



НОВІ ЗАСОБИ КІБЕРНЕТИКИ, ІНФОРМАТИКИ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ТА СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

УДК 004.891.3

Л.С. ФАЙНЗІЛЬБЕРГ

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій і систем НАН України та МОН України; Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна, e-mail: fainzilberg@gmail.com.

ГЕНЕРАТИВНІ МОДЕЛІ В ЗАДАЧІ ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ КОМП'ЮТЕРНИХ АЛГОРИТМІВ

Анотація. Сформульовано означення ефективності комп'ютерного алгоритму за критерієм, що визначає точність, надійність, швидкодію або інші споживчі властивості. Запропоновано схеми доказових експериментів на основі стохастичних моделей генерації штучних даних, що мають статистичні характеристики, адекватні реальним спостереженням. Експериментально визначено ефективність комп'ютерних алгоритмів, які забезпечують розв'язання трьох різних задач: оптимальної зупинки для прийняття остаточного рішення під час послідовного аналізу альтернатив, навчання лінійного класифікатора за скінченною вибіркою спостережень та визначення діагностичних ознак ЕКГ за методом фазографії. Наведено результати, які отримано на основі проведених статистичних експериментів.

Ключові слова: ефективність комп'ютерного алгоритму, статистичний експеримент, генерація штучних даних.

ВСТУП

Інформаційні технології (ІТ) відіграють важливу роль у розв'язанні актуальних задач сучасного суспільства. У загальному терміні «технологія» поєднуються два поняття: «техно» (τέχνη (грец.) — мистецтво) та «логія» (logos (грец.) — наука). Тобто технологія — це мистецтво перетворити деяку сировину в продукт, наприклад, залізну руду в метал, а наукові задачі технології полягають у виборі найефективніших методів такого перетворення [1].

З цього означення випливає, що ІТ — це сукупність методів та засобів, які перетворюють початкові дані (сировину технології) в інформацію, орієнтовану на конкретного користувача (продукт технології), а власне створення таких технологій полягає в побудові найефективніших комп'ютерних алгоритмів, що реалізують окремі етапи ІТ [2].

Існують формальний та неформальний підходи до побудови ефективних комп'ютерних алгоритмів [3]. Формальний (аналітичний) підхід ґрунтується на розв'язуванні оптимізаційної задачі: алгоритм будують за умови мінімуму (максимуму) деякого критерію, що характеризує ефективність конкретного етапу оброблення. Але не завжди формальний підхід можливий. Тоді потрібно будувати алгоритм на основі інтуїції та попереднього досвіду конструктора ІТ, а ефективність алгоритму оцінювати експериментально [4]. У такому випадку результат, отриманий на скінченній вибірці реальних спостережень, з певною статистичною надійністю узагальнюють на генеральну сукупність [5, 6].

Покажемо, що альтернативний метод проведення доказових експериментів на основі використання математичних моделей генерації штучних даних [7, 8] має певні переваги та може застосовуватись тоді, коли складно або неможливо оцінити ефективність алгоритму за реальними спостереженнями.

© Л.С. Файнзільберг, 2024

БАЗОВІ ОЗНАЧЕННЯ

Нехай окремий етап інформаційної технології характеризує критерій \mathfrak{I} , що визначає точність отримання результату, надійність, швидкодію або інші споживчі властивості. Нехай \mathfrak{I}_0 — апіорне значення \mathfrak{I} , яке характеризує цей етап без використання алгоритму \mathfrak{R} , а \mathfrak{I}_1 — апостеріорне значення \mathfrak{I} , яке експериментально визначено після використання \mathfrak{R} . Тоді правомірно ввести такі означення.

Означення 1. Алгоритм \mathfrak{R} ефективний, якщо виконується строга нерівність

$$\mathfrak{I}_1 < \mathfrak{I}_0. \quad (1)$$

Означення 2. Алгоритм $\mathfrak{R}^{(i)}$ ефективніший за алгоритм $\mathfrak{R}^{(j)}$, якщо для апостеріорних значень відповідних критеріїв виконується строга нерівність

$$\mathfrak{I}_1^{(i)} < \mathfrak{I}_1^{(j)}. \quad (2)$$

Отже, ефективний алгоритм не обов'язково має забезпечити глобальний мінімум критерію \mathfrak{I} . Мало того, відповідно до введених означень алгоритм \mathfrak{R} залишається ефективним навіть, якщо він не задовольняє локальному мінімуму \mathfrak{I} , а лише надає змогу зменшити значення критерію порівняно з його апіорним значенням \mathfrak{I}_0 .

Сформульовані означення природно можуть бути переформульовані, якщо алгоритм \mathfrak{R} використовують для збільшення значення \mathfrak{I} .

З урахуванням наведених означень на прикладах розв'язування трьох задач продемонструємо результативність використання математичних моделей генерації штучних даних, які мають статистичні характеристики, адекватні реальним спостереженням.

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ОПТИМАЛЬНОЇ ЗУПИНКИ

Як задачу оптимальної зупинки (Secretary Problem [9–11]) можна розглядати пошук найкращого кандидата на вакантну посаду за результатами послідовного кастингу, визначення прийнятної місця заправлення автомобіля або його паркування на дорозі з рухом в одному напрямку тощо.

Особа, що приймає рішення (ОПР), має на основі послідовного аналізу скінченної множини альтернатив $D = \{d_1, \dots, d_N\}$ вибрати оптимальний крок зупинки $t_0 \in [1, N]$, на якому ймовірність P вибрати найкращу альтернативу d_{t_0} буде максимальною, тобто

$$t_0 = \arg \max_{\substack{1 \leq t \leq N \\ \forall j \neq t_0}} P(d_t \succ d_j), \quad j=1, \dots, N, \quad (3)$$

де \succ — символ переваги.

Класична постановка задачі ґрунтується на таких припущеннях:

- для будь яких $d_i \in D, d_j \in D, d_z \in D$ виконується властивість транзитивності, тобто якщо $d_i \succ d_j$ та $d_j \succ d_z$, то $d_i \succ d_z$;

- альтернативи d_1, \dots, d_N надходять у випадковому порядку з множини $D = \{d_1, \dots, d_N\}$;

- під час послідовного аналізу ОПР може визначати альтернативу, яка на поточному кроці $t \in [1, N]$ має переваги над попередніми, але не знає якостей наступних альтернатив;

- кожна з альтернатив розглядається лише один раз;

- на поточному кроці $t \in [1, N]$ ОПР може прийняти одне з двох рішень: продовжити пошук кращої альтернативи або зупинитися, вважаючи, що виконується умова (3), тобто $t = t_0$.

Оптимальна стратегія визначення t_0 полягає в тому, що ОПР відхиляє перших $r < N$ претендентів незалежно від їхніх якостей, визначає лідера d_r на інтервалі $[1, r]$, а згодом приймає остаточне рішення, щойно на інтервалі $[r + 1, N]$ знайдеться перша з альтернатив d_t , яка перевершує d_r .

У [10] отримано елегантний аналітичний розв'язок задачі оптимальної зупинки. Доведено, що незалежно від кількості альтернатив N число r має визначатися як $r \approx 0.37N$, а ймовірність того, що альтернатива d_{t_0} перевершує не тільки d_r , а й всі наступні альтернативи, найбільша та становить

$$P \approx 0.37. \quad (4)$$

Аналогічний результат було отримано за допомогою методу динамічного програмування [12].

Зазначимо, що мета вибрати найкращу альтернативу з множини $D = \{d_1, \dots, d_N\}$ може виявитися надмірною під час розв'язування деяких прикладних задач. Тому модифікуємо традиційну постановку задачі [13, 14] і припустимо, що потрібно знайти оптимальний крок зупинки t_0 , який забезпечить максимальну ймовірність P вибору альтернативи d_{t_0} , що відрізняється від найкращої альтернативи з множини $D = \{d_1, \dots, d_N\}$ не більше ніж на задану величину (назвемо її поступкою) $\Delta \geq 0$, тобто

$$t_0 = \arg \max_{\substack{1 \leq t \leq N \\ \forall j \neq t_0}} P(|x^0(d_{t_0}) - \max_{1 \leq t \leq N} x^0(d_t)| \leq \Delta), \quad j=1, \dots, N, \quad (5)$$

де $x^0(d)$ — критерій, що характеризує якість будь якої альтернативи $d \in D$.

Оскільки для аналітичного визначення оптимального кроку в такій постановці потрібно вводити додаткові обмеження, оцінюватимемо t_0 і відповідну ймовірність P за допомогою статистичного експерименту. Останній ґрунтується на методі Монте-Карло [15, 16] і передбачає багаторазову генерацію масивів $X_m = \{x_{m,t}^0, t=1, \dots, N\}$, $m=1, \dots, M_0$, незалежних однаково розподілених випадкових величин з обмеженою дисперсією. Кожне згенероване число $x_{m,t}^0 \in [x_{\min}^0, x_{\max}^0]$ імітує на m -му випробуванні значення критерію $x^0(d_t)$ для альтернативи $d_t \in D$, яку ОПР спостерігає на t -му кроці. У найпростішому випадку можна припустити, що величини $x_{m,t}^0$, $t=1, \dots, N$, рівномірно розподілені на інтервалі значень $[x_{\min}^0, x_{\max}^0]$.

Очевидно, що для кожного $m \in [1, M_0]$ найкраща альтернатива d_m^* , яка відповідає максимальному значенню критерію x_{\max}^0 , може спостерігатися на довільному кроці $t_m \in [1, N]$. Аналогічно на кожному m -му випробуванні випадковими будуть і номери оптимальних кроків зупинки $t_{m,0}$, що задовольняють умову (5).

Мета експериментів — за результатами M_0 випробувань оцінити ймовірність виконання умови $|x^0(d_t) - \max_{1 \leq t \leq N} x_t^0| \leq \Delta$ для кожного $t=1, 2, \dots, N$, застосувавши таку схему експерименту.

Для кожного m -го випробування, $m=1, 2, \dots, M_0$, для фіксованого $t=1, 2, \dots, N$ визначають:

- «умовного» лідера $x_{1,t}^{\max}$ за максимальним значенням критерію x^0 у діапазоні індексів $[1, t]$:

$$x_{1,t}^{\max} = \max \{x_1^0, \dots, x_t^0\};$$

- першу з альтернатив d_t^* у діапазоні індексів $[t+1, N]$, яка задовольняє умову

$$x^0(d_t^*) > x_{1,t}^{\max};$$

- індикаторну змінну $s_{m,t}$, що характеризує успішність вибору d_t^* :

$$s_{m,t} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } |x^0(d_t^*) - \max_{1 \leq t \leq N} x_t^0| \leq \Delta, \\ 0 & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

За результатами всіх M_0 випробувань оцінюють ймовірність успіху для кожного фіксованого $t \in [1, N]$:

$$P(t) = \frac{\sum_{m=1}^{M_0} s_{m,t}}{M_0}. \quad (6)$$

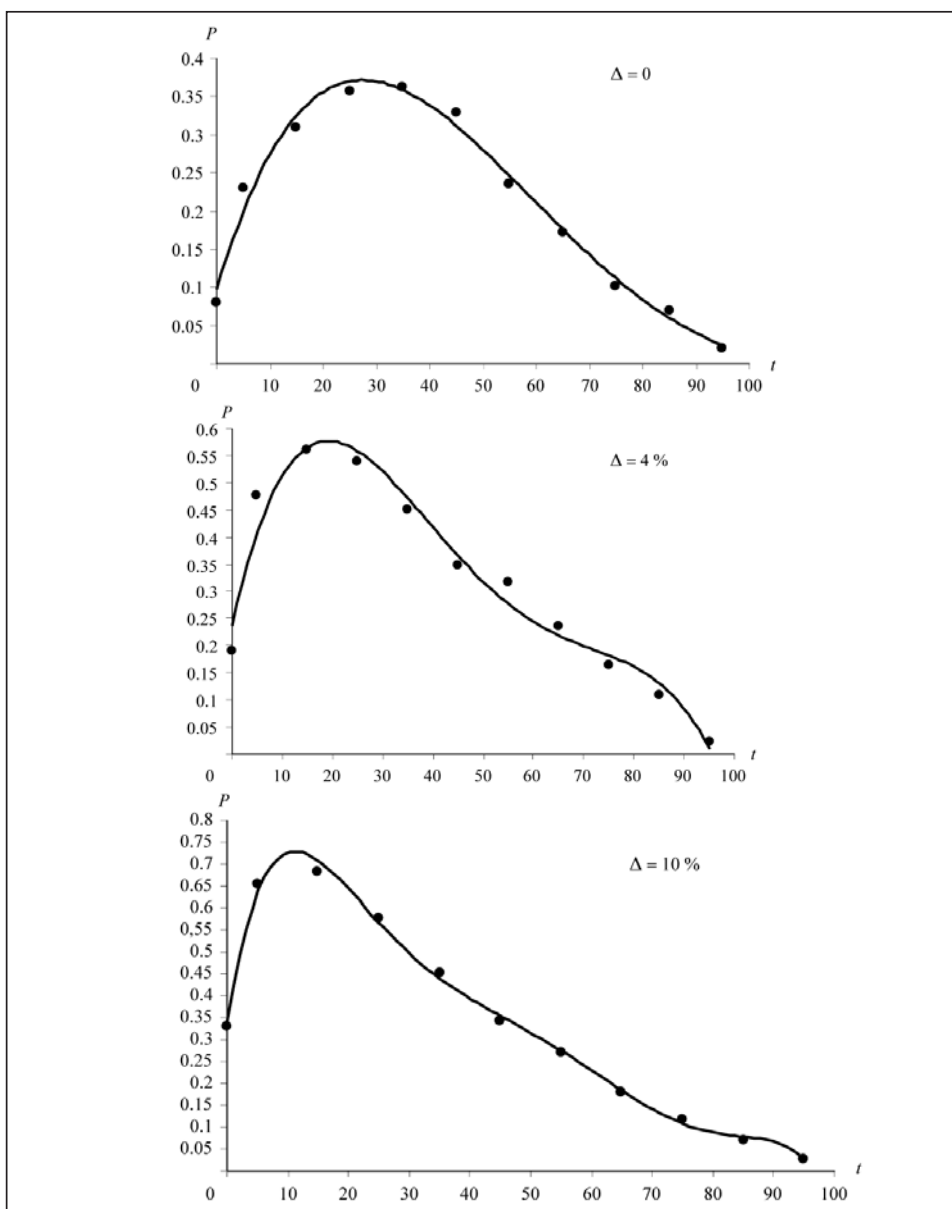


Рис. 1. Залежність оцінок ймовірності (6) від номера кроку t для різних значень поступок Δ

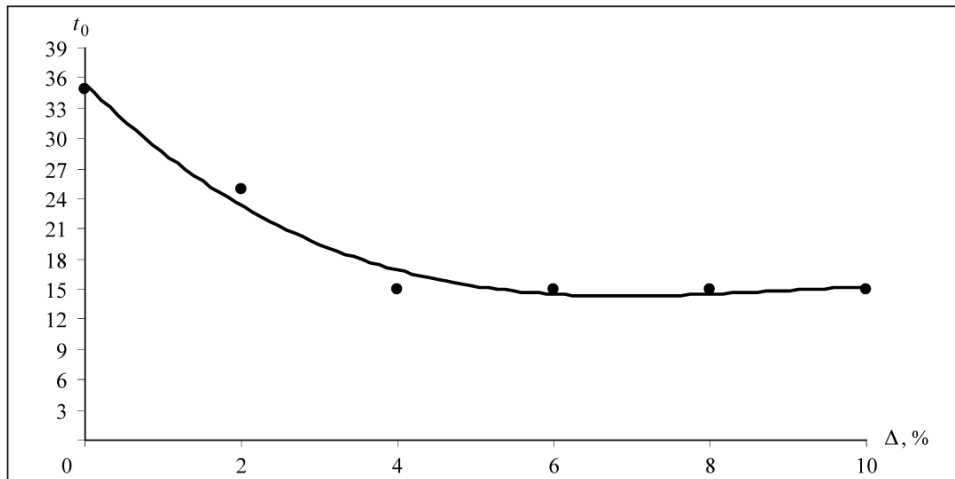


Рис. 2. Залежність оптимального кроку зупинки t_0 від поступки Δ

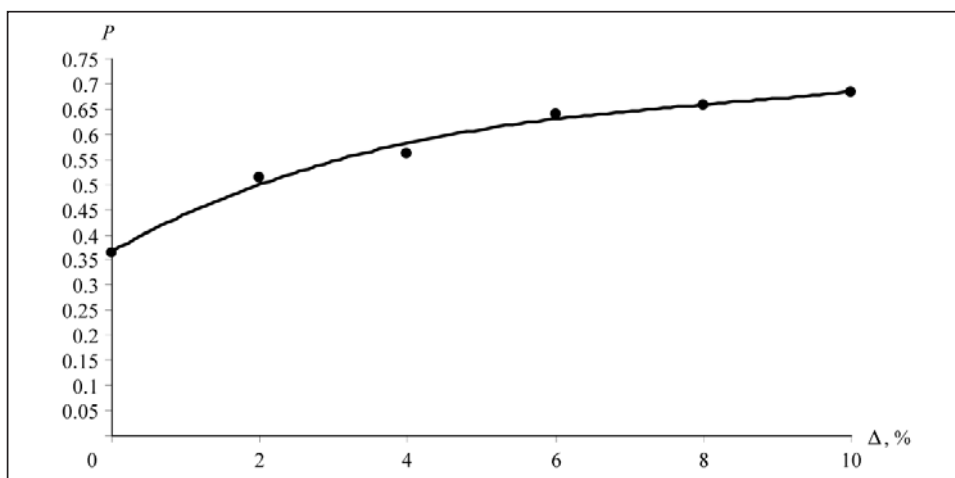


Рис. 3. Залежність ймовірності успіху P від поступки Δ

Запропонована схема статистичного експерименту із заданими значеннями M_0 і N надає змогу за максимумом оцінки (6) визначити оптимальний крок зупинки t_0 для різних фіксованих значень поступок $\Delta = 0, \Delta_1, \Delta_2, \dots$ у відсотках від x_{\max}^0 .

Для ілюстрації на рис. 1 наведено графіки залежності оцінок ймовірностей (6) від номера кроку t , які отримано в серії з $M_0 = 1000$ випробувань і $N = 100$ альтернатив за різних значень поступки Δ . Як і слід було очікувати, обчислена ймовірність успіху збігається з оцінкою (4) за умови $\Delta = 0$.

Із рис. 1 видно, що зі збільшенням значення поступки Δ оптимальний крок t_0 , на якому потрібно приймати остаточне рішення, зменшується, а ймовірність P прийняття правильного рішення, що задовольняє умову $|x^0(d_{t_0}) - \max_{1 \leq t \leq N} x_t^0| \leq \Delta$, збільшується.

Для наочності на рис. 2 і рис. 3 зображено графіки відповідних залежностей $t_0(\Delta)$ і $P(\Delta)$.

Слід звернути увагу (див. рис. 2), що вже зі значення поступки $\Delta = 4\%$ крок оптимальної зупинки t_0 зменшується від 37% до 15% загальної кількості N альтернатив. Тобто, коли множина $D = \{d_1, \dots, d_N\}$ містить $N = 100$ альтернатив, то для досягнення мети модифікованого методу оптимальної зупинки достатньо переглянути лише 15 альтернатив.

Крім того, ймовірність прийняття правильного рішення збільшується (див. рис. 3) і досягає $P = 0.68$ за поступки $\Delta = 10\%$ порівняно з оцінкою (4), отриманою за $\Delta = 0$.

Якщо вважати критерієм ефективності \mathfrak{Z} методу оптимальної зупинки ймовірність P прийняття правильного рішення, то згідно з означенням 1 алгоритм, що реалізує наведену стратегію, є ефективним: апостеріорне значення цього критерію значно більше ймовірності $P_0 = 1/N$ прийняття апріорного рішення, яке ОПР приймав би методом вгадування під час перегляду у випадковому порядку альтернатив із множини $D = \{d_1, \dots, d_N\}$.

АЛГОРИТМИ НАВЧАННЯ ЛІНІЙНОГО КЛАСИФІКАТОРА

Розглянемо результати застосування статистичного експерименту для порівняння оцінок швидкодії двох скінченнозбіжних алгоритмів навчання лінійного класифікатора.

Нехай у N -вимірному просторі ознак x_1, \dots, x_N задано вибірку спостережень

$$X = \{(x_1^{(N)}, y_1), (x_2^{(N)}, y_2), \dots, (x_K^{(N)}, y_K)\} \quad (7)$$

з відомою належністю двом класам: V_1 і V_2 , що має вигляд

$$y_j = \begin{cases} +1, & \text{якщо } x_j^{(N)} \in V_1, \\ -1, & \text{якщо } x_j^{(N)} \in V_2, \end{cases} \quad j=1, \dots, K, \quad (8)$$

де $x_j^{(N)} \triangleq (x_1, \dots, x_N)$, $j=1, \dots, K$, а K — кількість елементів у вибірці (7).

Передбачається, що спостереження (7) класів V_1 і V_2 можуть бути розділені лінійною дискримінантною функцією

$$D(x) = \langle w, x \rangle \triangleq \sum_{i=0}^N w_i x_i, \quad (9)$$

де $\langle w, x \rangle$ — скалярний добуток $(N+1)$ -вимірних векторів параметрів $w = (w_0, w_1, \dots, w_N)$ та розширених векторів $x = (1, x_1, \dots, x_N)$.

Задача полягає в тому, щоб за скінченною вибіркою (7) з відомими значеннями індикаторної змінної (8) визначити такий вектор параметрів $w = (w_0, w_1, \dots, w_N)$ функції (9), який надасть змогу розділити спостереження вибірки за правилом:

рішення на користь V_1 , якщо $\langle w, x \rangle > 0$,

рішення на користь V_2 , якщо $\langle w, x \rangle < 0$.

Відомі два альтернативні алгоритми розв'язування такої задачі: алгоритм Розенблата та алгоритм Козинця [17].

Алгоритм Розенблата.

Крок 1. Довільно присвоюють початкове значення вектору $w^{(0)}$.

Крок 2. Послідовно вибирають спостереження $x_j^{(t)} = (x^{(N)}, 1)$, $j=1, \dots, K$, з навчальної вибірки (7) і відповідно до (9) обчислюють значення дискримінантної функції $D(w^{(t-1)}, x_j^{(t)})$ для поточного значення вектора $w^{(t-1)}$, $t=1, 2, \dots$

Крок 3. Якщо виконується умова $D(w^{(t-1)}, x_j^{(t)})y_j > 0$, тобто знаки дискримінантної функції $D(w^{(t-1)}, x_j^{(t)})$ та індикаторної змінної y_j збігаються, то корекцію $w^{(t-1)}$ не здійснюють. Якщо виконується умова

$$D(w^{(t-1)}, x_j^{(t)})y_j < 0, \quad (10)$$

що свідчить про помилку під час класифікації $x_j^{(t)}$, то вектор параметрів модифікують у такий спосіб:

$$w^{(t)} = \begin{cases} w^{(t-1)} + \gamma x_j^{(t)}, & \text{якщо } D(w^{(t-1)}, x_j^{(t)}) < 0 \text{ та } y_j = +1, \\ w^{(t-1)} - \gamma x_j^{(t)}, & \text{якщо } D(w^{(t-1)}, x_j^{(t)}) > 0 \text{ та } y_j = -1, \end{cases}$$

де $0 < \gamma < 1$ — константа, що визначає темп корекції.

Кроки 2, 3 повторюють доки всі точки вибірки (7) будуть правильно класифіковані.

Відмінність алгоритму навчання Козинця полягає в тому, що на кожному кроці $t = 1, 2, \dots$ шукають таке спостереження $x_j^{(t)} = (1, x^{(N)})$, $j = 1, \dots, K$, вибірки (7), яке за поточним значенням $w^{(t-1)}$ неправильно класифікується. Якщо таких спостережень немає $\forall j = 1, \dots, K$, то алгоритм завершує свою роботу.

Якщо знайдено спостереження $x_j^{(t)}$, для якого виконується умова (10), то корекцію $w^{(t-1)}$ реалізують у такий спосіб:

$$w^{(t)} = (1 - \gamma^{(t)}) \cdot w^{(t-1)} + \gamma^{(t)} \cdot x_j^{(t)},$$

де

$$\gamma = \arg \min_{\gamma} |(1 - \gamma^{(t)}) \cdot w^{(t-1)} + \gamma^{(t)} \cdot x_j^{(t)}|.$$

У [18] наведено оцінки зверху числа ітерацій t^0 обох алгоритмів:

$$t^0 \leq \begin{cases} \frac{Q^2}{\varepsilon^2} & \text{для алгоритму Розенблата,} \\ \frac{Q^2}{\varepsilon^2} \ln \frac{Q^2}{\varepsilon^2} & \text{для алгоритму Козинця,} \end{cases} \quad (11)$$

де $Q = \max_{i \in [1, K]} |x_i^{(N)}|$, $\varepsilon = \min_{x^{(N)} \in \text{Co}(X)} |x^{(N)}| > 0$, а $\text{Co}(X)$ — опукла оболонка множини X .

На перший погляд із порівняння оцінок (11) може здаватися, що алгоритм Розенблата завжди збігається з меншим числом ітерацій. Однак такий висновок необґрунтований, оскільки згідно з [18] наведені оцінки (11) достатньо грубі. Тому досі не визначено, який з алгоритмів має переваги за швидкістю. Щоб отримати відповідь на це запитання, розглянемо результати статистичного експерименту з багаторазовою генерацією масивів двовимірних векторів:

$$\begin{aligned} Q_m^{(1)} &= \{q_{m,k} = (x_{m,k}, y_{m,k}), k = 1, \dots, K\}, \\ Q_m^{(2)} &= \{q_{m,t} = (x_{m,k}, y_{m,k}), k = 1, \dots, K\}, m = 1, \dots, M_0, \end{aligned} \quad (12)$$

які імітують спостереження класів V_1 і V_2 у вибірці (7) та можуть бути розділені лінійною дискримінантною функцією. Для цього на кожному m -му випробуванні випадково вибирають параметри «прихованої» прямої, відносно якої генеруються точки $q_{m,k} \in Q_m^{(1)}$ і $q_{m,k} \in Q_m^{(2)}$, $k = 1, \dots, K$.

Згенеровані масиви (12) паралельно оброблюють алгоритмами Розенблата і Козинця. Для кожного $m = 1, 2, \dots, M_0$ визначають кількості ітерацій $U_{m,1}(K)$ і $U_{m,2}(K)$, виконаних першим і другим алгоритмами під час оброблен-

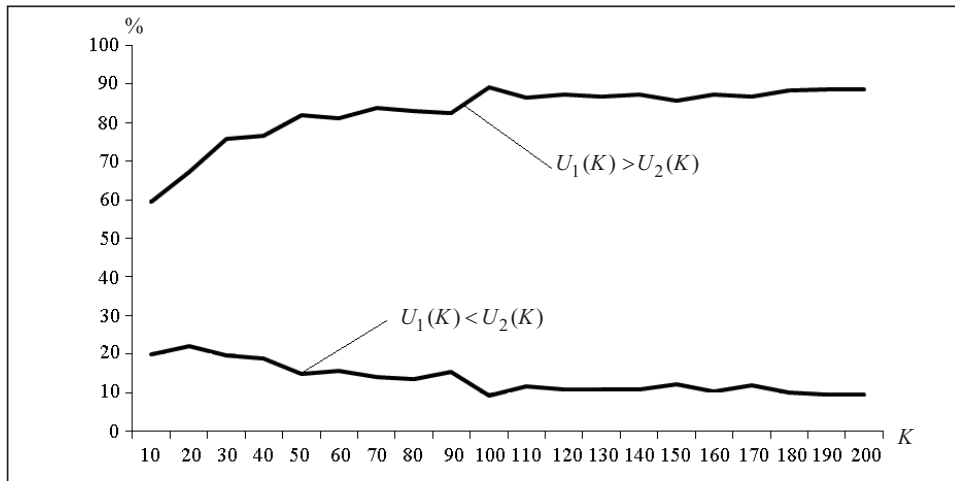


Рис. 4. Залежності відсотка ефективності алгоритмів від кількості спостережень: якщо $U_1(K) < U_2(K)$, кращим є алгоритм Розенבלата; якщо $U_1(K) > U_2(K)$, кращим є алгоритм Козинця

ня фіксованої кількості спостережень $K = 10, 20, \dots, 200$. Моменти t_0 зупинки алгоритмів визначає умова

$$\langle w^{t_0}, x_j \rangle \cdot y_j > 0 \quad \forall j = 1, \dots, K. \quad (13)$$

За результатами M_0 експериментів обраховують відсоткове співвідношення кількості ітерацій $U_1(K)$ і $U_2(K)$, виконаних кожним алгоритмом під час навчання, що надає змогу визначити кращий за швидкодією.

Експерименти показали, що для $K < 40$ приблизно в 20 % випадків обидва алгоритми потребували однакової кількості ітерацій. Зі збільшенням K алгоритм Козинця виявлявся найкращим: $U_1(K) > U_2(K)$ (рис. 4). Експерименти також показали, що швидкість збіжності алгоритму Козинця менш чутлива до розташування точок у просторі ознак.

Оскільки в цьому випадку саме швидкість навчання можна вважати критерієм \mathfrak{J} , то згідно з означенням 2 за отриманими результатами алгоритм Козинця є ефективнішим за алгоритм Розенבלата.

МЕТОД ФАЗАГРАФІЇ

Для діагностики ризику ішемічної хвороби серця кардіологи визначають форму та амплітудно-часові параметри певного фрагмента електрокардіограми — зубця T [19]. У [20] запропоновано оригінальний метод визначення таких ознак в умовах реальних спотворень — метод фазаграфії. У цьому методі передбачено перехід від скалярного сигналу $z(t)$ до траєкторії на фазовій площині з координатами $z(t)$, $\dot{z}(t)$, де $\dot{z}(t)$ — швидкість зміни сигналу.

З огляду на сучасні вимоги доказової медицини [21] перш ніж рекомендувати метод для медичної практики проводили клінічні випробування реалізованих алгоритмів на репрезентативних вибірках реальних клінічних спостережень. Результати цих експериментів [22] з використанням удосконаленого ROC-аналізу надали змогу обґрунтувати цінність оригінальної діагностичної ознаки, яку раніш недооцінювали кардіологи, — показника β_T симетрії зубця T ЕКГ у фазових координатах.

Однак дослідження цінності β_T не обмежилося такими експериментами. Виявилось, що навіть в однієї здорової людини показник β_T може зазнавати чи-

малих змін протягом короткого інтервалу часу. Тому потрібно було провести доказовий експеримент для підтвердження того, що динаміка β_T свідчить про його високу чутливість до функціональних порушень у серці, а не зумовлена випадковими збуреннями, що супроводжують реєстрацію ЕКГ у реальних умовах.

Такий експеримент з елементами дедуктивного підходу (від загальної моделі до конкретних висновків) проведено за допомогою стохастичної моделі породження штучних сигналів реалістичної форми [23]. Відповідно до моделі спотворені цикли ЕКГ $z_m(t_k)$, $m=1, 2, \dots, M$, у дискретні моменти часу t_k , $k=1, 2, \dots$, генеруються як сума несиметричних функцій Гауса:

$$z_m(t_k) = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}} \tilde{A}_{im} \exp \left[-\frac{(t_k - \tilde{\mu}_{im})^2}{2[\tilde{b}_{im}(t_k)]^2} \right] + h(t_k), \quad (14)$$

де

$$\tilde{A}_{im} = A_i(1 + \alpha_{im}), \quad (15)$$

$$\tilde{\mu}_{im} = \mu_i(1 + \delta_{im}), \quad (16)$$

$$\tilde{b}_{im}(t) = \begin{cases} b_i^{(1)}(1 + \varepsilon_{im}^{(1)}) & \forall t \leq \mu_{im}, \\ b_i^{(2)}(1 + \varepsilon_{im}^{(2)}) & \forall t > \mu_{im}, \end{cases} \quad (17)$$

є параметрами, які визначають форму спотворених циклів, а A_i , μ_i , $b_i^{(1)}$, $b_i^{(2)}$ — параметри прихованого завдання еталонного циклу (корисного сигналу)

$$z_0(t) = \sum_i A_i \exp \left[-\frac{(t - \mu_i)^2}{2[b_i(t)]^2} \right]. \quad (18)$$

У моделі (14) величина $h(t_k)$ імітує зовнішні адитивні завади різного типу (частотні, випадкові та імпульсні), а величини

$$\alpha_{im} \in [-\alpha_i^0, \alpha_i^0], \quad \delta_{im} \in [\delta_i^0, -\delta_i^0], \quad \varepsilon_{im}^{(1)} \in [-\varepsilon_i^0, \varepsilon_i^0], \quad \varepsilon_{im}^{(2)} \in [-\varepsilon_i^0, \varepsilon_i^0],$$

що фігурують у співвідношеннях (15)–(17), імітують внутрішні неадитивні завади, які породжує організм людини (система дихання, вегетативна нервова система тощо). Параметри α_{im} , δ_{im} , $\varepsilon_{im}^{(1)}$, $\varepsilon_{im}^{(2)}$ — це незалежні випадкові величини, що з нульовими математичними сподіваннями розподілені на інтервалах, обмежених числами α_i^0 , δ_i^0 , ε_i^0 .

У загальному випадку забезпечується несиметричність зубців ЕКГ, зокрема, зубця T , оскільки

$$b_i(t) = \begin{cases} b_i^{(1)}, & \text{якщо } t < \mu_i, \\ b_i^{(2)}, & \text{якщо } t > \mu_i, \end{cases} \quad b_i^{(1)} \neq b_i^{(2)}. \quad (19)$$

У [23] доведено теорему, згідно з якою функція (18) та її перша похідна $\dot{z}_0(t)$ неперервні у всіх точках області визначення, зокрема в точках $t = \mu_i$, де функції (19) розривні внаслідок виконання $b_i^{(1)} \neq b_i^{(2)}$. Цей факт надав змогу використовувати модель (14) для проведення доказового статистичного експерименту, який полягав у багаторазовій генерації та обробленні методом фазаграфії штучних ЕКГ за еталонами (18) з відомими значеннями параметрів A_i , μ_i , $b_i^{(1)}$, $b_i^{(2)}$.

На рис. 5 зображено схему проведення одного з таких експериментів для оцінювання точності визначення діагностичної ознаки $\beta_T = b_T^{(2)} / b_T^{(1)}$. За допомогою сукупності комп'ютерних алгоритмів оброблювали штучну ЕКГ, згене-

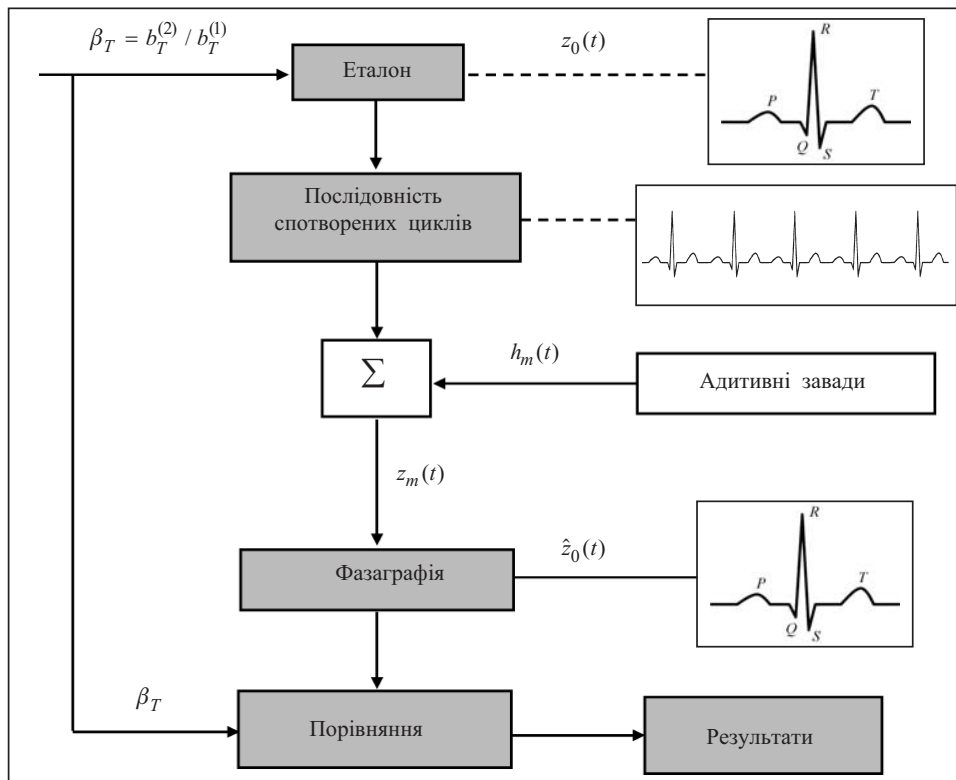


Рис. 5. Схема доказового експерименту

ровану за моделлю (14) з відомим значенням β_T . Результатами оброблення є оцінка $\hat{\beta}_T$, яку порівнювали з відомим значенням β_T , що надало змогу оцінювати точність визначення ознаки.

Зауважимо, що під час оброблення реальних ЕКГ, спотворених внутрішніми та зовнішніми завадами, інформація про точне значення ознаки β_T недоступна.

Експерименти показали, що в широкому діапазоні значень $\beta_T \in [0.3 \ 3.0]$ під час оброблення $M \geq 50$ циклів модельної ЕКГ в умовах випадкових неадитивних збурень $\varepsilon_{Tm}^{(1)} \leq 50\%$, $\varepsilon_{Tm}^{(2)} \leq 50\%$ та адитивної завади $h(t_k) \leq 50\%$ метод фазаграфії забезпечує високу точність оцінки β_T : стандартна похибка $\hat{\beta}_T$ становила лише 0.021, а середня відносна похибка не перевищувала 2.64%, що достатньо для практичного використання методу.

Експерименти також підтвердили, що метод фазаграфії підвищує точність оцінювання інших ознак ЕКГ. Зокрема, встановлено, що середня похибка в оцінюванні амплітуди та тривалості зубця T , а також зсуву сегмента ST не перевищувала 1.5–2.5 %, тоді як під час оброблення сигналу у часовій області похибки досягали 15–20 %. Оскільки в цьому випадку критерієм \mathfrak{I} можна вважати точність оцінювання діагностичних ознак, то згідно з означенням 2 алгоритми оброблення сигналу у фазовому просторі є ефективнішими порівняно з традиційними алгоритми оброблення сигналу в часовій області.

ВИСНОВКИ

Розглянуто схеми доказових експериментів для оцінювання ефективності комп'ютерного алгоритму \mathfrak{A} за критерієм \mathfrak{I} згідно з умовами (1), (2). Експери-

менти ґрунтуються на застосуванні стохастичних моделей генерації штучних даних, що мають статистичні характеристики, адекватні реальним спостереженням.

Ефективність моделей продемонстровано під час визначення оптимального кроку зупинки t_0 , що задовольняє умову (5) з поступкою $\Delta \geq 0$, під час порівняння швидкодій двох скінченнозбіжних алгоритмів навчання та оцінювання точності визначення оригінальної діагностичної ознаки β_T за методом фазаграфії.

Доведено, що:

- зі зростанням значення поступки Δ оптимальний крок зупинки t_0 зменшується, а ймовірність P прийняття правильного рішення збільшується згідно з графіками, зображеними на рис. 2 і рис. 3;

- алгоритм навчання Козинця має переваги за швидкістю порівняно з алгоритмом Розенблата (рис. 4);

- метод фазаграфії надає змогу оцінювати оригінальну ознаку ЕКГ (показник β_T) з точністю, достатньою для практичного використання в медичній практиці.

Показано, що останій результат неможливо отримати за реальними спостереженнями без застосування моделі генерації штучної ЕКГ реалістичної форми.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Wahab S.A., Rose R.C., Osman S.I.W. Defining the concepts of technology and technology transfer: A literature analysis. *International Business Research*. 2012. Vol. 5, N 1. P. 61–71. <http://doi.org/10.5539/ibr.v5n1p61>.
2. Gritsenko V.I., Fainzilberg L.S. Current state and prospects for the development of digital medicine. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2020. N 1 (199). P. 59–84. <https://doi.org/10.15407/kvt199.01.059>.
3. Cormer T.H., Leiserson C.E., Rivest R.L., Stein C. Introduction to algorithms. 4th ed. Cambridge: The MIT Press, 2022. 1312 p.
4. Mohammed F., Farghally M.F., Koh K.H., Shahin H., Shaffer C.A. Evaluating the effectiveness of algorithm analysis visualizations. *Proc. of the 2017 ACM SIGCSE Technical Symposium on Computer Science Education*. 2017. P. 201–206. <https://doi.org/10.1145/3017680.3017698>.
5. Webb G.I. Algorithm evaluation. In: Encyclopedia of Machine Learning. Sammut C., Webb G.I. (Eds.). Boston: Springer, 2011. P. 35–36. https://doi.org/10.1007/978-0-387-30164-8_18.
6. Wagner M.M., Wallstrom G. Methods for algorithm evaluation. In: Handbook of Biosurveillance. Ch. 20. Wagner M.M., Moore A.W., Aryel R.M. (Eds.). Academic Press, 2006. P. 301–310. <https://doi.org/10.1016/B978-012369378-5/50022-3>.
7. Lateh M.A., Muda A.K., Yusof Z.I.M., Noor Azilah Muda N.A., Sanusi Azmi M.S. Handling a small dataset problem in prediction model by employ artificial data generation approach: Areview. *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. Vol. 892, N 1. 012016. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/892/1/012016>.
8. Li D.C., Wen I.H., Chen W.C. A novel data transformation model for small data-set learning. *International Journal of Production Research*. 2016. Vol. 54, N 24. P. 1–11. <https://doi.org/10.1080/00207543.2016.1192301>.
9. Sakaguchi M. Optimal stopping problems for randomly arriving offers. *Japanese Journal of Mathematics*. 1976. N 21. P. 201–217.
10. Ferguson T.S. Who solved the secretary problem? *Statistical SCIENCE*. 1989. Vol. 4, N 3. P. 282–289. <https://doi.org/10.1214/ss/1177012493>.
11. Ben Abdelaziz F., Krichen S. An interactive method for the optimal selection problem with two decision makers. *European Journal of Operation Research*. 2005. Vol. 162, Iss. 3. P. 602–609. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2003.10.048>.

12. Beckman M.J. Dynamic programming and the secretary problem. *Computer & Mathematics with Applications*. 1990. Vol. 19, N 11. P. 25–28.
13. Fainzilberg L., Yaremenko Y. Experimental investigation of properties of the modified method of optimal stopping. *Актуальні питання сьогодення: Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції 20 березня 2018 р., у м. Вінниця: зб. наук. праць «ЛОГОС»*. Обухів: Друкарня «Друкарник», 2018. Т. 9. С. 8–10.
14. Файнзілберг Л., Яременко Ю. Комп'ютерне моделювання модифікованого методу оптимальної зупинки. *Proc. of the International Scientific Conference «Information Technologies and Computer Modeling»* (May 14–19, 2018, Ivano-Frankivsk). Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2018. С. 270–273.
15. Rubinstein R.Y., Kroese D.P. *Simulation and the Monte Carlo method*. New York: John Wiley & Sons, 2016. 432 p.
16. Robert C.P., Casella G. *Monte Carlo statistical methods*. New York: Springer, 2004. 397 p. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4757-4145-2>.
17. Fainzilberg L.S., Matushevych N.A. Comparative evaluation of convergence's speed of learning algorithms for linear classifiers by statistical experiments method. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2018. N 2 (192). P. 6–22. <https://doi.org/10.15407/kvt192.02>.
18. Schlesinger M, Hlavac V. *Ten lectures on statistical and structural pattern recognition*. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers, 2002. 519 p.
19. Berkaya S.K., Uysal A.K., Gunal E.S., Ergin S., Gulmezoglu M.B. A survey on ECG analysis. *Biomedical Signal Processing and Control* 2018. Vol. 43. P. 216–235. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2018.03.003>.
20. Fainzilberg L.S. New approaches to the analysis and interpretation of the shape of cyclic signals. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2020. Vol. 56, N 4. P. 665–674. <https://doi.org/10.1007/s10559-020-00283-0>.
21. Meats E., Heneghan C., Crilly M., Glasziou P. Evidence-based medicine teaching in UK medical schools. *Medical Teacher*. 2009. Vol. 31. P. 332–337. <https://doi.org/10.1080/01421590802572791>.
22. Zhukovska O.A., Fainzilberg L.S. Evaluating the usefulness of binary classifier based on enhanced ROC analysis. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2023. Vol. 59, N 3. P. 439–448. <https://doi.org/10.1007/s10559-023-00578-y>.
23. Fainzilberg L.S., Bekler T.Yu., Glushauskene G.A. Mathematical model for generation of artificial electrocardiogram with given amplitude-time characteristics of informative fragments. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2011. Vol. 43, Iss. 9. P. 20–33. <https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v43.i9.20>.

L.S. Fainzilberg

GENERATIVE MODELS IN THE PROBLEM OF EVALUATING THE EFFICIENCY OF COMPUTER ALGORITHMS

Abstract. The author formulates definitions of computer algorithm efficiency according to a criterion that characterizes accuracy, reliability, speed, or other consumer properties. Schemes of proof experiments based on stochastic models of generating artificial data with statistical characteristics adequate to real observations are suggested. The experiments are aimed at determining the efficiency of computer algorithms that provide solutions to three different problems: the optimal stop for making a final decision during a sequential analysis of alternatives, training a linear classifier based on a finite sample of observations, and determining diagnostic signs of an ECG using the fasegraphy method. The results obtained based on statistical experiments are given.

Keywords: computer algorithm efficiency, statistical experiment, artificial data generating.

Надійшла до редакції 06.06.2023