

**О.Д. ПОЛІЩУК**

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна,  
e-mail: *od\_polishchuk@ukr.net*.

**М.С. ЯДЖАК**

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України; Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,  
e-mail: *yadzhak\_ms@ukr.net*.

**АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ АВТОТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ МІСТА МЕТОДАМИ *U*-СТАТИСТИК.**

**II. ОПТИМІЗАЦІЯ МЕТОДИКИ ІНТЕРАКТИВНОГО ОЦІНЮВАННЯ**

**Анотація.** Формалізовано методику інтерактивного оцінювання ефективності функціонування автотранспортної системи великого міста на основі використання методів *U*-статистик. Для оптимізації цієї методики запропоновано ефективні алгоритмічні конструкції паралельного виконання локального, агрегованого та прогностичного оцінювання складових системи на сучасних обчислювальних засобах — багатоядерних комп'ютерах, кластерах, гібридних архітектурах та високопродуктивних обчислювальних середовищах. Одержані наукові результати дають змогу в режимі реального часу оцінювати ефективність функціонування автотранспортної системи міста.

**Ключові слова:** автотранспортна система, *U*-статистика, оцінювання, агрегація, прогнозування, розпаралелювання обчислень, прискорення, автономні гілки.

**ВСТУП**

Розглядатимемо автотранспортну систему (АТС) великого міста як мережеву систему із частково впорядкованим рухом потоків, а саме засобів громадського транспорту (ЗГТ). Серед основних причин неефективного функціонування АТС можна виокремити недоліки дорожньої інфраструктури (відсутність зручних розв'язок, незадовільний стан шляхів або транспортних засобів, низька пропускна здатність доріг, надмірна щільність транспортних потоків тощо) [1], а також неналежну організацію руху за допомогою світлофорів. Зазначимо, що на якість роботи цієї системи та на її стан впливають чимало негативних випадкових чинників, серед яких ДТП, катаклізми, кліматичні умови, загроза терористичних актів або військових дій [2] тощо.

Сучасні засоби GPS-моніторингу дають змогу в режимі реального часу відстежувати місцезнаходження транспортного засобу, визначати його швидкість, місце та тривалість зупинок, фіксувати перетин контрольних зон та найменші відхилення від заданого маршруту [3] тощо. На підставі цих даних можна формувати детальні звіти про пересування конкретного транспортного засобу і використовувати їх як для оцінювання стану цього транспортного засобу, так і для аналізу стану та якості функціонування АТС. Зазначимо, що згадані технології дають змогу визначати щільність, інтенсивність та обсяги транспортних потоків, які пересуваються ребрами автотранспортної мережі (АТМ) [4, 5]. Аналіз таких даних, одержаних для системи громадського транспорту, надає можливість робити в режимі реального часу опосередковані, але достатньо обґрунтовані висновки про її стан і якість функціонування. Унаслідок цього можна здійснювати адекватне та своєчасне реагування на транспортні ситуації, що виникають у місті [6].

У [7] запропоновано ефективну методику інтерактивного оцінювання АТС великого міста. Ця методика ґрунтується на використанні методу *U*-статистик [8, 9] та поєднує процедури локального, прогностичного та агрегованого оціню-

вання стану і процесу функціонування складових системи різних рівнів ієрархії. Згадана методика використовує значні обсяги вхідних даних, які надходять у режимі реального часу, і потребує оптимізації за часом реалізації для своєчасного прийняття необхідних рішень. Оптимізацію будемо здійснювати на підставі використання паралельних методів організації обчислень [10–14].

Метою статті є формалізація інтерактивної методики оцінювання і прогнозування стану та ефективності функціонування АТС великого міста на основі методу  $U$ -статистик і розроблення паралельних алгоритмів реалізації цієї методики.

#### ФОРМАЛІЗАЦІЯ ПРОЦЕДУРИ ЛОКАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Для уніфікації способів оцінювання руху ЗГТ на елементарних ділянках шляху та перехрестях АТМ згідно з [7] визначаємо такі сукупності:

$$\mathbf{t}_i^{a,j} = \{t_{ik}^a\}_{k=1}^j; \mathbf{t}_i^{h,j} = \{t_{ik}^h\}_{k=1}^j, \quad (1)$$

у яких  $t_{ik}^a = s_i / v_{ik}^a$ ,  $t_{ik}^h = s_i / v_{ik}^h$ , де  $s_i$  — довжина  $i$ -ї елементарної ділянки ( $i = \overline{1, L}$ );  $L$  — кількість елементарних ділянок, з яких складається АТМ міста та якими рухається громадський транспорт;  $v_{ik}^a$  — середня швидкість руху на  $i$ -й елементарній ділянці  $k$ -го з початку доби ЗГТ;  $v_{ik}^h$  — середня очікувана або обчислена на підставі попередніх статистичних досліджень швидкість руху на  $i$ -й ділянці автотранспортних засобів у момент  $t_j \in [00:00, 24:00]$ .

Далі обчислюємо головну  $U_{ij}$ - та  $U_{ij}^m$ -,  $U_{ij}^s$ -,  $U_{ij}^c$ -статистики руху на  $i$ -й ділянці АТМ протягом періоду  $[0, t_j]$ . При цьому  $U_{ij}$ -статистика визначає відносне відхилення реального часу руху ЗГТ від очікуваного. За статистикою  $U_{ij}^m$  оцінюють систематичну похибку або наскільки середнє арифметичне значення реальних даних відрізняється від відповідного значення очікуваних показників,  $U_{ij}^s$ -статистика надає змогу оцінювати міру збігу очікуваних і реальних швидкостей ЗГТ. За статистикою  $U_{ij}^c$  оцінюють залишкову похибку і вона дає змогу виокремити випадки, коли задовільні за першими двома  $U_{ij}^m$ -,  $U_{ij}^s$ -статистиками реальні дані взаємно компенсують похибки спостережень. Зокрема,  $U_{ij}$ -статистика обчислюється так [7]:

$$U_{ij} = \|\mathbf{t}_i^{a,j} - \mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j} / (\|\mathbf{t}_i^{a,j}\|_{R^j} + \|\mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j}), \quad (2)$$

де  $\|\mathbf{t}\|_{R^j} = \sqrt{\sum_{k=1}^j t_k^2}$ . Тут  $j = \overline{1, N_i}$ ,  $i = \overline{1, L}$ ,  $N_i$  — максимальна кількість ЗГТ, які рухаються  $i$ -ю ділянкою протягом доби.

На підставі обчислених значень згаданих  $U$ -статистик формуємо уточнені бальні оцінки їхньої поведінки протягом періоду  $[0, t_j]$ . При цьому зважаємо на те, що ці статистики набувають значень із проміжку  $[0, 1]$  та поведінка оцінюваних характеристик руху ЗГТ є тим кращою, чим ближчими є значення  $U_{ij}$ -,  $U_{ij}^m$ - та  $U_{ij}^s$ -статистик до 0, а значення  $U_{ij}^c$ -статистики — до 1. Тому інтерактивну статистичну уточнену бальну оцінку, наприклад  $e_{U_{ij}}(\mathbf{t}_i^{a,j})$ , поведінки сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  за головною статистикою  $U_{ij}$  визначаємо так:

$$e_{U_{ij}}(\mathbf{t}_i^{a,j}) = \begin{cases} 5, & U_{ij} \in [0.00; \gamma_1], \\ 4 + 4(\gamma_2 - U_{ij}), & U_{ij} \in ]\gamma_1; \gamma_2], \\ 3 + 4(\gamma_3 - U_{ij}), & U_{ij} \in ]\gamma_2; \gamma_3], \\ 2, & U_{ij} \in ]\gamma_3; 1.00]. \end{cases} \quad (3)$$

Аналогічно визначають інтерактивні статистичні оцінки  $e_{U_{ij}^m}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  та  $e_{U_{ij}^s}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  поведінки сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  за  $U_{ij}^m$ - та  $U_{ij}^s$ -статистиками відповідно ( $j = \overline{1, N_i}; i = \overline{1, L}$ ). Зауважимо, що формула для визначення інтерактивної статистичної оцінки  $e_{U_{ij}^c}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  поведінки сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  за  $U_{ij}^c$ -статистикою має схожу структуру [7].

Далі отримуємо узагальнений висновок  $E_{ij}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  про поведінку сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  протягом періоду  $[0, t_j]$  та відповідний фінальний узагальнений висновок  $E_{i, N_i}(\mathbf{t}_i^{a, N_i})$  протягом доби за усіма  $U$ -статистиками, використовуючи метод лінійної агрегації, тобто

$$E_{i, N_i}(\mathbf{t}_i^{a, N_i}) = (e_{U_{ij}}(\mathbf{t}_i^{a, N_i}) + e_{U_{ij}^m}(\mathbf{t}_i^{a, N_i}) + e_{U_{ij}^s}(\mathbf{t}_i^{a, N_i}) + e_{U_{ij}^c}(\mathbf{t}_i^{a, N_i})) / 4, \quad i = \overline{1, L}. \quad (4)$$

Для аналізу результатів неперервного моніторингу часу перетину ЗГТ регульованих перехресть, розташованих на шляху їхнього руху, на підставі методів  $U$ -статистик та обчислення відповідних уточнених бальних оцінок ефективності роботи світлофорів також використовують співвідношення (2)–(4), при цьому сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  та  $\mathbf{t}_i^{h,j}$  інтерпретують відповідно, як реальні та очікувані значення часу затримки ЗГТ перед світлофором.

#### ФОРМАЛІЗАЦІЯ ПРОЦЕДУРИ АГРЕГОВАНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Загалом вважаємо, що АТС міста поділено на  $R$  районів, які відрізняються особливостями структури та процесу функціонування системи. Структуру  $r$ -го району утворюють  $K_r$  вузлів та  $N_r^0$  ребер. Останні утворюють  $N_r^g$  груп заданої пріоритетності. Зауважимо, що структуру кожного ребра будемо визначати як послідовність елементарних ділянок автошляху, розділених світлофорами та зупинками ЗГТ. Кількість таких ділянок у  $k$ -му ребрі  $r$ -го району становить  $L_{r,k}$ .

Розглянемо побудову агрегованих висновків про стан ребер, підмереж району та інфраструктури міста загалом. Нехай  $E_{l,m}^{r,k}$  — обчислений за формулою (4) узагальнений висновок про стан  $l$ -ї ділянки  $k$ -го ребра  $r$ -го району АТС, отриманий унаслідок неперервного моніторингу руху ЗГТ цією ділянкою протягом  $m$ -ї доби ( $m = \overline{1, M}$ ).

Узагальнений висновок  $E_{l,M}^{r,k}$  про стан досліджуваної ділянки протягом  $M$  діб згідно з [7] отримуємо методом нелінійної агрегації (МНА) за співвідношенням:

$$E_{l,M}^{r,k} = \prod_{m=1}^M E_{l,m}^{r,k} / (\varepsilon_{l,M}^{r,k})^{M-1}, \quad (5)$$

де  $\varepsilon_{l,M}^{r,k} = \sum_{m=1}^M E_{l,m}^{r,k} / M$ .

Далі, аналогічно до (5), використовуючи МНА, будемо узагальнений висновок  $E_M^{r,k}$  про стан ребра АТМ, яке складається з уже оцінених  $L_{r,k}$  елементарних ділянок.

Висновок  $E_M^r$  про стан автошляхів району одержуємо методом гібридної агрегації (МГА):

$$E_M^r = \sum_{n=1}^{N_r^g} (\rho_n^r \tilde{E}_M^{r,n}) / \sum_{n=1}^{N_r^g} \rho_n^r, \quad (6)$$

де  $\rho_n^r (n=1, N_r^g)$  — пріоритетність груп ребер;  $\tilde{E}_M^{r,n}$  — узагальнений висновок для сукупності ребер  $n$ -ї групи, отриманий МНА.

Далі, аналогічно до (6), використовуючи МГА, будемо узагальнений висновок  $E_M$  про стан транспортної інфраструктури АТС міста з урахуванням пріоритетності  $N$  груп районів та узагальненого висновку для сукупності районів кожної групи, отриманого МНА.

Доцільно використовувати також прогнозування поведінки оцінок типу  $E_M^{r,k}$ ,  $E_M^r$  та  $E_M$  під час планування термінів та обсягів необхідних ремонтних робіт автошляхів міста і пов'язаних з ними витрат [15].

Розглянемо побудову узагальнених висновків для сукупності локальних оцінок, які характеризують ефективність режимів роботи світлофорів на автошляхах міста. Ці висновки формуються, аналогічно до розглянутих раніше, і передбачають виконання таких кроків [7]:

— нелінійна агрегація за часом (подобово) оцінок режиму роботи окремого світлофора протягом певного періоду часу;

— побудова МНА та прогноз поведінки узагальненого висновку про ефективність роботи всіх оцінюваних на попередньому кроці світлофорів окремого регульованого перехрестя АТМ;

— побудова на основі МГА та прогнозування поведінки узагальненого висновку про ефективність роботи усіх світлофорів району міста з урахуванням пріоритетності окремих його регульованих перехресть;

— побудова на підставі МГА та прогнозування поведінки висновку про ефективність роботи усіх світлофорів міста з урахуванням пріоритетності окремих його районів.

Доцільним також є агреговане оцінювання для аналізу та прогнозування розвитку поточної автотранспортної ситуації, що склалася на окремому маршруті руху ЗГТ, у районі міста або його АТС загалом. При цьому враховується пріоритетність окремих ребер та світлофорів (розташованих, наприклад, на шляху заданого маршруту).

Зазначимо також, що агреговані оцінки можна будувати і для сукупності елементарних ділянок шляху та світлофорів, які складають АТМ міста.

#### РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ ОПРАЦЮВАННЯ ДАНИХ ПІД ЧАС ЛОКАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Для паралельного опрацювання даних під час локального оцінювання пропонуємо паралельно-послідовний підхід з використанням примітивів галуження, злиття *fork*, *join* [16]:

$$\text{fork}(h_1^a, h_2^a, \dots, h_{2N_\Sigma}^a) \text{join}$$

$$\text{fork}(h_1^{nor}, h_2^{nor}, \dots, h_{3N_\Sigma}^{nor}) \text{join}$$

$$\text{fork}(h_1^U, h_2^U, \dots, h_{4N_\Sigma}^U) \text{join} \quad (7)$$

$$\text{fork}(h_1^e, h_2^e, \dots, h_{4N_\Sigma}^e) \text{join}$$

$$\text{fork}(h_1^E, h_2^E, \dots, h_{N_\Sigma}^E) \text{join}.$$

У наведеній алгоритмічній конструкції (7)  $N_\Sigma = N_1 + N_2 + \dots + N_L$ ;  $h_l^a$  ( $l=1, 2N_\Sigma$ ),  $h_l^{nor}$  ( $l=1, 3N_\Sigma$ ),  $h_n^U$ ,  $h_n^e$  ( $n=1, 4N_\Sigma$ ) та  $h_{n_1}^E$  ( $n_1=1, N_\Sigma$ ) — набори автономних паралельних гілок, в кожному з яких обчислюються відповідно сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  та  $\mathbf{t}_i^{h,j}$ ; норми  $\|\mathbf{t}_i^{a,j} - \mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j}$ ,  $\|\mathbf{t}_i^{a,j}\|_{R^j}$  та  $\|\mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j}$ ; значення статистик  $U_{ij}$ ,  $U_{ij}^m$ ,  $U_{ij}^s$  та  $U_{ij}^c$ ; оцінки  $e_{U_{ij}}(\mathbf{t}_i^{a,j})$ ,  $e_{U_{ij}^m}(\mathbf{t}_i^{a,j})$ ,  $e_{U_{ij}^s}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  та  $e_{U_{ij}^c}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  і узагальнені висновки  $E_{ij}(\mathbf{t}_i^{a,j})$ . При цьому слід мати на увазі, що  $j=1, N_j$ ;  $i=1, L$ .

Зазначимо, що запропонована алгоритмічна конструкція (7) дає змогу під час локального оцінювання залучати значний обсяг паралелізму. Однак потрібно враховувати, що існують додаткові резерви паралелізму, зокрема, під час обчислення власне норми, конкретного значення тієї чи іншої статистики, а також уточненої бальної оцінки (наприклад, перевірку умов можна здійснювати одночасно) та узагальненого висновку (додавання оцінок можна здійснювати в режимі повного двійкового дерева). Згадані резерви є несуттєвими, тому їх не розглядатимемо детальніше.

Далі оцінимо прискорення для паралельних обчислень згідно з (7). Зазначимо, що паралельні гілки в межах кожного із наведених раніше наборів мають приблизно однакову складність. Припустимо, що час обчислень для кожного набору гілок становить відповідно  $t_1^a$ ,  $t_2^{nor}$ ,  $t_3^U$ ,  $t_4^e$ ,  $t_5^E$ . Отже, час обчислень, виконуваних під час локального оцінювання в послідовному режимі, становитиме

$$(2t_1^a + 3t_2^{nor} + 4(t_3^U + t_4^e) + t_5^E)N_\Sigma, \quad (8)$$

а в паралельному режимі згідно з (7) обчислюватиметься за формулою

$$t_1^a + t_2^{nor} + t_3^U + t_4^e + t_5^E. \quad (9)$$

На підставі (8) і (9) отримуємо формулу для прискорення  $S_1$  паралельних обчислень [17], виконуваних під час локального оцінювання:

$$S_1 = (2t_1^a + 3t_2^{nor} + 4(t_3^U + t_4^e) + t_5^E)N_\Sigma / (t_1^a + t_2^{nor} + t_3^U + t_4^e + t_5^E). \quad (10)$$

Після деяких еквівалентних перетворень із (10) отримуємо

$$S_1 = (2 + (t_2^{nor} + 2t_3^U + 2t_4^e - t_5^E) / (t_1^a + t_2^{nor} + t_3^U + t_4^e + t_5^E))N_\Sigma.$$

Оцінивши складність відповідних обчислень, легко отримати, що  $t_2^{nor} + 2t_3^U + 2t_4^e - t_5^E > 0$ , тобто на основі цієї нерівності одержуємо, що  $S_1 > 2N_\Sigma$ .

Оскільки передбачається, що під час досліджень розглядається значна кількість елементарних ділянок, по кожній з яких протягом доби рухається багато ЗГТ, тобто ділянки є достатньо завантаженими, то можна очікувати, що прискорення  $S_1$  паралельних обчислень буде суттєвим.

Конструкція (7) складається з автономних паралельних гілок, тому не буде виникати жодних неочікуваних проблем під час її програмної реалізації на сучасних паралельних обчислювальних системах [18], таких як багатоядерні комп'ютери та кластери, які зараз є широкодоступними засобами.

Локальне оцінювання проходження ЗГТ ділянок АТС та ефективності роботи світлофорів можна здійснювати одночасно, тобто паралельно.

#### ОРГАНІЗАЦІЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ПІД ЧАС АГРЕГОВАНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Для ефективної реалізації процедури агрегованого оцінювання запропоновано алгоритмічну конструкцію, яка також використовує паралельно-послідовний підхід до організації обчислень:

$$\begin{aligned} & \text{fork } (h_1^M, h_2^M, \dots, h_{M_1}^M) \text{ join} \\ & \text{fork } (h_1^L, h_2^L, \dots, h_{M_2}^L) \text{ join} \\ & \text{fork } (h_1^N, h_2^N, \dots, h_R^N) \text{ join} \\ & h^E, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $h_{i_1}^M$  ( $i_1 = \overline{1, M_1}$ ),  $h_{i_2}^L$  ( $i_2 = \overline{1, M_2}$ ),  $h_{i_3}^N$  ( $i_3 = \overline{1, R}$ ) — набори повністю автономних паралельних гілок для обчислення відповідно агрегованих оцінок  $E_{l,M}^{r,k}$  ( $l = \overline{1, L_{r,k}}$ ;  $k = \overline{1, N_r^0}$ ;  $r = \overline{1, R}$ ),  $E_M^{r,k}$  ( $k = \overline{1, N_r^0}$ ;  $r = \overline{1, R}$ ),  $E_M^r$  ( $r = \overline{1, R}$ ), а  $h^E$  — фрагмент, у якому обчислюється оцінка  $E_M$ . При цьому

$$M_1 = \sum_{r=1}^R \sum_{k=1}^{N_r^0} L_{r,k}; \quad M_2 = \sum_{r=1}^R N_r^0.$$

Припустимо, що часи обчислень, виконуваних у гілках  $h_{i_1}^M, h_{i_2}^L, h_{i_3}^N$ , дорівнюють відповідно  $t_{i_1}^M, t_{i_2}^L, t_{i_3}^N$  ( $i_1 = \overline{1, M_1}$ ;  $i_2 = \overline{1, M_2}$ ;  $i_3 = \overline{1, R}$ ), а час обчислення у фрагменті  $h^E$  становить  $t^0$ . Унаслідок цього одержимо, що час обчислень, виконуваних під час агрегованого оцінювання в послідовному режимі, становитиме

$$\sum_{i_1=1}^{M_1} t_{i_1}^M + \sum_{i_2=1}^{M_2} t_{i_2}^L + \sum_{i_3=1}^R t_{i_3}^N + t^0, \quad (12)$$

а у паралельному режимі згідно з (11) обчислюватиметься так:

$$t_{\max}^M + t_{\max}^L + t_{\max}^N + t^0, \quad (13)$$

де  $t_{\max}^M = \max \{t_1^M, t_2^M, \dots, t_{M_1}^M\}$ ;  $t_{\max}^L = \max \{t_1^L, t_2^L, \dots, t_{M_2}^L\}$ ;  $t_{\max}^N = \max \{t_1^N, t_2^N, \dots, t_R^N\}$ .

На основі оцінок часу (12) та (13) отримуємо формулу для прискорення паралельних обчислень  $S_2$ :

$$S_2 = \left( \sum_{i_1=1}^{M_1} t_{i_1}^M + \sum_{i_2=1}^{M_2} t_{i_2}^L + \sum_{i_3=1}^R t_{i_3}^N + t^0 \right) / (t_{\max}^M + t_{\max}^L + t_{\max}^N + t^0). \quad (14)$$

Найбільш ефективним є розпаралелювання згідно з (11) у випадку, коли складності паралельних гілок для кожного з наборів є приблизно однаковими. А це є можливим, коли досліджувана складна система є добре структурованою. Припустимо, що справджуються рівності

$$t_1^M = t_2^M = \dots = t_{M_1}^M = t^M,$$

$$t_1^L = t_2^L = \dots = t_{M_2}^L = t^L,$$

$$t_1^N = t_2^N = \dots = t_R^N = t^N.$$

Тоді (14) буде мати вигляд

$$S_2 = (M_1 t^M + M_2 t^L + R t^N + t^0) / (t^M + t^L + t^N + t^0).$$

Для найпростішого випадку, коли  $M = 3$ ,  $R = 4$ ,  $N_1^0 = N_2^0 = N_3^0 = N_4^0 = 4$ ,  $N = 2$ ;  $L_{r,k} = 2 \forall k = \overline{1,2}$ ;  $r = \overline{1,4}$ ;  $N_r^g = 2 \forall r = \overline{1,4}$ , одержуємо, що  $M_1 = 32$ ,  $M_2 = 16$  та

$$\begin{aligned} S_2 &= (32t^M + 16t^L + 4t^N + t^0) / (t^M + t^L + t^N + t^0) = \\ &= 11 + (21t^M + 5t^L - 7t^N - 10t^0) / (t^M + t^L + t^N + t^0). \end{aligned} \quad (15)$$

Далі оцінимо  $t^M$ ,  $t^L$ ,  $t^N$  та  $t^0$  згідно з наведених раніше значень параметрів задачі дослідження складної системи. Внаслідок проведеного аналізу одержуємо, що справджується нерівність  $21t^M + 5t^L > 7t^N + 10t^0$ , до того ж другий доданок у (15) є меншим за 1, тобто  $S_2 > 11$ . Отже, навіть для такого простого прикладу системи отримуємо суттєве прискорення обчислень, виконуваних за (11). Очевидно, що для більш реального прикладу досліджуваної АТС великого міста величини  $M$ ,  $R$ ,  $N_r^0$  ( $r = \overline{1, R}$ ),  $N_r^g$  ( $r = \overline{1, R}$ ),  $L_{r,k}$  ( $k = 1$ ,  $N_r^0$ ;  $r = \overline{1, R}$ ) будуть набувати більших значень, тому природно очікувати, що прискорення  $S_2$  буде зростати.

Зазначимо, що агреговане оцінювання стану автошляхів міста та режимів роботи світлофорів також можна здійснювати одночасно, тобто паралельно.

#### РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПРОГНОСТИЧНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Як було зазначено в [7], прогнозування поведінки оцінок  $E_M^{r,k}$  ( $k = \overline{1, N_r^0}$ ;  $r = \overline{1, R}$ ),  $E_M^r$  ( $r = \overline{1, R}$ ) та  $E_M$  доцільно проводити під час планування термінів та обсягів необхідних ремонтних робіт автошляхів міста і пов'язаних з ними витрат. Тому для розпаралелювання процесу прогнозування цих оцінок пропонується використовувати таку алгоритмічну конструкцію:

$$\text{fork } (h_1^P, h_2^P, \dots, h_{M_3}^P) \text{ join}, \quad (16)$$

де  $h_{i_4}^P$  ( $i_4 = \overline{1, M_3}$ ) — паралельні автономні гілки, в кожній з яких реалізується процедура прогнозування поведінки однієї з оцінок. Залежно від поставленої задачі оцінювання  $M_3$  може набувати різних значень. Наприклад, якщо  $M_3 = \sum_{r=1}^R N_r^0 + R + 1$ , то (16) паралельно реалізує процедуру прогнозування

всіх згаданих оцінок. Якщо  $M_3 = \sum_{r=1}^R N_r^0 + 1$  або  $M_3 = R + 1$ , то конструкція

(16) паралельно реалізує процедуру прогнозування відповідно оцінок  $E_M^{r,k}$  ( $k=1, N_r^0$ ;  $r=1, R$ ),  $E_M$  або  $E_M^r$  ( $r=1, R$ ),  $E_M$ .

У конструкції (16) складність паралельних гілок є приблизно однаковою, тому можна очікувати, що прискорення обчислень в цьому випадку буде наближатися до свого оптимального значення, тобто до  $M_3$ . Залежно від доступних обчислювальних ресурсів (кількість процесорів (ядер), кількість обчислювальних вузлів) у кожній гілці можна прогнозувати поведінку певної кількості оцінок.

Зауважимо, що одночасно можна прогнозувати узагальнені оцінки стану АТС (на основі часу проходження елементарних ділянок) та процесу її функціонування (на основі ефективності режиму роботи світлофорів).

## ВИСНОВКИ

У статті формалізовано методику інтерактивного оцінювання ефективності функціонування АТС великого міста на основі використання методів  $U$ -статистик. Здійснено оптимізацію (за часом) цієї методики на підставі використання паралельних обчислень. Запропоновано ефективні алгоритмічні конструкції для паралельного виконання локального, агрегованого та прогностичного оцінювання складових АТС. Отримано прискорення для окремих фрагментів паралельних обчислень. Запропоновані алгоритмічні конструкції задають сукупності автономних паралельних гілок, тому вони можуть бути ефективно реалізовані як на обчислювальних засобах зі спільною пам'яттю (комп'ютери з багатоядерним процесором), так і з розподіленою пам'яттю (кластери, гібридні архітектури, високопродуктивні обчислювальні середовища [19, 20]).

Одержані в роботі наукові результати можна використати для оцінювання в режимі реального часу ефективності функціонування АТС великих міст з урахуванням їхніх характерних особливостей (важливість окремих районів, ділянок шляху, перехресть, маршрутів та їхніх груп тощо).

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Kamenchukov A., Yarmolinsky V., Pugachev I. Evaluation of road repair efficiency in terms of ensuring traffic quality and safety. *Transportation Research Procedia*. 2018. Vol. 36. P. 627–633. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2018.12.142>.
2. Xiaoliang S., Jinke J., Jinjin Z., Jun L. Research on traffic state evaluation method for urban road. *Proc. International Conference on Intelligent Transportation, Big Data and Smart City*. 2015. P. 687–691. <https://doi.org/10.1109/ICITBS.2015.174>.
3. Внуков А.Б. Современные системы навигации и слежения за наземными транспортными средствами на базе спутниковых технологий. *Горная промышленность*. 2006. № 6. С. 97–101.
4. Lewandowski M., Płaczek B., Bernas M., Szymala P. Road traffic monitoring system based on mobile devices and bluetooth low energy beacons. *Wireless Communications and Mobile Computing*. 2018. Vol. 2018. 3251598. <https://doi.org/10.1155/2018/3251598>.
5. Iwanowicz D., Chmielewski J. Analysis of the methods of traffic evaluation at the approaches of urban signalised intersections. *Nodes in Transport Networks — Research, Data Analysis and Modelling. Lecture Notes in Intelligent Transportation and Infrastructure*. Macioszek E., Kang N., Sierpinski G. (Eds.). Cham: Springer, 2020. P. 180–198. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-39109-6\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-030-39109-6_14).
6. Jin J., Ma X., Kosonen I. An intelligent control system for traffic lights with simulation-based evaluation. *Control Engineering Practice*. 2017. Vol. 58. P. 24–33. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2016.09.009>.

7. Polishchuk O.D., Yadzhak M.S. Analyzing operation efficiency of a city transportation system by the  $U$ -statistics methods. I. Interactive evaluation of continuous monitoring results. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2022. Vol. 58, N 3. P. 440–449. <https://doi.org/10.1007/s10559-022-00475-w>.
8. Korolyuk V.S., Borovskich Y.V. Theory of  $U$ -statistics. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013. 554 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-3515-5>.
9. Lee A.J. *U-Statistics: Theory and Practice*. London: Routledge, 2019. 320 p.
10. Боресков А.В., Харламов А.А. Основы работы с технологией CUDA. Москва: ДМК–Пресс, 2010. 232 с.
11. Воеводин Вл.В. Решение больших задач в распределённых вычислительных средах. *Автоматика и телемеханика*. 2007. № 5. С. 32–45.
12. Попов О.В. Комп'ютерні методи дослідження математичних моделей з розрідженими структурами даних. *Автореф. дисер. ... д. ф.-м. н., спеціальність 01.05.02 — математичне моделювання та обчислювальні методи*. Київ: РВВ Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2021. 32 с.
13. Тютюнник М.І. Паралельні алгоритми комплексного оцінювання стану та якості функціонування складних систем. *Автореф. дисер. ... к. т. н., спеціальність 01.05.03 — математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем*. Київ: КНУ імені Тараса Шевченка, 2020. 21 с.
14. Штейнберг Б.Я., Штейнберг О.Б. Преобразования программ — фундаментальная основа создания оптимизирующих распараллеливающих компиляторов. *Программные системы: теория и приложения*. 2021. Т. 12, № 1. С. 21–113. <https://doi.org/10.25209/2079-3316-2021-12-1-21-113>.
15. Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С. Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: III. Агреговане оцінювання. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 4. С. 20–31.
16. Вальковський В.О., Яджак М.С. Проблеми подальшого розвитку та модифікації методу пірамід для розпаралелювання циклів. *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2000. Т. 43, № 1. С. 68–75.
17. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем. Москва: Мир, 1991. 367 с.
18. The list Top500. URL: Available: [www.top500.org](http://www.top500.org).
19. Штейнберг Б.Я. Математические методы распараллеливания рекуррентных циклов для суперкомпьютеров с параллельной памятью. Ростов-на-Дону: изд-во Рост. ун-та, 2004. 192 с.
20. Polishchuk O., Polishchuk D., Tyutyunyk M., Yadzhak M. Big data processing in complex hierarchical network systems. *arXiv: 1603.00633 [physics.data-an]*. 2016. 7 p. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1603.00633>.

## O.D. Polishchuk, M.S. Yadzhak

### ANALYZING OPERATION EFFICIENCY OF A CITY TRANSPORTATION SYSTEM BY THE $U$ -STATISTICS METHODS.

#### II. OPTIMIZATION THE METHODS OF INTERACTIVE EVALUATION

**Abstract.** The methodology for interactive evaluation of the functioning efficiency of the motor transport system for a large city based on the use of  $U$ -statistics methods is formalized. To optimize this technique, we propose efficient algorithmic constructions for parallel execution of local, aggregated, and forecasting evaluation of system components on modern computers, namely, multi-core computers, clusters, hybrid architectures, and high-performance computing environments. The results obtained allow for real-time evaluation of the efficiency for the city's motor transport system.

**Keywords:** motor transport system,  $U$ -statistics, evaluation, aggregation, forecasting, parallelisation of computations, speed up, avtonomous branches.

*Надійшла до редакції 03.01.2023*