном $\mathbf{s}_{01} = \Psi_s$, відповідає загальноприйнятій моделі навчання, тобто $\mathbf{R} = \mathbf{R}_\eta$. У цьому випадку правило (4) трансформується до вигляду

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_\eta^{-1} \Psi_s}{\Psi_s^H \mathbf{R}_\eta^{-1} \Psi_s}. \quad (11)$$

З використанням (11) запишемо формулу для обчислення енергетичного параметра (8) в умовах класифікованого навчання:

$$q_\eta = \text{tr}[\mathbf{R}_s (\mathbf{R}_\xi + \mathbf{R}_n)^{-1}] = \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}_\eta^{-1}). \quad (12)$$

Функціонально не пов'язані між собою аналітичні вирази (10) та (12) перевіримо на еквівалентність. Для цього зіставимо значення енергетичних параметрів $q_{s\eta}$ та q_η на виході адаптивної системи з еталоном $\mathbf{s}_{01}$ та відстежимо їхню еквівалентність. У контексті заявленої верифікації параметрів використаємо матричну тотожність [1, 11]:

$$\mathbf{R}^{-1} = (\mathbf{R}_\eta + \mathbf{R}_s)^{-1} = \mathbf{R}_\eta^{-1} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_s \mathbf{R}_\eta^{-1}.$$

Звідси визначимо добуток матриць $\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}_s \mathbf{R}_\eta^{-1} - \mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_s \mathbf{R}_\eta^{-1}$ та його слід

$$\text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1}) = \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}_\eta^{-1})[1 - \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1})].$$

Розділивши праву і ліву частини цього співвідношення на множник $1 - \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1})$, зазначимо повну відповідність значень некласифікованого параметра $q_{s\eta}$ до параметра загальноприйнятої моделі q_η :

$$\frac{\text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1})}{1 - \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}^{-1})} = \text{tr}(\mathbf{R}_s \mathbf{R}_\eta^{-1}). \quad (13)$$

Згідно з (13) можна стверджувати, що функціонально не пов'язані між собою і різні за виглядом аналітичні вирази (10) та (12) еквівалентні, тобто енергетичні параметри є рівнозначними величинами: $q_{s\eta} = q_\eta$. Отже, система з ААР (див. рис. 1) в асимптотичному сенсі інваріантна до типу навчання. В умовах некласифікованої навчальної вибірки алгоритм вагового підсумування (7) забезпечує максимум відношення сигнал/перешкода.

АСИМПТОТИЧНА ОПТИМАЛЬНІСТЬ СИСТЕМИ З ЕТАЛОНОМ $\mathbf{s}_{02}$

Априорно система з альтернативним еталоном $\mathbf{s}_{02}$ ґрунтується на припущенні, що в навчальній вибірці $\mathbf{u}(t)$ вектор перешкоди $\boldsymbol{\eta}(t)$ енергетично домінує над корисним сигналом $\mathbf{s}(t)$. Останнє дає змогу знехтувати сигналом $\mathbf{s}(t)$ в допоміжних (регульованих) каналах прийому. Така альтернатива може розглядатись як окремий випадок системи з ААР, структура якої містить в своєму складі основний інформаційний (нерегульований) канал та допоміжні канали з регульованими коефіцієнтами передачі. Така структура характерна для адаптивного компенсатора перешкод [1, 2, 7, 10].

Відповідно до введених припущень та згідно з (4) можна дійти правила обчислення параметричного вектора $\mathbf{w}$ системи з еталоном $\mathbf{s}_{02}$. Для цього запишемо у блочному вигляді базисний вектор $\boldsymbol{\Psi}_s = [1 \ \boldsymbol{\Phi}_s^H]^H$, вектор спостереження $\mathbf{u}(t) = [U_1(t) \mathbf{y}^H(t)]^H$ та некласифіковану кореляційну матрицю

$$\mathbf{R} = M\{\mathbf{u}(t) \mathbf{u}^H(t)\} = \begin{bmatrix} R_{11} & \boldsymbol{\alpha}^H \\ \boldsymbol{\alpha} & \mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

де $U_1(t)$ і $\mathbf{y}(t) = [U_2(t), U_3(t), \dots, U_N(t)]^H$ — комплексні обвідні сигналу в основному та додаткових каналах; $R_{11} = M\{U_1^2(t)\}$ — середня потужність процесу в основному каналі; $\mathbf{B} = [M\{\mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t)\}]$ — кореляційна матриця спостережень; $\boldsymbol{\alpha} = [M\{U_1(t) \mathbf{y}(t)\}]$ — вектор взаємної кореляції; $M\{\cdot\}$ — оператор статистичного усереднення.

Розбиття ермітової кореляційної матриці $\mathbf{R}$ на блоки (14) та проектування її на складові (2) надає змогу кореляційну матрицю $\mathbf{B}$ та вектор взаємної кореляції $\boldsymbol{\alpha}$ надати у адитивному вигляді $\mathbf{B} = \mathbf{B}_s + \mathbf{B}_\xi + \mathbf{B}_n$ і $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}_s + \boldsymbol{\alpha}_\xi$. Тоді, використовуючи відомі [14] правила обернення блочної матриці (14), отримаємо

$$\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_{02} = \frac{\det \mathbf{B}}{\det \mathbf{R}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{B}^{-1} \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

де $\det\{\cdot\}$ — визначник кореляційної матриці.

Враховуючи (15), запишемо правило (4) обчислення параметричного вектора

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_{02}}{\mathbf{s}_{02}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_{02}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{B}^{-1} \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

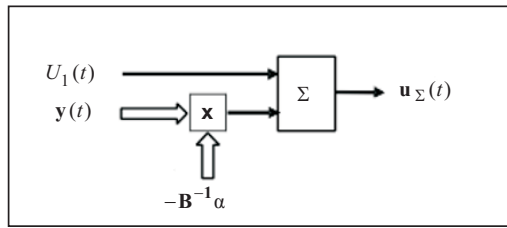


Рис. 2

Відповідно до (16) алгоритм вагового підсумування (3) трансформується до вигляду

$$u_{\Sigma}(t) = U_1(t) - \alpha^H \mathbf{B}^{-1} \mathbf{y}(t). \quad (17)$$

Схему адаптивної системи, що функціонує за алгоритмом адаптивного компенсатора перешкод (17), наведено на рис. 2. З урахуванням

(16) та блочного запису вектора Ψ_s відношення (5) можна подати у вигляді

$$q_{s\eta} = P_s \frac{|1 + \mathbf{g}^H \boldsymbol{\varphi}_s|^2}{[1 \ \mathbf{g}^H](\mathbf{B}_{\xi} + \mathbf{B}_n)[1 \ \mathbf{g}^H]^H}, \quad (18)$$

де $\mathbf{g} = -\mathbf{B}^{-1}\alpha$ — параметричний вектор адаптивного компенсатора перешкод.

Отже, представимо обернену кореляційну матрицю

$$\mathbf{B}^{-1} = (\mathbf{B}_s + \mathbf{B}_{\xi} + \mathbf{B}_n)^{-1} = \mathbf{B}_{\eta}^{-1} - \frac{\mathbf{B}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_s \mathbf{B}_{\eta}^{-1}}{1 + \text{tr}(\mathbf{B}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_s)}, \quad (19)$$

де $\mathbf{B}_{\eta}^{-1} = (\mathbf{B}_{\xi} + \mathbf{B}_n)^{-1}$ — обернена кореляційна матриця перешкоди та внутрішнього шуму.

Відповідно до (19) представимо структуру параметричного вектора компенсатора

$$\mathbf{g} = -\mathbf{B}_{\eta}^{-1} \left[\mathbf{I} - \frac{\mathbf{B}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_s}{1 + \text{tr}(\mathbf{B}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_s)} \right] \alpha. \quad (20)$$

Підставимо значення (20) в (18) та, виконавши низку перетворень, отримаємо алгоритм, структура якого придатніша для аналізу параметрів ВСП адаптивної системи

$$q_{s\eta} = \frac{q_{\eta}}{[1 + \text{tr}(\mathbf{B}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_s)]^2 + q_{\eta} \text{tr}(\mathbf{B}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_s)}, \quad (21)$$

де $q_{\eta} = P_s |1 - \alpha^H \mathbf{B}_{\eta}^{-1} \boldsymbol{\varphi}_s|^2 \times \det \mathbf{B}_{\eta} (\det \mathbf{R}_{\eta})^{-1}$ — енергетичний параметр за умови класифікованого навчання адаптивної системи.

Згідно з результатами (21) засвідчимо, що енергетичні параметри $q_{s\eta}$ та q_{η} на виході радіотехнічної системи з адаптивним компенсатором перешкод функціонально залежні. До того ж значення параметра $q_{s\eta}$ завжди менше за значення параметра q_{η} загальноприйнятої моделі, тобто має місце нерівність $q_{s\eta} < q_{\eta}$. Це відношення зберігається за будь-якого значення параметричного вектора $\mathbf{g}$ адаптивного компенсатора перешкод. Отже, в умовах некласифікованого навчання адаптивна система з еталоном $\mathbf{s}_{02} = [1, 0, \dots, 0]^H$ в асимптотичному сенсі завжди неоптимальна за критерієм відношення сигнал/перешкода.

ВЕРИФІКАЦІЯ ЦІЛЬОВОГО РЕЗУЛЬТАТУ

Така верифікація пов'язана з оцінюванням енергетичних втрат на виході адаптивної системи та експериментальною перевіркою на істинність заявлених положень. Верифікація відбувалась для радіотехнічної системи розмірністю N ($N=10$) з трьома ($m=3$) джерелами перешкод $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $\xi_3(t)$ та внутрішнім шумом $\mathbf{n}(t)$. Перевищення потужностей перешкод над

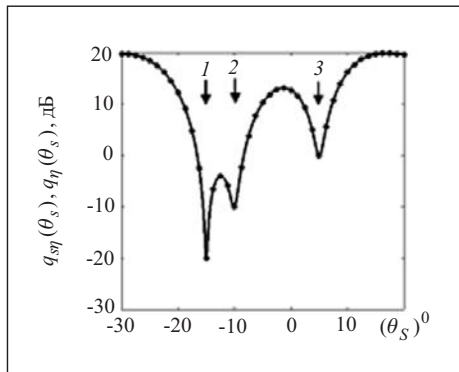


Рис. 3

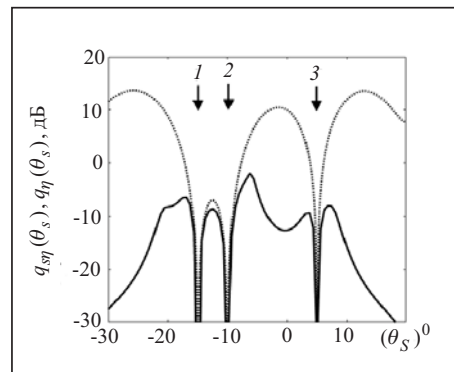


Рис. 4

потужністю внутрішнього шуму становило $q_{\xi 1}=30$ дБ, $q_{\xi 2}=20$ дБ та $q_{\xi 3}=10$ дБ. Зовнішні перешкоди впливали на систему з напрямків під кутами $\theta_1=-15^\circ$, $\theta_2=-10^\circ$ і $\theta_3=5^\circ$. Кут надходження корисного сигналу θ_s змінювався в діапазоні $\pm 20^\circ$. Відношення потужностей корисного сигналу до внутрішнього шуму системи складало $q_s=10$ дБ.

Можливі енергетичні втрати оцінювались методом математичного моделювання функціональних залежностей енергетичних параметрів $q_{s\eta}=f_1(\theta_s)$ та $q_{\eta}=f_2(\theta_s)$ адаптивної радіотехнічної системи з альтернативними еталонами. Графіки функцій $q_{s\eta}=f_1(\theta_s)$ і $q_{\eta}=f_2(\theta_s)$ будувались за формулами (10) і (12) для системи з еталоном s_{01} та за формулою (21) для системи з еталоном s_{02} . Результати моделювання графічно представлено на рис. 3 та рис. 4, де суцільною лінією зображена залежність $q_{s\eta}(\theta_s)$, а переривчатою лінією — $q_{\eta}(\theta_s)$. Стрілками позначено кутові положення джерел перешкод $\xi_1(t)$ (стрілка 1), $\xi_2(t)$ (стрілка 2) і $\xi_3(t)$ (стрілка 3). Отже, повністю підтверджено істинність заявлених теоретичних висловлень, а саме:

- суміщення графічних зображень функції $q_{s\eta}=f_1(\theta_s)$ та $q_{\eta}=f_2(\theta_s)$ на рис. 3 засвідчує асимптотичну оптимальність радіотехнічної системи з ААР в сенсі інваріантності її до неклаसифікованої навчальної вибірки;

- розбіжність графічних зображень функції $q_{s\eta}=f_1(\theta_s)$ та функції $q_{\eta}=f_2(\theta_s)$ на рис. 4 вказує на можливі енергетичні втрати від 50 дБ до 100 дБ на виході адаптивної системи з основним каналом прийому в умовах некла-сифікованого навчання.

Експериментальна перевірка на істинність теоретичних положень здійсню-валася методом статистичного моделювання траєкторії адаптації системи, як геометричного аналога покрокової збіжності функції енергетичних параметрів $q_{s\eta}(L)$ і $q_{\eta}(L)$ до теоретичних рівнів $q_{s\eta}=q_{s\eta}(\infty)$ і $q_{\eta}=q_{\eta}(\infty)$, де L — поточне значення кроку. У цьому контексті експеримент з перевіркою зводився до емпіричного обчислення границі:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{L \rightarrow \infty} q_{s\eta}(L) = q_{s\eta} \\ \lim_{L \rightarrow \infty} q_{\eta}(L) = q_{\eta} \end{array} \right\} \text{ за альтернативи } s_{01} \in s_0 \text{ або } s_{02} \in s_0. \quad (22)$$

За умови, коли значення емпіричних границь (22) однакові, адаптивна сис-тема з альтернативними еталонами $s_{01} \in s_0$ та $s_{02} \in s_0$ вважається асимптотич-но оптимальною за критерієм максимуму ВСП. Експеримент проводився відповідно до заявленої вище ситуації за такими вихідними даними: век-тор корисного сигналу $s(t)$, що надходить на вхід адаптивної системи

з кутового напрямку $\theta_s = 0^0$, представлено дискретним аналогом $\mathbf{s}(L) = \sigma_s \left[\exp \left(j \frac{2\pi}{k} L \right) \right] \boldsymbol{\Psi}(\theta_s)$, де σ_s — середньоквадратичне значення амплітуди сигналу і k — період комплексної експоненти; експериментальна оцінка інверсії $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L)$ щодо матриці $\mathbf{R}^{-1}$ в алгоритмі (4) обчислювалась за рекуррентною процедурою [14]:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}}(L) &= \tilde{\mathbf{R}}(L-1) - \frac{1}{L} [\tilde{\mathbf{R}}(L-1) - \mathbf{u}(L) \mathbf{u}^H(L)], \\ \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L) &= \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) + \mu [\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1) \tilde{\mathbf{R}}(L)] \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(L-1), \\ \tilde{\mathbf{R}}(1) &= \mathbf{u}(1) \mathbf{u}^H(1), \quad \tilde{\mathbf{R}}^{-1}(1) = \mathbf{I} / [N \times \|\mathbf{u}(1)\|^2],\end{aligned}$$

де $\mu < 1$ — крок збіжності; $\mathbf{u}(L)$ — неклаसифікована вибірка вектора спостережень; $\|\cdot\|$ — норма вектора.

Результати моделювання представлено траєкторіями адаптації систем з еталонами $\mathbf{s}_{01} \in \mathbf{s}_0$ (рис. 5, а) та $\mathbf{s}_{02} \in \mathbf{s}_0$ (рис. 6, а), які ілюструють збіжність перехідних процесів до рівнів теоретичних границь $q_{s\eta} = q_{s\eta}(\infty)$ і $q_{\eta} = q_{\eta}(\infty)$, розрахованих за формулами (10), (21) та (12). Графічно перехідні процеси $q_{s\eta}(L)$ та $q_{\eta}(L)$ за наявності та відсутності класифікованого навчання зображено відповідно пунктирною та суцільною лініями, а рівні границь $q_{s\eta}$, q_{η} наведено штриховою лінією. Сигнали на виході адаптивної системи за класифікованої та некласифікованої навчальних вибірок відображують епюри на рис. 5, б, рис. 6, б та рис. 5, в, рис. 6, в відповідно.

Консеквенція експериментальної перевірки на асимптотичну оптимальність двох класів адаптивних систем з альтернативними еталонами в умовах некласифікованого навчання підтверджує істинність заявлених теоретичних положень (13) та (21):

$$\lim_{L \rightarrow \infty} q_{s\eta}(L) = \lim_{L \rightarrow \infty} q_{\eta}(L) \text{ за умови } \mathbf{s}_{01} \in \mathbf{s}_0, \quad (23)$$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} q_{s\eta}(L) < \lim_{L \rightarrow \infty} q_{\eta}(L) \text{ за умови } \mathbf{s}_{02} \in \mathbf{s}_0. \quad (24)$$

Емпіричні обчислення границь $\lim_{L \rightarrow \infty} q_{s\eta}(L) = q_{s\eta}$ та $\lim_{L \rightarrow \infty} q_{\eta}(L) = q_{\eta}$ свідчать, що консистентність адаптивного алгоритму (3) за фактом рівності (23) властива системі з еталоном $\mathbf{s}_{01}$ в умовах будь-якої сигнально-перешкодової невизначеності кореляційної матриці $\mathbf{R}$, а за фактом нерівності (24) — системі з альтернативним еталоном $\mathbf{s}_{02}$, але тільки в умовах класифікованої навчальної вибірки $\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\eta}(t)$, коли $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{\eta}$.

Отже, підсумуємо сказане.

Проблема асимптотичної оптимальності адаптивних систем з альтернативними еталонами $\mathbf{s}_{01}$ та $\mathbf{s}_{02}$ в умовах апіорної невизначеності досліджена стосовно алгоритмів радіотехнічних систем з ААР та адаптивним компенсатором перешкод в ситуації з некласифікованою матрицею спостереження $\mathbf{R}$. За результатами теоретичних досліджень та статистичного експерименту маємо такі висновки.

— Доведено інваріантність асимптотично оптимального алгоритму формування параметричного вектора в системі з ААР до виду навчання. Ця особливість характерна для задач умовної оптимізації за критерієм відношення сигнал/перешкода, коли умови обмеження параметричного вектора $\mathbf{w}$ в радіотехнічних системах з ААР направлені на виключення реакції адаптивної системи на присутність корисного сигналу $\mathbf{s}(t)$. Відповідно до цього інваріантність системи з ААР до про-

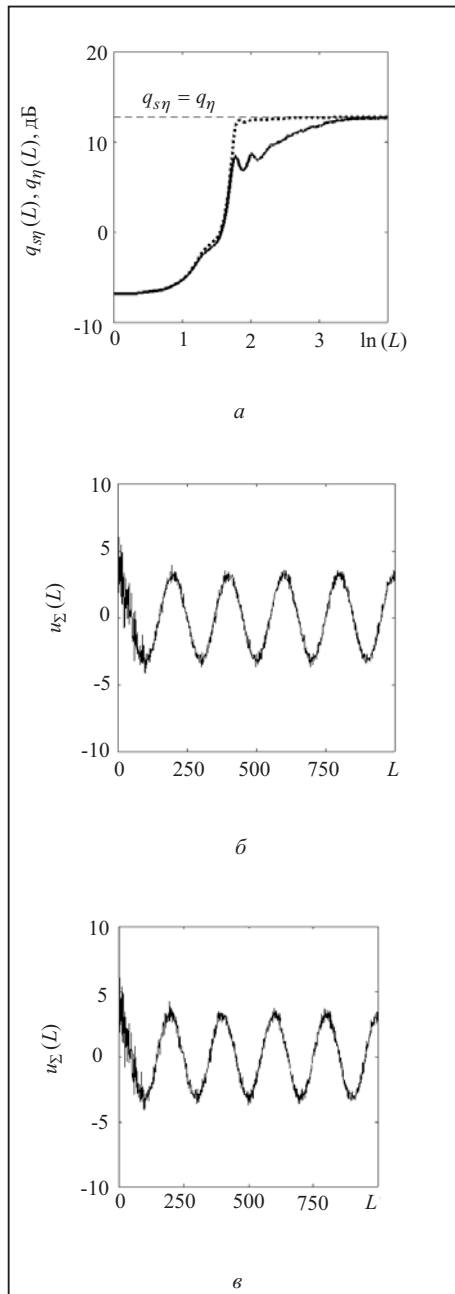


Рис. 5

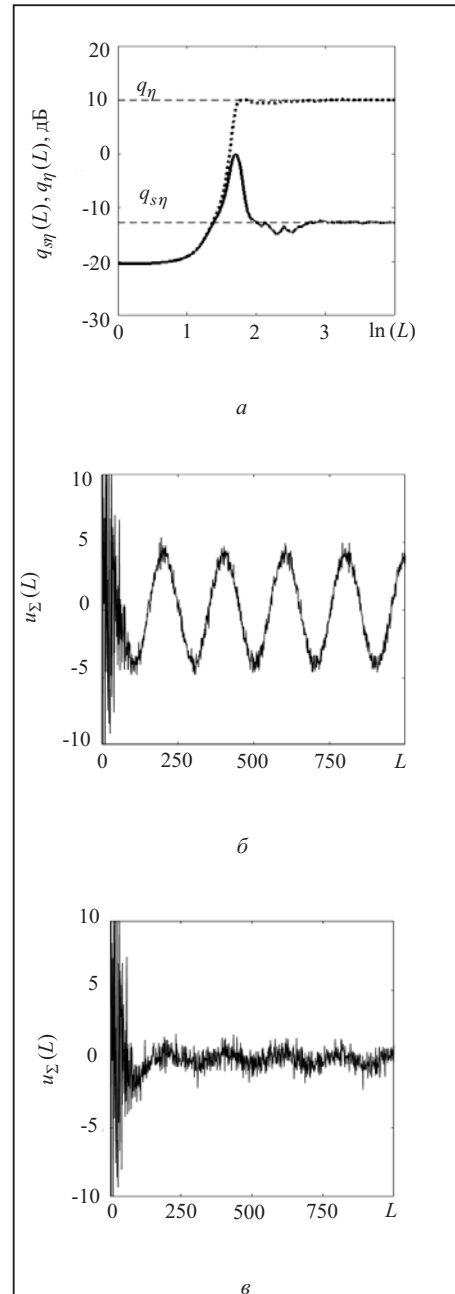


Рис. 6

цедури класифікації можна вважати основою факторизації передавальної функції адаптивної системи. Останнє сприяє формуванню оптимального ієрархічного алгоритму компенсації комбінованих шумових пасивних та активних перешкод, а також активних перешкод з довільним просторовим спектром потужності.

— Підтверджено асимптотичну властивість адаптивного алгоритму радіотехнічної системи з ААР за критерієм відношення сигнал/перешкода в ситуації, коли навчальна вибірка спостереження $\mathbf{u}(t)$ має скінченний розмір. Це дає можливість пошуку асимптотично оптимальних алгоритмів з більш спрощеною структурою. Отже, різні асимптотично оптимальні алгоритми можуть мати різну швидкість збіжності до граничного значення та в умовах цього відношення деякі асимптотичні алгоритми будуть кращими за інші.

— Засвідчено руйнацію асимптотичної оптимальності системи з адаптивним компенсатором перешкод за некласифікованого навчання. Вочевидь, що в умовах сигнально-перешкодової невизначеності радіотехнічні системи цього класу завжди потребують класифікації навчальної вибірки $\mathbf{u}(t)$ за відповідною ознакою.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Monzingo R.A., Haupt R.L., Miller T.W. Introduction to adaptive arrays. 2nd Ed. Raleigh, NC: Published by SciTech Publishing, Inc., 2011. 686 p.
2. Balanis C.A., Ioannides P.I. Introduction to smart antennas. 1st Ed. San Rafael, California (USA): Morgan & Claypool Publishers, 2007. 175 p. <https://doi.org/10.2200/S00079ED1V01Y200612ANT005>.
3. Widrow B., Walach E. Adaptive inverse control. A signal processing approach. Reissue Edition, Hoboken, New Jersey: Published by John Wiley & Sons, Inc., 2008. 507 p.
4. Самойленко В.И., Шишов Ю.А. Управление фазированными антенными решетками. Москва: Радио и связь, 1983. 240 с.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники: 3-е изд. Москва: Радио и связь, 1989. 656 с.
6. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Адаптивные алгоритмы оценивания (сходимость, оптимальность, стабильность). *Автоматика и телемеханика*. 1979. № 3. С. 71–84.
7. Абрамович Ю.И. Предельная скорость сходимости процессов адаптивной настройки систем компенсации помех в условиях неклассифицированной обучающей выборки. *Радиотехника и электроника*. 1982. № 8. С. 1534–1538.
8. Semenov D.S., Piza D.M. Method for selecting a classified training sample for radar's elevation channels. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2020. N 1. P. 36–43. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-1-4>.
9. Бартеков В. Адаптивная фильтрация неклассифицированных выборок наблюдения. *Современная электроника*. 2008. № 7. С. 68–71.
10. Widrow B., Duvali K.M., Gooch R.P., Newman W.C. Signal cancellation phenomena in adaptive antennas: causes and cures. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1982. Vol. 30, N 3. P. 469–478.
11. Marple, Jr., S.L. Digital spectral analysis. 2nd Ed. Mineola, New York: Dover Publications, Inc., 2019. 435 p.
12. Van Trees Harry L. Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. 1472 p. <https://doi.org/10.1002/0471221104>.
13. Лукошкин А.П., Каринский С.С., Шаталов А.А., Дохилян Р.Г., Васин В.М., Поддубный С.С. Обработка сигналов в многофункциональных РЛС. Москва: Радио и связь, 1983. 328 с.
14. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры: 2-е изд. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 736 с.

**V.V. Skachkov, V.V. Chepkii, O.M. Yefymchykov,
V.K. Nabok, O.D. Yelchaninov**

ASYMPTOTIC OPTIMALITY OF ADAPTIVE SYSTEMS WITH ALTERNATIVE STANDARDS IN UNCLASSIFIED LEARNING SITUATIONS

Abstract. The asymptotic optimality of adaptive systems with alternative standards, one of which corresponding to the class of radio engineering structures with an adaptive antenna array and the other to the class with an adaptive interference compensator, is investigated in an unclassified learning situation. The optimality is determined by the criterion of signal-to-interference ratio. The analytical expressions for evaluating the asymptotic optimality of radio engineering systems with alternative standards are obtained. The invariance of the system with an adaptive antenna array to any kind of training is proved, and the property of asymptotic optimality of the system is extended to the finite size of the training sample. The unbeddingness of the classification of the training sample at the input of a radio system with an adaptive interference compensator under conditions of signal-interference uncertainty is substantiated.

Keywords: asymptotic optimality, adaptive system, alternative standard, unclassified learning.

Надійшла до редакції 20.05.2022