КІБЕРНЕТИКА

УДК 519.11.176

Н.К. ТИМОФІЄВА
Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем
НАН та МОН України, Київ, Україна,
e-mail: *TymNad@gmail.com.*

ЗАДАЧІ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ТА КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ

Анотація. Описано спосіб моделювання задач штучного інтелекту із застосуванням теорії комбінаторної оптимізації. У результаті цих досліджень встановлено комбінаторну природу задач цього класу, виявлено причину невизначеності різних видів, яка виникає в процесі їхнього розв'язання, та пояснено природу нечіткості вхідних даних. На прикладі задачі кластеризації розглянуто ситуацію невизначеності, зумовленою структурою аргументу (комбінаторної множини).

Ключові слова: комбінаторна оптимізація, штучний інтелект, комбінаторні конфігурації, задача кластеризації, ситуація невизначеності.

ВСТУП

До задач штучного інтелекту переважно належать такі, в яких потрібно розпізнавати вхідну інформацію, що є структурованою, але її складно формалізувати. Застосування теорії комбінаторної оптимізації для моделювання задач цього класу дає змогу встановити їхню комбінаторну природу, визначити причину невизначеності різних видів, яка виникає в процесі їхнього розв'язання, пояснити природу нечіткості вхідних даних.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Як показують дослідження прикладних задач із штучного інтелекту, у переважній їхній частині для знаходження оптимального розв'язку потрібен перебір варіантів. Перебірним задачам властива комбінаторна природа. Тому задачі цього класу зводяться до задач комбінаторної оптимізації.

Для розв'язання поставленої задачі аналізують певну прикладну задачу із штучного інтелекту та моделюють її з використанням теорії комбінаторної оптимізації. Для цього встановлюють вид задачі (статична чи динамічна), аргумент цільової функції (комбінаторну конфігурацію) та моделюють цільову функцію. На ґрунті побудованої математичної моделі визначають підходи для розв'язання цієї задачі, тобто використовують відомі методи або розробляють нові алгоритми.

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

До штучного інтелекту здебільшого належать задачі розпізнавання образів [1], мовленнєвих сигналів [2], задачі медицини [3] тощо. Для моделювання задач цього класу використовують стохастичні, логіко-лінгвіністичні методи, моделі Маркова, лінійне цілочислове програмування, теорію розпізнавання образів. У [4] описано еволюційну модель побудови штучного інтелекту з використанням генетичних алгоритмів. Для розв'язання зазначених задач застосовують також швидкий метод розповсюдження обмежень [5]. Під час прийняття оптимального рішення в задачах цього класу часто використовують методи, які класифікують як евристичні [6]. Під евристичними алгоритмами зазвичай розуміють способи прийняття рішень, подібні до того, як це робить людина, та побудовані на інтуїтивних міркуваннях, що спираються на попередній досвід.

Відомі методи моделювання не завжди пояснюють перебірну природу задач штучного інтелекту. Під час моделювання цільової функції як аргумент здебільшого використовують вхідні дані. Детальний аналіз задач цього класу показує, що аргументом цільової функції в них є комбінаторні конфігурації різних типів, які можуть бути і вхідними даними. Використання теорії комбінаторної оптимізації дає змогу встановити їхню комбінаторну природу, сформулювати цільову функцію в явному вигляді.

ЗАГАЛЬНА МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Задачі цього класу переважно задають однією або кількома множинами, наприклад A та B, елементи яких мають будь-яку природу. Назвемо ці множини базовими. Наявні два типи задач [7]. У задачах першого типу кожну з цих множин подають у вигляді графу, вершинами якого є її елементи, а кожне ребро відповідає числу $c_{lt} \in R$, яке називають вагою ребра (R — множина дійсних чисел); $l \in \{1, \ldots, n\}$, $t \in \{1, \ldots, \widetilde{n}\}$, n — кількість елементів множини A, $\widetilde{n}$ — кількість елементів множини B. Покладемо, що $n = \widetilde{n}$. Між елементами цих множин існують зв'язки, числові значення яких назвемо вагами. Величини c_{lt} назвемо вхідними даними та задамо їх матрицями. У задачах другого типу між елементами заданої множини зв'язків не існує, а вагами є числа $v_j \in R$, $j \in \{1, \ldots, n\}$, що відповідають деяким властивостям цих елементів, числові значення яких задано скінченними послідовностями, що також є вхідними даними. Ці величини є значеннями цільової функції.

Для обох типів задач із елементів однієї або кількох із заданих множин, наприклад $a_l \in A$, $l \in \{1, \ldots, n\}$, утворюють комбінаторну множину W — сукупність комбінаторних конфігурацій певного типу (перестановки, вибірки різних типів, розбиття тощо). На елементах w комбінаторної множини W уводять цільову функцію $F(w)$. Потрібно знайти елемент w^* множини W, для якого $F(w)$ набуває екстремального значення за виконання заданих обмежень, тобто функціонал $F(w^*) = \operatorname{glob} \underset{w \in W^0 \subset W}{\operatorname{extr}} F(w)$, де $\operatorname{extr} = \{\min, \max\}$, W^0 — підмножина, яка визначає обмеження задачі.

Змоделюємо вхідні дані задачі комбінаторної оптимізації першого типу скінченними послідовностями. Подамо елементи h наддіагоналей симетричної комбінаторної матриці $Q(w^k)$ комбінаторною функцією $\beta(f(j), w^k)|_1^m = (\beta_1(f(1), w^k), \ldots, (\beta_m(f(m), w^k))$, а елементи h наддіагоналей симетричної матриці C — функцією натурального аргументу $\varphi(j)|_1^m = (\varphi(1), \ldots, \varphi(m))$, де $m = \dfrac{n(n-1)}{2}$ — кількість елементів h наддіагоналей матриць C та $Q(w^k)$, $h = \overline{1, n-1}$. Верхній індекс k $(k \in \{1, \ldots, q\})$ у w^k — порядковий номер w^k у W, q — кількість

w^k у W. Якщо матриці $Q(w^k)$ та C несиметричні, то $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$ містять усі їхні елементи, а $m = n^2$ (або $m = n\tilde{n}$). Функцію цілі $F(w^k)$ у явному вигляді запишемо так:

$$F(w^k) = \sum_{j=1}^{m} \beta_j (f(j), w^k) \varphi(j). \tag{1}$$

Вираз (1) дає змогу на множині перестановок та підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій знаходити розв'язок задачі комбінаторної оптимізації в явному вигляді.

КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ

Під комбінаторною конфігурацією розуміємо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів базової множини $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ [7]. Позначимо її впорядкованою множиною $w^k = (w_1^k, \ldots, w_\eta^k)$, де $\eta \in \{1, \ldots, n\}$ — кількість елементів у w^k, $W = \{w^k\}_1^q$ — множина комбінаторних конфігурацій.

Підмножину $W_\eta \subset W$ назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи — ізоморфні комбінаторні конфігурації. Множина W складається з підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій W_η.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Для моделювання прикладних задач в рамках теорії комбінаторної оптимізації потрібно:

— за способом обчислення цільової функції визначити вид задачі (статична чи динамічна);

— визначити базові множини, якими задають певну задачу;

— за вхідними даними визначити її тип;

— визначити аргумент цільової функції (комбінаторну конфігурацію);

— змоделювати цільову функцію.

Уточнимо такі поняття, як критерій та цільова функція.

Критерій — ознака або властивість, які характеризують певний об'єкт або зв'язки між об'єктами і є вхідними даними.

Цільова функція — вираз, який формулюють на основі заданих критеріїв з урахуванням особливостей задачі, за яким обчислюють і оцінюють результат розв'язку задачі.

Зазвичай цільову функцію ототожнюють з критеріями, а аргументом цільової функції вважають вхідні дані. Але для одних і тих самих критеріїв цільову функцію можна змоделювати по-різному, тобто оцінювати за різними виразами і одержувати різний результат. Її аргументом є комбінаторні конфігурації різних типів (перестановки, різні типи вибірок, розбиття n-елементної множини на підмножини тощо).

Аналіз задач із штучного інтелекту показує, що вони належать і першому, і другому типам. Аргументами цільової функції в них є комбінаторні конфігурації різних типів, зокрема вибірки (сполучення та розміщення як з повтореннями, так і без них, розбиття n-елементної множини на підмножини тощо). Задачі цього класу можуть бути як статичними, так і динамічними.

СТРУКТУРА ВХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ В ЗАДАЧАХ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Залежно від класу задач структура може бути безладною або структурована за певними законами, які складно формалізувати. В статичних задачах структура вхідних даних є безладною, але їх можна змоделювати функціями натурального аргументу (лінійними, майже періодичними, вгнутими, опуклими) та звести ці задачі до розв'язних. Це істотно розширює підкласи розв'язних задач, дає змогу виокремлювати такі структури в окремі групи, для яких цільова функція змінюється однаково, а також зводити підкласи до відомих розв'язних випадків. Підкласи, що мають певну чітку структуру вхідної інформації, для яких відомий спосіб аналітичного знаходження глобального розв'язку без перебору варіантів, названо розв'язними [7]. Отримані результати розв'язку наведених задач є табличними значеннями для розглянутих структур. Ускладнюючи структуру вхідних даних, яка строго формалізується, можна знаходити нові розв'язні випадки для різних класів задач комбінаторної оптимізації, визначати закономірність зміни значень цільової функції на заданому впорядкуванні комбінаторних множин, виокремлювати структури, для яких цільова функція змінюється однаково, і розробляти однакові правила їхнього розв'язання. Ці правила дають змогу створювати поліноміальні алгоритми знаходження оптимального розв'язку для широкого класу задач комбінаторної оптимізації.

У штучному інтелекті зазвичай проводиться розпізнавання образів, природного мовлення тощо. Вхідні дані в них задаються символами, які між собою мають певні структурні зв'язки, що складно формалізуються. Наприклад, мовленнєвий сигнал передає певне слово чи фразу, він структурований, але строго не формалізований. Для його розпізнавання потрібно задавати інформацію в числовому вигляді. Для цього вводять міри подібності, які є суб'єктивними оцінками. Вхідні дані, отримані за допомогою мір подібності, як і в задачах комбінаторної оптимізації, також мають безладну структуру. Вони задаються симетричними або несиметричними матрицями і за вхідними даними належать першому або другому типу задач. Завдяки цьому задачі розпізнавання можна звести до задач комбінаторної оптимізації.

Вхідними даними в розпізнаванні сигналів різної природи (мовленнєвих електрокардіограм, електроенцефалограм) є зазначені сигнали. Оскільки вони утворюються різними комбінаціями елементів заданої базової множини, зокрема з активних та пасивних органів творення мовлення, то опишемо їх сполученнями або розміщеннями з повтореннями. Для заданого слова (речення) природний сигнал упорядковано послідовністю таких елементів. Другий сигнал того ж слова утворюється тією ж послідовністю, але сусідні елементи можуть повторюватися або мати інше значення. Ці сигнали передають суть одного і того ж слова, але відрізняються кількістю елементів або самими елементами. Під час їхнього розпізнавання та порівняння з еталоном ці елементи здебільшого не збігаються. Цим пояснюється природа нечіткості вхідних даних у задачах штучного інтелекту. Деякі сигнали, якими задано різні слова, можуть бути подібними (фонеми в них перетинаються). Звідси в процесі розпізнавання з'являється невизначеність, зумовлена нечіткою вхідною інформацією.

ОЦІНЮВАННЯ СКЛАДНОСТІ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Оцінювання ефективності розв'язку з урахуванням вибраних критеріїв у переборних задачах проводять за обчислювальною складністю, яка полягає у визначенні кількості операцій, витрачених на розв'язання певної задачі.

У цьому разі глобальний розв'язок теоретично наявний і може бути знайдений або поліноміально, або експоненціально. В штучному інтелекті задачі характеризуються нечіткістю вхідних даних та, крім кількості операцій, витрачених на знаходження глобального розв'язку, потрібно враховувати міри подібності, які відіграють основну роль і від вибору яких значною мірою залежить розв'язок. У цьому разі під час знаходження глобального розв'язку виникає ситуація невизначеності різної природи.

За способом визначення складності розв'язання задач розділимо їх на такі групи:

1) задачі, в яких вхідні дані задано в кількісному вимірі, а обчислювальна складність оцінюється за кількістю витрачених для знаходження глобального розв'язку операцій;

2) задачі, вхідні дані в яких задано в якісному значенні, а обчислювальна складність оцінюється як за кількістю витрачених для знаходження глобального розв'язку операцій, так і за способом оцінювання якості розв'язку.

Складність розв'язання задач штучного інтелекту полягає в тому, що одні і ті ж ознаки можуть характеризувати різні об'єкти. Якщо певні ознаки характеризують один і той самий об'єкт, то міра подібності $g^+(x, y) = 1$, де x — об'єкт, який потрібно розпізнати, y — еталонний об'єкт. У цьому разі задача є розв'язною як за ознакою подібності, так і за структурою вхідних даних [8]. Вважатимемо, що вони утворюють підкласи розв'язних задач у штучному інтелекті. Якщо одні і ті ж самі ознаки описують різні об'єкти, то міра подібності $g(x, y) \in \{\chi, \ldots, 0\}$, де χ — значення міри подібності, за якої можливий допустимий розв'язок. Якщо $g^-(x, y) = 0$, то задача є нерозв'язною внаслідок виникнення ситуації невизначеності. До того ж, задача пошуку певного об'єкта в базі даних повним перебиранням є NP-повною. Але вона стає поліноміально розв'язною, якщо за певними ознаками проведено структуризацію бібліотеки еталонних ознак, які характеризують задані об'єкти.

НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ, ЯКА ВИНИКАЄ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Однією з ключових проблем у теорії прийняття рішень є знаходження оптимального результату за умови невизначеності. Ця ситуація різної природи в тому чи іншому вигляді виникає в процесі розв'язання значної частини прикладних задач, зокрема і задач штучного інтелекту, та є загальним випадком, а прийняття рішень без її врахування — окремим випадком.

Ситуацію невизначеності, яка виникає в задачах комбінаторної оптимізації, зазвичай пов'язують з неповною вхідною та поточною інформацією. Але зазначена ситуація в задачах цього класу виникає і внаслідок особливої структури аргументу цільової функції, яку не розглядають [9]. Складність цих задач полягає в тому, що результат їхнього розв'язання не завжди залежить лише від вхідної інформації. В задачах з нечіткими вхідними даними, крім кількості операцій, витрачених для знаходження глобального розв'язку, потрібно ураховувати і міри подібності, які відіграють основну роль і від правильного вибору яких значною мірою залежить результат, а одержаний за змодельованою цільовою функцією глобальний розв'язок у них не завжди збігається з метою дослідження. Тобто, виникає ситуація невизначеності, спричинена моделюванням цільової функції та неповною вхідною і поточною інформацією.

У задачах штучного інтелекту невизначеність можуть зумовлювати:

— неоднозначність результату, одержаного за змодельованою цільовою функцією або вибраною мірою подібності, який не задовольняє меті дослідження;

— особлива структура множини комбінаторних конфігурацій, що є аргументом цільової функції;

— неповна вхідна та поточна інформація;

— нечітко розроблені правила оброблення та оцінювання інформації.

Означення 1. Під невизначеністю в теорії прийняття оптимальних рішень розуміємо ситуацію, за якої внаслідок нечіткої чи неповної вхідної та поточної інформації неможливо одержати однозначний результат. А також ситуацію, коли за вибраною мірою подібності, змодельованими цільовими функціями, розробленими правилами оброблення та оцінювання інформації внаслідок особливої структури аргументу цільової функції одержаний оптимальний результат не збігається з метою дослідження.

На прикладі задачі кластеризації, яка виникає під час розв'язання деяких задач штучного інтелекту, проведемо її зведення до задачі комбінаторної оптимізації. Покажемо, що ситуація невизначеності в ній виникає внаслідок особливої структури множини комбінаторних конфігурацій, що є аргументом цільової функції.

ЗАДАЧА КЛАСТЕРИЗАЦІЇ

Ця задача полягає в упорядкуванні заданих об'єктів у порівняно однорідні групи, тобто за розробленими правилами елементи заданої множини розбивають на підмножини [10]. Аргументом цільової функції в них є розбиття n-елементної множини на підмножини.

Залежно від поставленої задачі множина цієї комбінаторної конфігурації може бути як скінченною, так і нескінченною. В кластеризації виокремимо такі підзадачі:

— задано скінченну базову множину A. Кількість кластерів може бути як заданою, так і не заданою. Потрібно розподілити елементи базової множини по кластерах так, щоб останні не перетиналися. Ця задача зводиться до задачі кластеризації;

— задано скінченну базову множину A. Кластери можуть бути як заданими, так і не заданими. Елементи множини A розподіляють так, що один елемент може належати різним кластерам. У цьому разі аргументом цільової функції є розбиття n-елементної множини A на η підмножин з повтореннями;

— задано нескінченну базову множину, частина елементів якої відома, а частину визначають у процесі розв'язання задачі, тобто інформація надходить у процесі розв'язання задачі та змінюється в часі. Аргументом цільової функції в ній є часткове розбиття нескінченної множини A на η підмножин з повтореннями. В цьому разі вводять часткову цільову функцію та часткове розбиття.

Оскільки аргументом цільової функції в задачі кластеризаії є розбиття n-елементної базової множини A на η підмножин без повторень, вона зводиться до задачі комбінаторної оптимізації. Далі розглянемо розбиття на неперетинні класи.

Розбиттям n-елементної множини $A=\{a_1,\ldots,a_n\}$ на η підмножин (блоків) назвемо множину підмножин $w^k=(w_1^k,\ldots,w_{\eta^k}^k)$ таку, що $w_1^k\bigcup\ldots\bigcup w_{\eta^k}^k=A$, $w_s^k\neq\varnothing$, $w_p^k\bigcap w_s^k=\varnothing$, $p\neq s$, $p,s\in\{1,\ldots,\eta^k\}$, $\eta^k\in\{1,\ldots,n\}$ — кількість підмножин у w^k. Підмножина $w_s^k=(a_1,\ldots,a_{\xi_s^k})$, $a_r\in A$, $r\in\{1,\ldots,n\}$, може мати від 1 до n елементів ($\xi_s^k\in\{1,\ldots,n\}$).

Два розбиття: w^k і w^i, назвемо ізоморфними, якщо $\eta^k=\eta^i$ і для будь-якої підмножини $w_p^k\subset w^k$ знайдеться підмножина $w_s^i\subset w^i$, для якої $\xi_p^k=\xi_s^i$.

У задачі кластеризації вхідна інформація може бути чіткою, яка задається числами, або нечіткою. В останньому випадку елементи множини $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ мають певні ознаки. Порівняння цих ознак потребує введення мір подібності.

Для моделювання цільової функції в задачі кластеризації потрібно:

— врахувати множину ознак заданих елементів;

— для визначення подібності елементів увести міру подібності;

— визначити спосіб оцінювання кластера, тобто задати цільову функцію.

Розглянемо задачу кластеризації, яка розв'язується на скінченній комбінаторній множині W, задається однією базовою множиною A та є статичною, тобто розв'язок $w^k = (w_1^k, \ldots, w_{\eta^k}^k)$ в ній знаходиться одночасно для варіанта k. Відповідно цільова функція для оцінки w^k також обчислюється одночасно без уведення часткових цільових функцій. В цій задачі елементи мають між собою зв'язки, а вхідні дані (числові значення цих зв'язків) задаються симетричною матрицею. Тому задачу кластеризації, яка розглядається, відносять до першого типу.

Під час її розв'язання кількість кластерів та їхні характеристики невідомі, натомість задано скінченну базову множину елементів, які потрібно розподілити по кластерах, відповідно відома і кількість цих елементів.

Позначимо множину ознак елементів $a_r \in A$, $r \in \{1, \ldots, n\}$, упорядкованою множиною $V^{(t)} = (v_{a_1}^{(t)}, v_{a_2}^{(t)}, \ldots, v_{a_n}^{(t)})$. Елементи $v_{a_r}^{(t)} \in V^{(t)}$ визначають часткові критерії якості, за якими оптимізується змодельована цільова функція, $t \in \{1, \ldots, \lambda\}$, де λ — кількість часткових критеріїв. Числові значення цих критеріїв визначаються мірами подібності між елементами a_r множини A. Запишемо $u^{(t)}(a_l, a_r)$ елементарну міру подібності між $a_l, a_r \in A$ для t-го критерію. Числове значення $u^{(t)}(a_l, a_r)$ для t-го критерію, яке назвемо вагами між $a_l, a_r \in A$, задамо симетричною матрицею $C^{(t)} = || c_{lr}^{(t)} ||_{n \times n}$, де $c_{lr}^{(t)} \sim u^{(t)}(a_l, a_r)$.

За першим способом оцінювання кластера цільова функція моделюється за описаною раніше схемою функціями натурального аргументу. Для k-го розбиття під час обчислення цільової функції враховують ваги між елементами $a_l, a_r \in A$, які містяться в одній підмножині. Введемо симетричну (0,1)-матрицю $Q(w^k) = || g_{lr}(w^k) ||_{n \times n}$, в якій $g_{lr}(w^k)$ визначає наявність або відсутність елементів a_l, a_r у $w_s^k \subset w^k$. Якщо $g_{lr}(w^k) = 1$, то елементи $a_l, a_r \in A$ знаходяться в одному кластері. Якщо $g_{lr}(w^k) = 0$, то $a_l, a_r \in A$ знаходяться в різних кластерах.

Аналогічно до викладеного, послідовність елементів h наддіагоналей симетричної матриці $C^{(t)}$ за t-ю ознакою подамо числовою функцією $\varphi^{(t)}(j)|_1^m$, а матриці $Q(w^1)$ — комбінаторною $\beta(f(j), w^1)|_1^m$, яка змінюється залежно від варіанта розбиття і не залежить від вхідних даних. За першим способом оцінювання кластера цільова функція набуває вигляду (1), тобто

$$F_1^{(t)}(w^k) = \sum_{j=1}^{m} \beta_j (f(j), w^k)\, \varphi^{(t)}(j). \tag{2}$$

Змоделюємо цільову функцію за другим способом оцінювання кластера. Для цього визначимо кількість одиниць у комбінаторній функції для s-ї підмножини $w_s^k \subset w^k$, яка дорівнює $J_s^k = \dfrac{\xi_s^k!}{(\xi_s^k - 2)!2!}$, $\xi_s^k > 1$. Запишемо середнє значення ваг для t-го критерію

$$F_2^{(t)}(w^k) = \left(\sum_{j=1}^{m} \beta_j (f(j), w^k)\, \varphi^{(t)}(j) \right) \Big/ \sum_{s=1}^{\eta^k} j_s^k. \tag{3}$$

Вирази (2), (3) є інтегральними мірами подібності, які визначають постійні часткові критерії якості, якщо подібність установлюють між заданими елементами.

Закономірність зміни значень цільової функції в задачах комбінаторної оптимізації залежить від упорядкування комбінаторних конфігурацій (аргументу) $w \in W$. На підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій W_η цільова функція (2) змінюється так, як і на множині перестановок. Можна довести, що на множині перестановок і на підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій за використання цільових функцій (2), (3) ситуація невизначеності зводиться до мінімуму. Але на множині W, яка складається з підмножин $W_\eta \subset W$, закономірність зміни значень функцій (2), (3) однакова незалежно від вхідних даних, а результат розв'язку задачі неоднозначний. Упорядкуємо w^k в $W_\eta \subset W$ так, що значення цільової функції на цьому впорядкуванні в $W_\eta \subset W$ змінюється як монотонна функція (неспадна або незростаюча). Підмножини $W_\eta \subset W$ упорядкуємо так, що $\eta^i \le \eta^k$. Для цього впорядкування сформулюємо теореми.

Теорема 1. Якщо оптимізацію в задачі кластеризації проводять за виразом (2), то значення цільової функції для заданого впорядкування w^k у W змінюється як дискретна кусково-монотонна функція (відповідно неспадна або незростаюча) незалежно від вхідних даних.

Теорема 2. Якщо оптимізацію в задачі кластеризації проводять за виразом (3), то максимальні значення цільової функції на заданому впорядкуванні w^k у W змінюються як неспадна кусково-монотонна, а мінімальні значення — як незростаюча кусково-монотонна функція. Початок обох функцій — розбиття, яке містить один кластер, для якого значення цільової функції — середнє значення кількості зв'язків між усіма заданими елементами.

Доведення теорем 1, 2 проводять із застосуванням властивостей комбінаторних функцій, які вводяться для оцінювання результату на k-му варіанті і значення яких не залежить від структури вхідних даних [11].

З теорем 1, 2 випливає, що в задачах, множина W (аргумент) в яких упорядковується підмножинами ізоморфних комбінаторних конфігурацій, цільова функція змінюється однаково незалежно від вхідних даних. Тобто має місце невизначеність, зумовлена структурою аргументу.

Розв'язують цю ситуацію за допомогою самоналагоджувального алгоритму. В процесі розв'язання задачі вводять додаткові критерії (генерують поточні вхідні дані). За кожним критерієм розглядають частковий розв'язок, для якого обчислюють часткову цільову функцію. Якщо з використанням чергового критерію виникає ситуація невизначеності, вводять додаткові змінні критерії. Їх використовують як одноразово, так і багаторазово в ітераційному режимі. Знаходження оптимального розв'язку з урахуванням постійних та змінних критеріїв, які вводять в процесі розв'язання задачі, дає змогу генерувати додаткову поточну інформацію (критерії якості), яка впливає на прогнозування майбутніх результатів. Як критерій вибору під час визначення пари кандидатів на включення в деяку підмножину розбиття w^k запишемо зважену цільову функцію (лінійну згортку)

$$F(w) = \sum_{l=1}^{p} \gamma_l \Phi^{(l)}(w),$$

де $\gamma_l \ge 0$, а $\sum_{l=1}^{p} \gamma_l = 1$ — вагові коефіцієнти, p — кількість цільових функцій

$\Phi^{(l)}(w)$, які моделюють на основі змінних часткових критеріїв. Вибором значення γ_l під час знаходження оптимального розв'язку змінюється ступінь вкладу зазначених критеріїв.

ВИСНОВКИ

Моделювання задач штучного інтелекту в рамках теорії комбінаторної оптимізації дає змогу виявити їхню комбінаторну природу, визначити аргумент цільової функції, яким є комбінаторні конфігурації різних типів. У цих дослідженнях виявлено причину невизначеності різних видів, яка виникає в процесі розв'язання задач, та пояснено природу нечіткості вхідних даних. Показано, що в задачах цього класу комбінаторні конфігурації можуть бути як аргументом цільової функції, так і вхідними даними. На прикладі задачі кластеризації показано, що ситуація невизначеності в ній виникає внаслідок особливої структури аргументу цільової функції, яким є розбиття елементів базової множини на підмножини. Відповідно значення введеної цільової функції на всій комбінаторній множині змінюється однаково — незалежно від структури вхідної інформації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шлезингер М.И., Главач В. Десять лекций по статистическому и структурному распознаванию. Киев: Наук. думка, 2004. 546 с.
2. Винцюк Т.К. Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов. Київ: Наук. думка, 1987. 262 с.
3. Файнзильберг Л.С. Математические методы оценки полезности диагностических признаков. Киев: Освита Украины, 2010. 152 с.
4. Анісімов А.В., Марченко О.О., Землянський В.Р Вплив мови на тривалість життя популяцій штучного інтелекту. *Кібернетика та Системний Аналіз*. 2021. Т. 57, № 5. С. 3–11.
5. Квєтний Р.Н. Бісікало О.В., Назаров І.О. Визначення сенсу текстової інформації на основі моделі розповсюдження обмежень *Інформаційно-вимірювальні та обчислювальні системи і комплекси в технологічних процесах.* 2012. №1. С. 93–96.
6. Ивахненко А.Г. Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. Київ: Техніка, 1971. 392 с.
7. Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації. Автореф. дис... докт. техн. наук. Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ. 2007. 32 с.
8. Гриценко В.І., Тимофієва Н.К. Знаходження підкласів розв'язних задач в комбінаторній оптимізації та штучному інтелекті за структурою вхідної інформації. *Кібернетика та обчислювальна техніка*. 2022. №1 (207). С. 5–17.
9. Тимофеева Н. К. О природе неопределенности и переменных критериях в задачах разбиения. *Проблемы управления и информатики*. 2009. № 5. С. 88–99.
10. Мандель И.Д. Кластерный анализ. Москва: Финансы и статистика, 1988. 176 с.
11. Тимофеева Н.К. Зависимость целевой функции задач комбинаторной оптимизации от упорядочения комбинаторных конфигураций. *Компьютерная математика: Сб. науч. тр*. 2005. № 2. С. 135–146.

N.K. Timofieva

ARTIFICIAL INTELLIGENCE PROBLEMS AND COMBINATORIAL OPTIMIZATION

Abstract. The method of modeling artificial intelligence problems using the theory of combinatorial optimization is described. As a result of these studies, the combinatorial nature of problems of this class was established, the cause of uncertainty of various types, which arises in the process of their solution, was revealed, and the nature of the fuzziness of the input data was explained. An example of the clustering problem is used to consider the situation of uncertainty caused by the structure of the argument (combinatorial set).

Keywords: combinatorial optimization, artificial intelligence, combinatorial configurations, clustering problem, uncertainty situation.

Надійшла до редакції 27.02.2023