

Ю.К. ТАРАНЕНКО

Приватне підприємство «Лікопак», Дніпро, Україна, e-mail: tatanen@ukr.net.

О.Ю. ОЛІЙНИК

Дніпровський фаховий коледж радіоелектроніки, Дніпро, Україна,
e-mail: oleinik_o@ukr.net.

ОПТИМІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ ПАКЕТНОЇ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРАЦІЇ СИГНАЛІВ

Анотація. Розроблено алгоритм пакетної вейвлет-фільтрації, який включає переміщення по гілках дерева вейвлет-пакета з обмеженням на кожній гілці коефіцієнтів апроксимації та деталізації до моменту досягнення мінімальної середньоквадратичної похибки за оптимальних параметрів вейвлет-порога та порогової функції. Для обчислення середньоквадратичної похибки фільтрації після кожного циклу оброблення коефіцієнтів вейвлет-декомпозиції виконується реконструкція у фідфільтрований сигнал в часовій області. Отриманий сигнал у наступному циклі підлягає декомпозиції на коефіцієнти апроксимації та деталізації до досягнення середньоквадратичною похибкою мінімуму для всіх можливих значень базового вейвлет-порога та порогової функції. Проведено дослідження 20 найбільш використовуваних сигналів, серед яких сигнали з лінійною та нелінійною частотними модуляціями, а також суми синусоїдальних сигналів різних частот. Для підтвердження ефективності пакетної вейвлет-фільтрації зроблено порівняльний аналіз відомих методів на основі загального порога коефіцієнтів деталізації на всіх рівнях вейвлет-декомпозиції.

Ключові слова: вейвлет-аналіз, пакетна вейвлет-фільтрація, ентропія, порогова функція, трешолдинг.

ВСТУП

Вейвлет-аналіз базується на розкладанні сигналу на коефіцієнти апроксимації та деталізації. Перші характеризують згладжений сигнал, а другі — очищення шумової складової [1]. Суть вейвлет-аналізу сигналів зводиться до застосування різних алгоритмів обмеження коефіцієнтів деталізації відновлення сигналу [2]. Отже, найбільш простий метод очищення сигналу від шуму полягає в прирівнюванні до нуля коефіцієнтів деталізації, числове значення яких буде менше ніж порогове [1].

Цей метод називається трешолдингом (порогове оброблення коефіцієнтів). Застосовується трешолдинг із жорстким і м'яким порогами [1, 3]. Ефективність використання порогового оброблення залежить від параметрів правильності вибору типу вейвлета, рівня декомпозиції, вибору методу порогового оброблення (трешолдингу) та критерію обчислення порога [1, 4]. Зазначимо, що цей підхід справедливий за умови, що шумовою складовою сигналу є сигнал, менший за модулем ніж основний [1]. Це припущення не завжди виконується, тому трешолдинг не є універсальним методом. Крім того, істотним недоліком трешолдингу можна вважати порушення гладкості сигналів, що ускладнює його відновлення [5]. Порушення гладкості сигналів фіксуються на спектрограмі вертикальними смугами, піки в сигналах виокремлюються максимумами, а западини — мінімумами вейвлетних коефіцієнтів.

Метод пакетної вейвлет-фільтрації (ПВФ) є узагальненням вейвлет-аналізу з розширеним спектром функцій [6]. Під час пакетної вейвлет-фільтрації застосовують розкладання на апроксимувальні та деталізувальні вейвлет-коефіцієнти. Для багатьох розкладів вихідного сигналу генерується бібліотека баз пакетних вейвлетів з урахуванням вибраної функції вейвлета.

З публікацій відомі поодинокі приклади застосування алгоритмів пакетного вейвлет-аналізу. Показники ПВФ докладно вивчено в [7]. Однак досі не досліджено низку проблем пошуку оптимального набору параметрів алгоритму пакетного вейвлет-аналізу, зокрема для оброблення складних, нестационарних сигналів, у яких інформативними є різкі локальні збурення, за якими ідентифікують стани об'єкта.

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

Метод ПВФ ґрунтується на визначенні області, в якій доцільніше виконувати розкладання сигналу (каскадування банків фільтрів) [7]. Основна відмінність ПВФ полягає в тому, що розкладання відбувається за високочастотними та низькочастотними смугами. Результатом такого підходу є збалансоване дерево алгоритму: вейвлет-декомпозиція та повна декомпозиція сигналу [7].

Наступний крок — це використання критерію або деякої функції порівняння, на основі якої виконується відсікання коефіцієнтів [7, 8]. Найбільш повно вейвлет-пакети описано в [7, 8]. Тут як функцію порівняння використано ентропію — сукупність коефіцієнтів для опису сигналу. Ентропія обчислюється для кожного вузла повного дерева декомпозиції і після порівняння з ентропіями двох нащадків та їхнього загального предка на дереві відсікання відбувається за умови, що ентропія предка виявилася меншою [7, 8]. Однак для розв'язування задачі оброблення зображень, сигналів, отриманих з використанням радіолокаційної або медичної техніки, вибір ентропії як критерію, мабуть, не є найкращим [7].

У [7, 9] запропоновано використовувати функцію Лагранжа як функцію порівняння. Алгоритм є оптимальним деревом розбиття за частотою і простором повної глибини. Відсікання коефіцієнтів відбувається в процесі порівняння з використанням функції Лагранжа [7]. Алгоритм названо одиночним (частотним) деревом [7]. Вейвлет-пакети є більш гнучким засобом порівняно з вейвлет-перетворенням, але вони не змінюються у просторі. Унаслідок цього їх недоцільно застосовувати для оброблення зображень сигналів, що змінюються у просторі.

Метою цієї роботи є дослідження різних комбінацій операцій алгоритму вейвлет-фільтрації для визначення оптимального набору операцій ПВФ та проведення обчислювального експерименту для виявлення сфери застосування методу.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ АЛГОРИТМУ ПВФ

Представимо зашумлений сигнал до фільтрації як суму інформативного сигналу $f(t_i)$ і гауссівського шуму η з нульовим математичним сподіванням:

$$f_{\eta}(t_i) = f(t_i) + \eta, \quad (1)$$

де $f_{\eta}(t_i)$ — зашумлений сигнал до фільтрації.

Згідно з алгоритмом Малла [10] апроксимувальні коефіцієнти $a_{j_0,k}$ розкладаються на апроксимувальні $a_{j_0+1,k}$ і деталізувальні коефіцієнти $d_{j_0+1,k}$ нижчого рівня, а потім процедура застосовується до знову отриманих апроксимувальних коефіцієнтів. Для сигналу з шумом коефіцієнти набувають нових значень

$$\{\tilde{a}_{j,k}\}, \{\tilde{d}_{1,k}\}, \dots, \{\tilde{d}_{j,k}\} \dots \{\tilde{d}_{j+1,k}\}, \quad k=1, 2, \dots, \frac{N}{2^j}, \quad j=1, \dots, J. \quad (2)$$

У рівнянні (2) апроксимувальні коефіцієнти за рівнями розкладання визначають область низьких частот, а деталізувальні — область високих частот (рис. 1). Низькі частоти об'єднані у вузькі діапазони, а високі — у широкі. Реконструкція сигналу (1) у відфільтрований сигнал у випадку обмеження лише коефіцієнтів деталізації визначається співвідношенням

$$\hat{f}(t) = \sum_k [\bar{a}_{j_0,k} \varphi_{j_0,k}(t)] + \sum_{j=1}^J \sum_k [F(\lambda_j) \bar{d}_{j_0,k} \psi_{j_0,k}(t)], \quad (3)$$

де $F(\lambda_j)$ — порогова функція для коефіцієнтів деталізації $\bar{d}_{j_0,k}$, що змінилися під дією шуму; $\varphi_{j_0,k}(t)$, $\psi_{j_0,k}(t)$ — батьківська та материнська функції базового вейвлета реконструкції та декомпозиції відповідно; j_0 — початковий рівень вейвлет-розкладання (декомпозиції); j, k — поточний рівень вейвлет-розкладання та порядковий номер вейвлет-коефіцієнта у вейвлет-розкладанні сигналу відповідно.

Як зазначено раніше, у алгоритмі вейвлет-пакетного розкладання (рис. 2) розкладаються як апроксимувальні $a_{j_0,k}$, так і деталізувальні $d_{j_0,k}$ коефіцієнти також за алгоритмом Малла. Під час кожного такого розкладання вейвлет-функції кожного наступного рівня n отримуємо з вейвлет-функцій попереднього рівня, утворюючи деревоподібну структуру з вузлами та гілками [11]

$$\varphi = \sum_n h_n \varphi(t-n), \quad \psi = \sum_n g_n \psi(t-n), \quad (4)$$

де h_n — коефіцієнти низькочастотного фільтра для поточного рівня розкладання; g_n — коефіцієнти високочастотного фільтра для поточного рівня розкладання. Це дає змогу отримати вузькі діапазони в області високих частот та контролювати високочастотну область.

Ефективність ПВФ залежить від вибору вейвлет-базису, порога та порогової функції для коефіцієнтів апроксимації та деталізації всіх гілок деревоподібної структури вейвлет-пакета для конкретного типу оброблюваного сигналу. Розроблення оптимального алгоритму ПВФ, який може бути застосований до різних типів сигналів, надає змогу суттєво спростити процедуру вибору параметрів пакетної фільтрації і розширити сферу використання ПВФ. Під оптимізацією розумітимемо автоматичний вибір вейвлет-базису, порога та порогової функції для коефіцієнтів апроксимації та деталізації всіх гілок деревоподібної структури вейвлет-пакета.

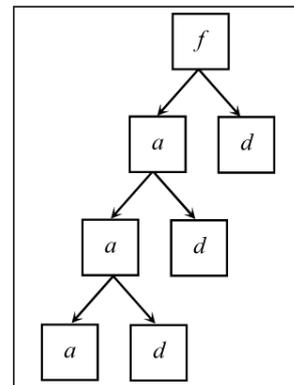


Рис. 1. Банк фільтрів

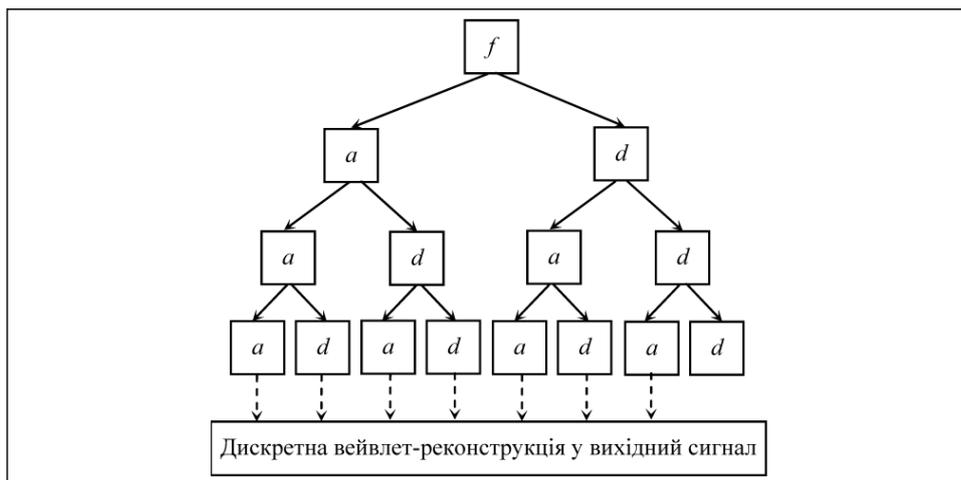


Рис. 2. Вейвлет-пакетне розкладання

ОПТИМАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ ПВФ СИГНАЛІВ

Запишемо співвідношення (3) з урахуванням (4) у вигляді

$$\hat{f}(t) = \sum_{j=1}^J \sum_k [F(\lambda_j) \bar{a}_{j+j_0, k} \varphi_{j+j_0, k}(t)] + \sum_{j=1}^J \sum_k [F(\lambda_j) \bar{d}_{j+j_0, k} \psi_{j+j_0, k}(t)]. \quad (5)$$

Зазначимо, що співвідношення (5) записано для загального рівня λ_j та загальної функції обмеження $F(\lambda_j)$ для коефіцієнтів апроксимації та деталізації згідно з оптимальним алгоритмом.

Зазвичай для оцінювання ефективності ПВФ використовують ентропію сигналу. Ентропія характеризує усередненість сигналу і має бути адитивна щодо нього. Найбільш ефективною є ентропія Шеннона, оскільки у загальному вигляді визначається за співвідношенням [12]:

$$H(\hat{f}) = - \sum_{i=1}^N \hat{f}_i^2 \log(\hat{f}_i^2), \quad (6)$$

де \hat{f} — відфільтрований сигнал.

Точніше значення ентропії (6) можна визначити за гістограмою розподілу (методику визначення детально описано в [13]). Суть методу полягає в обчисленні ентропійного коефіцієнта значення абсолютної ентропійної похибки для вихідної та половинної вибірок даних. Візуальний аналіз близькості гістограм дає змогу ідентифікувати закон розподілу даних [13].

Крім ентропії, будемо використовувати середньоквадратичну похибку E фільтрації сигналу, яка за довжини сигналу N визначається так [14]:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(t_i) - \hat{f}(t_i)]^2. \quad (7)$$

У рівнянні (7) сигнал $f(t_i)$ інформаційний, а сигнал $\hat{f}(t_i)$ частково містить флуктуації, тому в кожний момент часу t_i оцінюватимемо абсолютну похибку $e = f(t_i) - \hat{f}(t_i)$, яка далі усереднюється. Важливо, що E залежить від взаємозв'язку між вибірками сигналу, на відміну від ентропії.

Для порівняння ефективності ПВФ за співвідношенням (5) з фільтрацією за співвідношенням (3) будемо використовувати такі сигнали: Blocks — блоки; Bumps — удари; Heavisine — «важкий» синус; Doppler — доплерівський; Ramp — «пилкоподібний»; HiSine — функція $\sin(0.6902N\pi t)$; LoSine — функція $\sin(0.3333N\pi t)$; LinChirp — з лінійною частотною модуляцією; TwoChirp — з подвійною лінійною частотною модуляцією; QuadChirp — із квадратичною залежністю частоти від часу; MishMash — сума сигналів LinChirp+QuadChirp+HiSine; WernerSorrows — Вернера; HypShirps містить дві частоти з гіперболічними функціями від часу; LinChirps містить дві частоти з лінійними функціями від часу; Chirps — сума чотирьох сигналів з лінійною гіперболічною та квадратичною функціями залежності частот від часу; Gabog — дві модульовані функції Габора; Sineoneoverx — синусоїдальний із частотою, обернено пропорційною часу; Piece-Regular — простий імпульсний; Piece-Polynomial — кусково-поліноміальний; Riemann — недиференційована функція Рімана.

Наведемо фрагмент програми на Python 3.9 для реалізації оптимального алгоритму:

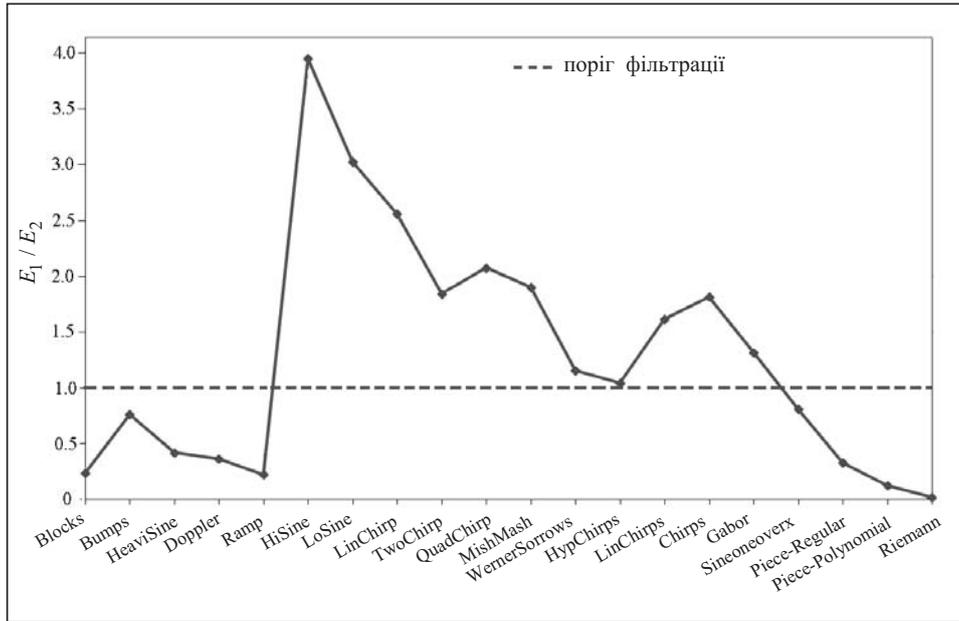


Рис. 4. Відношення похибки методу з порогом для апроксимувальних коефіцієнтів до похибки оптимального методу ПФФ (E_1 — похибка обмеження коефіцієнтів деталізації, E_2 — похибка методу ПФФ)

в [4, 16, 17]. Графіки та спектральні характеристики таких функцій сигналів докладно розглянуто в [18]. Для підтвердження ефективності запропонованого алгоритму пакетного вейвлет-аналізу додатково скористаємося такими співвідношеннями зниження шуму:

$$\begin{cases} U_1 = 10 \lg \frac{\sum f(t_i)^2}{\sum [f_\eta(t_i) - f(t_i)]^2}, \\ U_2 = 10 \lg \frac{\sum f(t_i)^2}{\sum [\hat{f}(t_i) - f(t_i)]^2}, \\ \Delta U = 10 \lg \frac{\sum [f_\eta(t_i) - f(t_i)]^2}{\sum [\hat{f}(t_i) - f(t_i)]^2}, \end{cases} \quad (8)$$

де $\Delta U = U_2 - U_1$ — зменшення потужності шуму під час фільтрації.

Зменшення ентропійної похибки $\Delta h = h_1 - h_2$ визначається за різницею похибок до і після фільтрації h_1 і h_2 , які вимірюються в дитах (1 дит = 3.32193 біт), методом гістограм:

$$\begin{cases} h_1 = 0.5 e^{H_1(d_{1,i})} = 0.5 l_1 n_1 10^{-\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{m_1} n_{1,i} \log(n_{1,i})}, \\ h_2 = 0.5 e^{H_2(d_{2,i})} = 0.5 l_2 n_2 10^{-\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{m_2} n_{2,i} \log(n_{2,i})}, \end{cases} \quad (9)$$

де $H_1(d_{1,i})$, $H_2(d_{2,i})$ — ентропія розподілу зашумленого $f_\eta(t)$ та відфільтрованого $\hat{f}(t_i)$ сигналів відповідно; n_1 , n_2 — обсяги розподілів; l_1 , l_2 — ширина стовпців гістограм; m_1 , m_2 — кількість стовпців гістограм.

Аналіз рис. 5 та рис. 6 підтверджує ефективність застосування оптимального алгоритму вейвлет-фільтрації зниження шуму тих самих функцій, що наведені на рис. 4. Зниження шуму (8) та ентропії сигналу (9) (див. рис. 6) під час

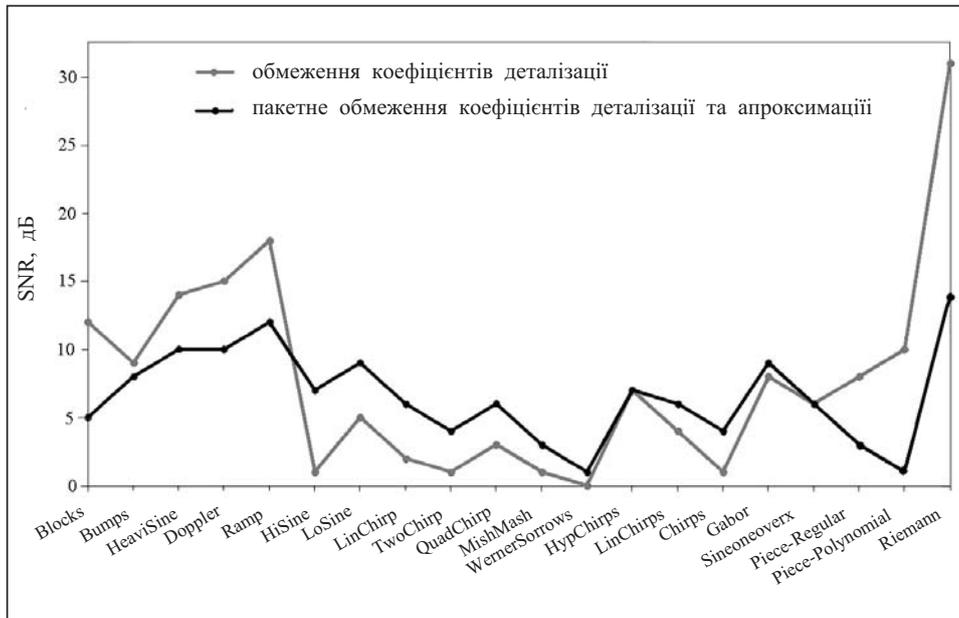


Рис. 5. Зниження шуму під час фільтрації сигналів

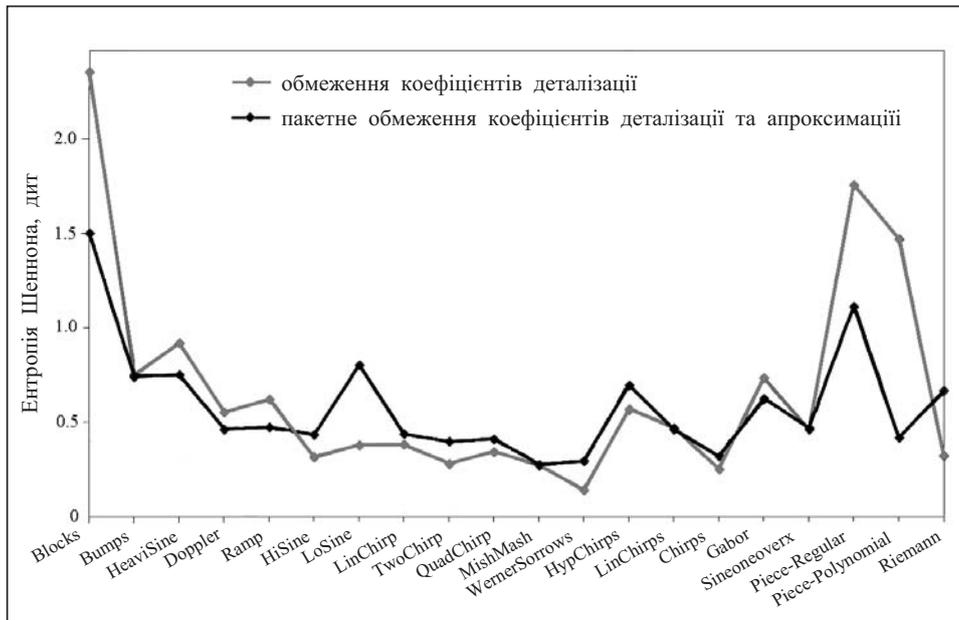


Рис. 6. Зниження ентропії під час фільтрації сигналів

фільтрації ілюструють рис. 4 та рис. 5. Невелике відхилення результатів унаслідок зниження ентропії для сигналу Riemann можна пояснити тим, що функція цього сигналу недиференційована.

Розроблений алгоритм дає змогу визначити вейвлет-функції для декомпозиції сигналу, що забезпечує мінімум середньоквадратичної та ентропійної похибок. Адаптивний алгоритм змінює базовий вейвлет за умови зміни рівня шуму (рис. 7). Для підтвердження ефективності застосування оптимального алгоритму ПФФ можна порівняти отримані результати з відомими результатами досліджень.

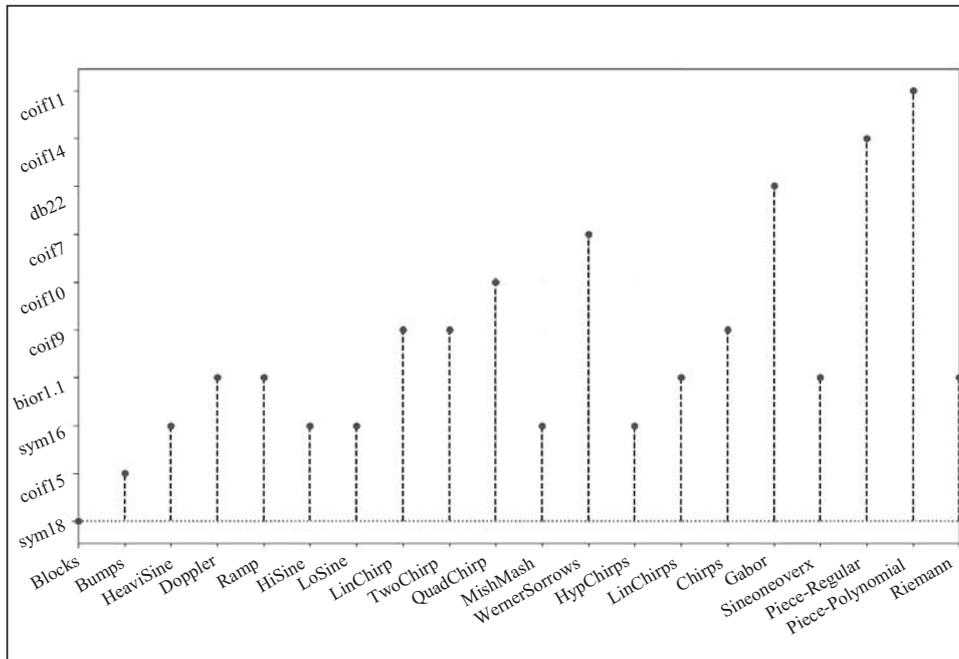


Рис. 7. Базові вейвлети для пакетної фільтрації сигналів за оптимальним алгоритмом рівня шуму ($\sigma = 1.4$, $m = 0$)

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІДОМИХ АЛГОРИТМІВ І РОЗРОБЛЕНОГО АЛГОРИТМУ ПВФ

Можливість ПВФ сигналу BPSK за різних відношень сигнал/шум досліджено в [19]. Тут використано класичний алгоритм ПВФ, застосовуючи який розкладання по дереву (див. рис. 4) завершують у момент досягнення мінімальної ентропії співвідношення (6) у вузлі дерева. Автори [19] припускають, що обмеження дерева до певного рівня дає змогу відсікти гілки з локальними особливостями сигналу, серед яких наявний шум.

Однак у цьому випадку втрачаються і локальні особливості сигналу, не пов'язані з шумом. Запропонований в [19] алгоритм реалізує обмеження коефіцієнтів апроксимації та деталізації від першого до максимально можливого рівня розгалуження. При цьому з умови мінімальної середньоквадратичної похибки фільтрації RMSE визначаються базовий вейвлет і рівень обмеження вейвлет-коефіцієнтів апроксимації та деталізації.

Для порівняльного аналізу отриманих результатів використаємо результати досліджень [19], оскільки тут наведено чисельні значення параметрів досліджуваного сигналу, які дають змогу оцінити відтворюваність алгоритму: BPSK $\Delta f = 40$ МГц, $f_i = 70$ МГц і вейвлет Симлет 4-го порядку (sym4). Результати фільтрації [19] наведено для співвідношення сигнал/шум 0 дБ, похибка на вході бортового приймача становила 15 %. Використаємо зазначені відомі дані для отримання результатів, застосувавши запропонований алгоритм (рис. 8).

З наведеного на рис. 8 графіка випливає, що застосування оптимального алгоритму дає змогу знизити похибку фільтрації з 15 до 4 %. При цьому особливості сигналу не спотворюються, що зменшує похибку відновлення. Базовий вейвлет sym15 відрізняється від наведеного в [19] порядком (-15 замість 4). Порогова функція *garotte*, при цьому поріг обмеження вейвлет-коефіцієнтів не перевищує шуму.

Для отримання обґрунтованих висновків порівняємо отримані результати з результатами із [20]. Тут досліджували ПВФ за таким алгоритмом: вибирали прийнятну базисну функцію вейвлета і виконували декомпозицію сигналу для отримання вейвлет-коефіцієнтів, оптимальну базу пакетів вейвлетів вибирали відповідно до

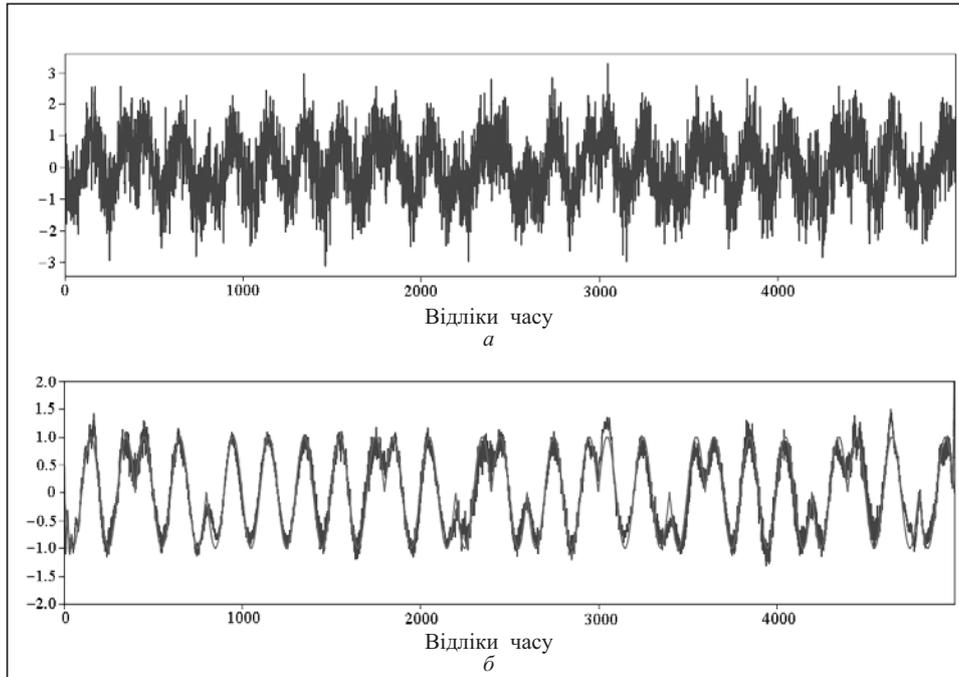


Рис. 8. Результати фільтрації сигналу з використанням запропонованого оптимального алгоритму для співвідношення сигнал/шум 0 дБ: BSPK сигнал з адитивним гауссівським шумом до фільтрації 0 дБ (а); відфільтрований ПФФ до 10.52 дБ BSPK сигнал (б); похибка фільтрації 4.0 %; рівень 7

функції величини похибки. Було отримано тришарове дерево вейвлет-пакетної декомпозиції. Коефіцієнти основного частотного вузла вилучали в третьому шарі. Згідно з вилученими коефіцієнтами проводили реконструкцію в сигналі.

Спільною з двома відомими алгоритмами [19, 20] та із запропонованим оптимальним алгоритмом є лише процедура вибору базового вейвлета за умови мінімізації похибки. Однак фіксоване обмеження лише третім шаром спричиняє похибку, аналогічну до наведеної в [19]. Для представлення результатів порівняння алгоритмів згенеруємо сигнал, який відтворює ультразвуковий імпульс, що використовується для діагностики бетону в [20]. Для порівняння алгоритмів фільтрації виберемо параметри із [20], що дасть змогу чисельно оцінити результати фільтрації:

— відношення сигнал/шум

$$SNR = 10 \lg \left[\frac{\sum_{n=1}^N S(n)^2}{\sum_{n=1}^N (S(n) - X(n))^2} \right]; \quad (10)$$

— середньоквадратична похибка

$$RMSE = \sqrt{\sum_{n=1}^N (X(n) - S(n))^2 / N}; \quad (11)$$

— коефіцієнт кореляції Пірсона

$$PCC = \text{cov}(X(n), S(n)) / \sigma_X \sigma_S; \quad (12)$$

— гладкість

$$SM = \sum_{n=1}^{N-1} [S(n+1) - S(n)]^2 / \sum_{n=1}^{N-1} [S(n+1) - X(n)]^2. \quad (13)$$

У наведених рівняннях (10)–(13) $X(n)$ — вихідний сигнал, $S(n)$ — сигнал після вилучення шуму, N — довжина сигналу, σ_X та σ_S — стандартні відхилення $X(n)$ та $S(n)$.

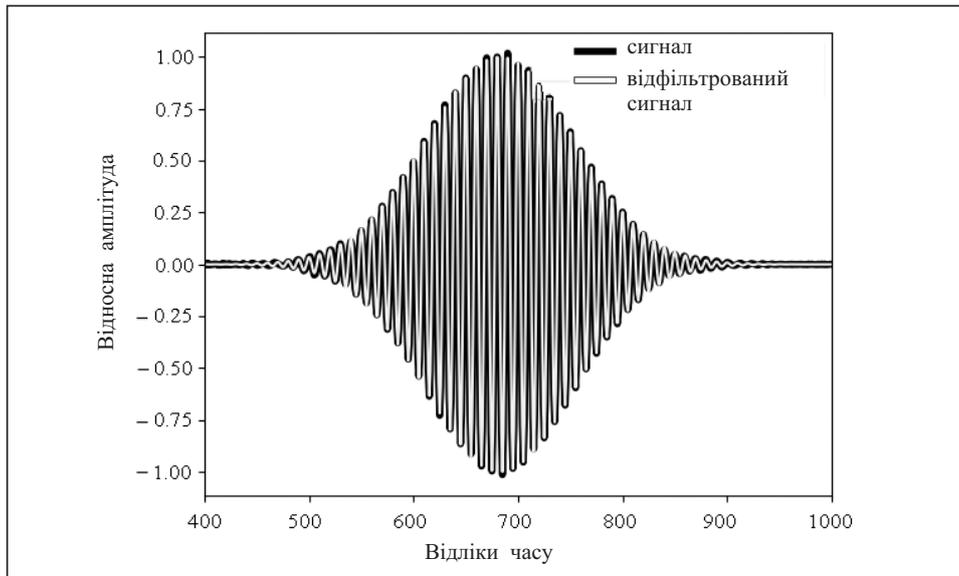


Рис. 9. Результат ПВФ за оптимальним алгоритмом для співвідношення сигнал/шум 20 дБ

Таблиця 1. Обчислювальні операції для програмної реалізації запропонованого оптимального алгоритму ПВФ та відомих методів

Обчислювальна операція алгоритму	Алгоритми вейвлет-фільтрації		
	Трешолдинг (порогове оброблення)	ПВФ з відсіканням за значенням ентропії	Оптимальний алгоритм ПВФ з відсіканням за значенням ентропії та середньоквадратичної похибки
1. Декомпозиція сигналу з використанням коефіцієнтів деталізації $d_{j_0+1,k}$	+	+	+
2. Декомпозиція сигналу з використанням коефіцієнтів апроксимації $a_{j_0+1,k}$	—	+	+
3. Визначення порогової функції	+	+	+
4. Обчислення ентропії $H(\hat{f}) = -\sum_{i=1}^N \hat{f}_i^2 \log(\hat{f}_i^2)$	—	+	+
5. Обчислення середньоквадратичної похибки $E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(t_i) - \hat{f}(t_i)]^2$	—	—	+
6. Реконструкція сигналу після порогового оброблення коефіцієнтів	+	+	+

У [20] було змодельовано сигнали відповідно до співвідношення

$$s(t) = \beta e^{-2(t-\tau)^2} \cos(2\pi f_s(t-\tau) + \varphi). \quad (14)$$

Під час обчислень (14) до сигналу додано шум $SNR = 20$ дБ, після усереднень отримано такі параметри: $SNR = 11.1728$ дБ, $RMSE = 0.0147$, $PCC = 0.9598$, $SM = 0.3344$. Було застосовано вейвлет-функцію Добеші.

Порівняємо результати фільтрації з використанням відомого алгоритму та розробленого оптимального алгоритму ПВФ (рис. 9). Застосування оптимально-

го алгоритму ПВФ з базовим вейвлетом d_{meu} дає змогу отримати значно меншу похибку $RMSE = 0.006$, більшу кореляцію $PCC = 0.99$, $SM = 0.68$ порівняно з результатами дослідження [20].

Результати чисельної оцінки фільтрації дають змогу зробити висновок про переваги запропонованого алгоритму. Останній не є найпростішим із відомих. Однак переконливою перевагою є можливість скорочення похибки фільтрації. Порівняльний аналіз обчислювальної складності розробленого алгоритму пакетної фільтрації наведено у табл. 1.

З табл. 1 видно, що запропонований алгоритм порівняно з трешолдингом містить додаткові операції 2, 3 і 4. Однак застосовність розробленого алгоритму до різних типів сигналів і мінімальна похибка за обмежень коефіцієнтів апроксимації і деталізації на всіх рівнях для сигналів HiSine, LoSine, LinChirp, TwoChirp, QuadChirp, MisMash, WernerSorrow, HupChirps, LinChirps тільки у разі вибору базового вейвлета підтверджують ефективність запропонованої оптимальної ПВФ.

ВИСНОВКИ

Розроблено алгоритм ПВФ, який включає циклічне переміщення гілками дерева вейвлет-пакета з обмеженням на кожній гілці коефіцієнтів апроксимації та деталізації до моменту досягнення мінімальної середньоквадратичної похибки за оптимальних параметрах вейвлет-порога та порогової функції.

Для визначення ефективності застосування розробленого алгоритму виконано обчислювальний експеримент з використанням 20 найбільш застосовних сигналів, серед яких сигнали з лінійною та нелінійною частотними модуляціями, а також суми синусоїдальних сигналів різних частот. Установлено, що фільтрації вейвлет-пакетом з використанням оптимального алгоритму для сигналів HiSine, LoSine, LinChirp, TwoChirp, QuadChirp, MisMash, WernerSorrow, HupChirps, LinChirps, Chirps, Gabog забезпечують меншу похибку ніж інші методи вейвлет-фільтрації. Для сигналів типу Rimann для відомих методів вейвлет-фільтрації ентропія у вузлах дерева вейвлет-розкладання може не залежати від похибки фільтрації. Пакетна вейвлет-фільтрація сигналів з використанням оптимального алгоритму забезпечує мінімальну похибку за обмежень коефіцієнтів апроксимації та деталізації на всіх рівнях для сигналів HiSine, LoSine, LinChirp, TwoChirp, QuadChirp, MisMash, WernerSorrow, HupChirps, LinChirps тільки під час вибору базового вейвлета.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гапочкин А.В., Попов Д.И. Повышение точности вейвлет-анализа звуковых сигналов. *Информационно-телекоммуникационные системы и технологии*. 2015. С. 224.
2. Олійник О.Ю., Тараненко Ю.К. Система безперервного вібромоніторингу стану технологічного обладнання з машинним навчанням класифікатору. *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*. 2020. Т. 48, № 2. С. 18–26. <https://doi.org/10.31649/1999-9941-2020-48-2-18-26>.
3. Wunnava A., Naik M.K., Panda R., Jena B., Abraham A. A novel interdependence based multilevel thresholding technique using adaptive equilibrium optimizer. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2020. Vol. 94. 103836. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.103836>.
4. Лоза В.Н., Ленков Е.С. Особенности применения пакетных алгоритмов вейвлет-анализа при обработке сигналов. *Системы обработки информации*. 2016. № 7. С. 66–71.
5. Шумарова О.С., Игнатъев С.А. Оптимальный выбор вида вейвлета при обработке сигнала с вихретокового датчика. *Вестник Саратовского государственного технического университета*. 2013. Т. 4.1 (73), С. 128–132.
6. Браун В.О., Долгушин В.П., Лоза В.Н., Пампуха И.В. Исследование возможностей и характеристик методов снижения уровня шума при обработке сигналов, основанных на применении вейвлет-технологии. *Журнал радиоэлектроники*. 2014. № 7. С. 66–71.

7. Иванов М.А. Применение вейвлет-преобразований в кодировании изображений. 2004. 19 с. URL: https://www.iis.nsk.su/files/articles/sbor_kas_10_ivanov.pdf.
8. Абдуллаев Н.Т., Дышин О.А. Хасмамедова Г.Т. Спектральный анализ электрокардиографических сигналов на основе вейвлет-пакетной обработки. *Медицинская техника*. 2010. № 1(259). С. 30.
9. Shi Z., We G.W., Kour D.J., Hoffman D.K. Lagrange wavelets for signal processing. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2001. Vol. 10, N 10. P. 1488–1508. <https://doi.org/10.1109/83.951535>.
10. Mallat S.G. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L^2(R)$. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1989. Vol. 315, N 1. P. 69–87.
11. Дьяконов В.П. Matlab 6.5 SP1/7.0 Simulink 5/6. Обработка сигналов и проектирование фильтров. Москва: СОЛОН-Пресс. 2010. 576 с.
12. Song M., Zhu Q., Peng J., Gonzalez E. D. S. Improving the evaluation of cross efficiencies: A method based on Shannon entropy weight. *Computers & Industrial Engineering*. 2017. Vol. 112. P. 99–106. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.07.023>.
13. Oliynyk O., Taranenko Yu. Automated system for identification of data distribution laws by analysis of histogram proximity with sample reduction. *Ukrainian Metrological Journal*. 2021. N 3. P. 31–37.
14. Онуфрієнко Д.М., Тараненко Ю.К. Фільтрування та стиснення сигналів методом дискретного вейвлет-перетворення в одновимірні ряди. *Кібернетика та системний аналіз*. 2023. Т. 59, № 2. С. 173–181.
15. Тараненко Ю.К. Методы дискретной вейвлет-фильтрации измерительных сигналов: Алгоритм выбора метода. *Измерительная техника*. 2021. № 10. С. 14–20. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-10-14-20>.
16. Можаров Г.П. Сравнительный анализ адаптивных алгоритмов вейвлет-пакетов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Приборостроение*. 2016. № 1 (106). С. 75–88. <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2016-1-75-88>.
17. Zarei A., Asl B.M. Automatic seizure detection using orthogonal matching pursuit, discrete wavelet transform, and entropy based features of EEG signals. *Computers in Biology and Medicine*. 2021. Vol. 131. 104250. <https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2021.104250>.
18. Тараненко Ю.К., Ризун Н.О. Вейвлет-фильтрация сигналов без использования модельных функций. *Вісті вищих навчальних закладів. Радіоелектроніка*. 2022. Т. 65, № 2. С. 110–125. <https://doi.org/10.20535/S0021347022020042>.
19. Демаков Н.В., Кузовников А.В., Пашков А.Е., Анжина В.А. Фильтрация сигналов с помощью вейвлет-преобразования. *Сибирский аэрокосмический журнал*. 2008. Т. 20. С. 40–44.
20. Salman M.S., Eleyan A., Al-Sheikh B. Discrete wavelet transform recursive inverse algorithm using second-order estimation of the autocorrelation matrix. *Telecommunication, Computing, Electronics and Control*. 2020. Vol. 18, N 6. P. 3073–3079. <https://doi.org/10.12928/telkomnika.v18i6.16191>.

Yu.K. Taranenko, O.Yu. Oliynyk

OPTIMIZING THE ALGORITHM OF THE WAVELET PACKET SIGNAL FILTERING

Abstract. A wavelet packet filtering algorithm has been developed, which includes cyclic movement along the branches of the wavelet packet tree with a constraint on each branch of the approximation and detail coefficients until the minimum root-mean-square error is attained, with the optimal parameters of the wavelet threshold and threshold function. To calculate the root-mean-square error of filtering, after each cycle of processing the wavelet decomposition coefficients, the signal is reconstructed in the time domain. In the next cycle, the received signal is decomposed into approximation and detail coefficients until the root-mean-square error reaches a minimum for all possible values of the basic wavelet-threshold and the threshold function. The study was conducted with twenty of the most commonly used signals, including signals with linear and non-linear frequencies. To confirm the efficiency of packet wavelet filtering, a comparative analysis with the known methods based on a common threshold of detail coefficients at all levels of wavelet decomposition is given.

Keywords: wavelet analysis, packet wavelet filtering, entropy, threshold function, thresholding.

Надійшла до редакції 04.03.2023