СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

УДК 519.872

І.М. КУЗНЄЦОВ
Фізико-технічний інститут Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
e-mail: *sea_hawk@icloud.com.*

А.А. ШУМСЬКА
Фізико-технічний інститут Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
e-mail: *shumska-aa@ukr.net.*

ЗАСТОСУВАННЯ ПРИСКОРЕНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДО ЗНАХОДЖЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ БЛОКУВАННЯ ВИМОГ У БАГАТОКАНАЛЬНІЙ СИСТЕМІ ОБСЛУГОВУВАННЯ ІЗ МНОЖИННИМ ДОСТУПОМ

Анотація. Розглянуто багатоканальну систему обслуговування. Кожен канал містить декілька ліній. До системи надходять потоки вимог, яким для їхнього обслуговування потрібно декілька ліній. У разі відсутності достатньої кількості вільних ліній допускається переорієнтація на інший канал обслуговування. Тривалість обслуговування має довільний розподіл, який залежить як від потоку, так і від кількості ліній, яких потребує вимога. Для знаходження ймовірності блокування вимог певного потоку із запитом на задану кількість ліній обслуговування запропоновано метод прискореного моделювання. На числовому прикладі проведено порівняння з методом Монте–Карло, зокрема проілюстровано виграш у часі моделювання.

Ключові слова: система обслуговування, канал, лінія, ймовірність блокування, метод Монте–Карло, прискорене моделювання, множинний доступ, оцінка, відносна похибка.

ВСТУП

Вже протягом декількох десятиліть створення телекомунікаційних систем нерозривно пов'язане з розвитком сучасних інформаційних технологій. Дослідники приділяють значну увагу розробленню методів обчислення показників ефективності, серед яких чільне місце посідає ймовірність блокування вимог з певними характеристиками [1–4]. Високоточні числові методи дають змогу здійснювати модернізацію структури та параметрів телекомунікаційної системи з урахуванням усіх технічних вимог. Водночас важливу роль грає з'ясування найбільш «слабких» місць системи та розроблення заходів, що сприяють їхньому усуненню. Саме для цього потрібно створити адекватні моделі та числові методи їхнього аналізу.

Відомо, що системи масового обслуговування є найбільш адекватними моделями, які описують структуру та функціонування телекомунікаційних систем. Зазначимо деякі особливості цих систем, які слід враховувати під час розроблення відповідних моделей:

— вимоги можуть надходити з різних джерел; при цьому для свого обслуговування вони потребують суттєво різного ресурсу (кількості ліній);

© І.М. Кузнєцов, А.А. Шумська, 2024

— канали обслуговування, які складаються з певної кількості ліній, є спільною ресурсною базою для усіх потоків (множинний доступ);

— тривалість обслуговування має довільний розподіл, який може залежати як від потоку, так і від кількості ліній, яких потребує вимога;

— у разі відсутності достатньої кількості вільних ліній допускається переорієнтація на інший канал обслуговування.

Врахування всіх цих особливостей є метою моделі, запропонованої у цій роботі. Загалом кількість різноманітних моделей вражає (див. оглядову роботу [5]). Складність моделей, зокрема взаємний вплив різних потоків, не дає змоги використовувати явні аналітичні формули. Тому сучасні числові методи аналізу характеристик систем обслуговування із втратами можна розбити на три великі групи: а) методи, які ґрунтуються на побудові наближених аналітичних формул; б) методи, що використовують ідею безпосереднього моделювання траєкторій системи (метод Монте–Карло); в) методи прискореного моделювання.

Ідея застосування наближених аналітичних формул є досить популярною. Як приклад виділимо роботи [6–8], в яких запропоновано та вдосконалено метод IESA (Information Exchange Surrogate Approximation). Цей метод, як стверджують автори [5], поєднує «високу точність, стійкість та обчислювальну ефективність». Однак слід зазначити, що «високу точність» перевіряли лише на окремих числових прикладах, що не доводить це твердження для будь-яких значень параметрів моделі. Так, у роботі [9] показано, що наближені формули, запропоновані у [10], можуть призвести до похибки у декілька порядків. Тому виникають певні сумніви у «високій точності» апроксимаційних формул в усьому спектрі зміни параметрів моделі. Оскільки цей напрямок досліджень не є статистичним, то немає сенсу говорити про незміщеність наближеної оцінки, тобто про відсутність систематичної похибки.

На відміну від наближених аналітичних формул, сфера застосувань яких є доволі обмеженою, метод статистичного моделювання, який ще називають методом Монте–Карло, є найбільш популярним в інженерній практиці. Протягом деякого часу (достатньо короткого) вважали, що цим методом можна розв’язати всі можливі проблеми. Це пояснюється його універсальністю та простотою реалізації. При цьому гарантується незміщеність оцінки та її збіжність з імовірністю 1 до характеристики, яку потрібно знайти. Але ще у 60-х роках минулого століття було помічено суттєвий недолік безпосереднього моделювання: якщо досліджують малоймовірну подію, то цей підхід втрачає свої переваги та стає малоефективним. Інакше кажучи, час, витрачений на моделювання, необмежено зростає у разі зменшення ймовірності, яку оцінюють.

На базі методу Монте–Карло науковці почали інтенсивно розвивати альтернативні підходи, які отримали назву «методи прискореного моделювання» (Fast Simulation Techniques). Їхньою спільною метою є зменшення дисперсії оцінки за рахунок спеціальних алгоритмів моделювання, що зберігають властивість незміщеності оцінки, але із суттєво меншою дисперсією. Перелік усіх можливих підходів до зменшення дисперсії оцінки є доволі великим. Безумовну першість віддають методу суттєвої вибірки (Importance Sampling) [11–14]. Суттєвий внесок у розвиток та сучасний стан методів прискореного моделювання зробила й українська школа математичної теорії надійності, очолювана академіком НАН України Ігорем Миколайовичем Коваленком [15–19]. Деякі ідеї, що сприяють зменшенню дисперсії оцінок, наведено у роботах [16, 20–25].

Ця стаття складається з п’яти розділів. У першому розділі описано модель розглядуваної системи обслуговування, а також сформульовано мету дослідження. Моделювання будь-якої системи є можливим лише за умови побудови відповідного марковського процесу, що описує процес зміни її стану. Саме такий процес побудовано у другому розділі. Для знаходження ймовірності блокування вимог певного потоку із запитом на задану кількість ліній обслуговування запропоновано метод прискореного моделювання, який у наступних двох розділах сформульовано у вигляді алгоритму побудови незміщеної оцінки для ймовірності блокування. В останньому розділі на числовому прикладі проведено порівняння запропонованого методу з методом Монте–Карло, зокрема проілюстровано виграш у часі моделювання.

1. МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ

Система обслуговування складається з множини S каналів; канал $s \in S$ містить m_s ліній. Вимоги можуть надходити із множини I джерел; λ_i — інтенсивність потоку вимог з джерела $i \in I$. Для свого обслуговування вимоги потребують різної кількості ліній; можливі значення цієї кількості визначаються множиною R (це скінченна множина, яка є підмножиною натуральних чисел). Позначимо $q(i; r)$ імовірність того, що у момент свого надходження вимога потоку $i \in I$ потребує $r \in R$ ліній для свого обслуговування, $\sum_{r \in R} q(i; r) = 1$. З імовірністю $p(i, r; s)$ вимога потоку $i \in I$, що потребує $r \in R$ ліній, надійде на обслуговування до каналу $s \in S$, $\sum_{s \in S} p(i, r; s) = 1$. Якщо кількість вільних ліній у цьому каналі не менша за r, то вимога займає ці лінії і починається її обслуговування, тривалість якого визначається функцією розподілу $G_i^{(r)}(x)$. Якщо кількість вільних ліній є меншою за r, то визначається канал s з максимальною кількістю вільних ліній і такий, що $p(i, r; s) > 0$ (якщо таких каналів декілька, то рівноймовірно вибирається будь-який з них). Якщо цих ліній достатньо, то вимога займає r з них і починається її обслуговування, тривалість якого визначається функцією розподілу $G_i^{(r)}(x)$. Якщо вільних ліній замало, то вимога отримує відмову і залишає систему обслуговування (система перебуває у стані блокування вимог i-го потоку, які потребують r ліній). Припустимо, що функції $\{G_i^{(r)}(x)\}$ мають щільності розподілу $\{g_i^{(r)}(x)\}$. Метою дослідження є розроблення методу прискореного моделювання стаціонарної ймовірності того, що система перебуває у стані блокування вимог потоку i^*, які потребують r^* ліній для свого обслуговування (такі вимоги далі називаємо (i^*, r^*)-вимогами).

Якщо система перебуває у стані блокування (i^*, r^*)-вимог, то це не означає, що будуть автоматично блоковані всі (i^*, r)-вимоги з $r > r^*$. Це пояснюється тим, що вимоги, які для обслуговування потребують різної кількості ліній, мають доступ, взагалі кажучи, до різних каналів, тобто (i^*, r^*)-вимоги можуть бути заблокованими, а для (i^*, r)-вимог з $r > r^*$ один з каналів може бути доступним.

2. ПОБУДОВА МАРКОВСЬКОГО ПРОЦЕСУ, ЩО ОПИСУЄ ЙМОВІРНІСНУ ЕВОЛЮЦІЮ СИСТЕМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ

Застосування будь-якого методу моделювання зміни станів системи обслуговування можливе лише за умови, що побудовано марковський процес, який визначає поточний стан та подальшу часову еволюцію системи. Як такий неперервний справа марковський процес можна взяти

$$\zeta(t) = (\mu^{(s)}(t); \theta_j^{(s)}(t), \gamma_j^{(s)}(t),\ j = 1, \ldots, \mu^{(s)}(t),\ s \in S),\quad t \ge 0,$$

де $\mu^{(s)}(t)$ — кількість вимог, які в момент t перебувають на обслуговуванні у s-му каналі ($s \in S$), $\theta_j^{(s)}(t)$ — кількість ліній, які займає j-та вимога у каналі s, $\gamma_j^{(s)}(t)$ — час, що залишився до закінчення обслуговування j-ї вимоги у каналі s. Кількість $\alpha^{(s)}(t)$ вільних ліній у каналі s у момент t визначають за формулою

$$\alpha^{(s)}(t) = m_s - \sum_{j=1}^{\mu^{(s)}(t)} \theta_j^{(s)}(t).$$

Ймовірність того, що система обслуговування перебуває у стані блокування (i, r)-вимог у момент t (за припущення, що $q(i; r) > 0$), має вигляд

$$Q(t; i, r) = \mathbf{P}\{\alpha^{(s)}(t) < r,\ s \in S\colon\ p(i, r; s) > 0\}.$$

Припустимо, що $i^* \in I$ та $r^* \in R$ — відповідно фіксовані номер потоку та кількість ліній, які може зайняти вимога, $q(i^*; r^*) > 0$. Метою дослідження є розроблення методу прискореного моделювання стаціонарної ймовірності $Q(i^*, r^*) = \lim\limits_{t \to \infty} Q(t; i^*, r^*)$.

Якщо взяти до уваги опис моделі, наведений у попередньому розділі, то алгоритм моделювання вибіркових траєкторій процесу $\zeta(t), t \ge 0$, є цілком очевидним, тому наводити його не будемо. Для обчислення ймовірності $Q(i^*, r^*)$ скористаємось ідеями, викладеними у роботі [25] (див. також [9, 26]).

Нехай t — деякий момент часу, а T — тривалість проміжку часу, що починається в момент t (вибір T буде описано далі). Оскільки вхідний потік є пуасонівським з постійною інтенсивністю, то система обслуговування дуже швидко входить у стаціонарний режим. Тому навіть для невеликих значень t ймовірність блокування в момент $t + T$, яка власне і є метою дослідження, фактично збігається зі стаціонарною ймовірністю. У цьому легко переконатися, збільшуючи момент t.

До моменту t систему обслуговування моделюємо методом Монте–Карло і знаходимо стан $\zeta(t)$. Цей стан буде початковим для прискореного моделювання траєкторій системи обслуговування у проміжку $[t,\ t + T]$, метою якого є потрапляння системи у стан блокування (i^*, r^*)-вимог у момент $t + T$. При цьому суттєво використовуємо метод розшарованої вибірки, який дає змогу раціонально організувати процес моделювання. Отже, момент t вважаємо початковим, а моделювання проводимо у проміжку $[0,\ T]$; початковим станом процесу $\zeta(0) = \zeta_0$ є той випадковий стан, в якому опиниться система за час t.

Припустимо, що у проміжку $[0, T]$ у систему обслуговування надійшло n вимог (розподіл Пуассона з параметром $\Lambda = \sum_{i \in I} \lambda_i$). Моменти $\omega_1, \ldots, \omega_n$ надходження цих вимог є випадковими величинами, рівномірно розподіленими у $[0, T]$. Тривалість η обслуговування кожної вимоги має функцію розподілу

$$G(x) = \mathbf{P}\{\eta < x\} = \sum_{i \in I} \frac{\lambda_i}{\Lambda} \sum_{r \in R} q(i; r)\, G_i^{(r)}(x). \tag{1}$$

Виберемо момент T так, щоб тривалість обслуговування була напевно меншою за T, а саме $T = \inf\{u\colon 1 - G(u) < \varepsilon\}$, де ε — наперед задана мала величина (наприклад, $\varepsilon = 10^{-7}$). Це означає вкрай низьку ймовірність того, що обслуговування вимог, наявних у системі в початковий момент, не закінчиться до моменту T. Знехтуємо цією ймовірністю, тобто вважатимемо, що блокування вимоги в момент T може відбутися лише завдяки вимогам, що надійдуть у проміжку $[0, T]$.

Знайдемо ймовірність $p(T)$ того, що обслуговування вимоги не закінчиться до моменту T. Якщо ω — рівномірно розподілена у $[0, T]$ випадкова величина, то

$$p = p(T) = \mathbf{P}\{\omega + \eta > T\} = \int_0^T [1 - G(T - x)] \frac{dx}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T [1 - G(x)]\, dx. \tag{2}$$

Уведемо такі позначення: σ — випадкова величина, що має розподіл Пуассона з параметром Λ, а ν_n — випадкова величина, яка має розподіл Бернуллі з параметрами p та n. Якщо відомо, що у проміжку $[0, T]$ надійшло n вимог, тобто $\sigma = n$, то кількість вимог, обслуговування яких не закінчиться до моменту T, є випадковою величиною ν_n, тобто має біноміальний розподіл. Далі моменти надходження вимог будемо позначати $\tau_1, \tau_2, \ldots$. Як зазначено раніше, моделювання стану системи в початковий момент $\tau_0 = 0$ здійснюємо методом Монте–Карло: $\zeta(\tau_0) = \zeta_0$. Ймовірність блокування (i^*, r^*)-вимоги в момент T для відомого стану ζ_0 позначимо $Q(i^*, r^*; \zeta_0)$.

3. АЛГОРИТМ ПРИСКОРЕНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЙМОВІРНОСТІ БЛОКУВАННЯ (i^*, r^*)-ВИМОГ У МОМЕНТ T

Виконується таке співвідношення:

$$Q(i^*, r^*; \zeta_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\Lambda T)^n}{n!} e^{-\Lambda T} \sum_{j=1}^{n} C_n^j\, p^j\, (1-p)^{n-j}\, \pi_n^{(j)}(i^*, r^*; \zeta_0), \tag{3}$$

де $\pi_n^{(j)}(i^*, r^*; \zeta_0)$ — ймовірність потрапляння системи у стан блокування (i^*, r^*)-вимог у момент T для відомого початкового стану ζ_0, а також за умови, що у проміжку $[0, T]$ надійшло n вимог, обслуговування j з яких не закінчиться до моменту T. Змінивши порядок підсумовування, маємо

$$Q(i^*, r^*; \zeta_0) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{n=j}^{\infty} \frac{(\Lambda T)^n}{n!} e^{-\Lambda T} C_n^j\, p^j\, (1-p)^{n-j}\, \pi_n^{(j)}(i^*, r^*; \zeta_0) =$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{n=j}^{\infty} b_n^{(j)}\, \pi_n^{(j)}(i^*, r^*; \zeta_0), \tag{4}$$

де

$$b_n^{(j)} = \frac{(\Lambda T)^n}{n!} e^{-\Lambda T} C_n^j\, p^j\, (1-p)^{n-j}, 1 \le j \le n. \tag{5}$$

Позначимо $M_{\min}$ мінімальну кількість вимог, які мають бути наявними у системі для того, щоб могло відбутися блокування (i^*, r^*)-вимог. Тоді

$$M_{\min} = \sum_{s \in S\colon p(i^*, r^*; s) > 0} \left(\left[\frac{m_s - r^*}{r_{\max}(s)} \right] + 1 \right), \tag{6}$$

де

$$r_{\max}(s) = \max_{i \in I,\, r \in R:\, q(i,r) > 0,\, p(i,r;s) > 0} r \tag{7}$$

— максимальна кількість ліній, які може зайняти вимога, що надійде на обслуговування у канал s, $[\cdot]$ позначає цілу частину. Якщо у системі в момент T перебуває менше, ніж $M_{\min}$ вимог, то система в жодний спосіб не може потрапити у стан блокування (i^*, r^*)-вимог. Нехай $M_{\max}$ — будь-яке ціле число таке, що $M_{\max} \geq M_{\min}$. Тоді з урахуванням цього зауваження співвідношення (4) можна переписати у такому вигляді:

$$Q(i^*, r^*; \zeta_0) = \sum_{j = M_{\min}}^{M_{\max}-1} B^{(j)} \sum_{n=j}^{\infty} \frac{b_n^{(j)}}{B^{(j)}} \pi_n^{(j)}(i^*, r^*; \zeta_0) + \tag{8}$$

$$+B \sum_{j = M_{\max}}^{\infty} \frac{B^{(j)}}{B} \sum_{n=j}^{\infty} \frac{b_n^{(j)}}{B^{(j)}} \pi_n^{(j)}(i^*, r^*; \zeta_0),$$

де

$$B^{(j)} = \sum_{n=j}^{\infty} b_n^{(j)}, \; j \geq M_{\min}, \; B = \sum_{j = M_{\max}}^{\infty} B^{(j)}. \tag{9}$$

Формула (8) — це вже готова схема для використання методу розшарованої вибірки (див. наступний розділ). Окремо моделюємо $M_{\max} - M_{\min}$ доданків у першій сумі у (8) та ще один доданок, який є другою сумою у (8). Моделювання кожного доданка містить попередній етап, який має свої особливості, та основний етап, який є одним і тим самим для кожного доданка.

Попередній етап побудови оцінки в одній реалізації для j-го доданка у першій сумі містить три кроки.

1. Протягом часу t моделюємо вибіркову траєкторію процесу і знаходимо початковий стан ζ_0.

2. Моделюємо випадкову величину ρ, яка дорівнює $n \geq j$ з імовірністю $\frac{b_n^{(j)}}{B^{(j)}}$. Нехай $\rho = n$.

3. Як початкову оцінку $\hat{\pi}_n^{(j)}(\zeta_0)$ для j-го доданка першої суми у (8) вибираємо $B^{(j)}$ (див. (9) та (5)).

Попередній етап побудови оцінки в одній реалізації для другої суми у (8) містить чотири кроки.

1. Протягом часу t моделюємо вибіркову траєкторію процесу і знаходимо початковий стан ζ_0.

2. Моделюємо випадкову величину ψ, яка дорівнює $j \geq M_{\max}$ з імовірністю $\frac{B^{(j)}}{B}$. Нехай $\psi = j$.

3. Моделюємо випадкову величину ρ, яка дорівнює $n \geq j$ з імовірністю $\frac{b_n^{(j)}}{B^{(j)}}$. Нехай $\rho = n$.

4. Як початкову оцінку $\hat{\pi}_n^{(j)}(\zeta_0)$ для другої суми у (8) вибираємо B (див. (9) і (5)).

Припустимо, що попередній етап вже здійснено та відомий початковий стан ζ_0. До того ж відомо, що у проміжку $[0, T]$ надійдуть n вимог, причому рівно в j з них обслуговування не закінчиться до моменту T. Потрібно побудувати оцінку ймовірності того, що в момент T система потрапить у стан блокування (i^*, r^*)-вимог. Незміщену оцінку цієї ймовірності будуємо за таким алгоритмом.

Крок 1. Моделюємо моменти надходження вимог та відповідні тривалості обслуговування. Для цього моделюємо рівномірно розподілені у проміжку $[0, T]$ випадкові величини $\{\omega_k\}$ та тривалості їхнього обслуговування $\{\eta_k\}$, які мають функцію розподілу $G(x)$, що визначається згідно з (1). Якщо $\omega_k + \eta_k > T$, то ω_k — момент надходження вимоги, обслуговування якої не закінчиться до настання T (загальна кількість таких моментів має становити j). Якщо $\omega_k + \eta_k < T$, то обслуговування цієї вимоги закінчиться до настання T (загальна кількість цих моментів має бути $n - j$). Генерація послідовностей $\{\omega_k\}$ та $\{\eta_k\}$ продовжується доти, доки не буде отримана необхідна кількість моментів та тривалостей обслуговування з вказаними властивостями.

Крок 2. Якщо моменти надходження вимог упорядкувати за зростанням, то отримаємо послідовність $0 = \tau_0 < \tau_1 < \ldots < \tau_n < \tau_{n+1} = T$. Відповідні тривалості обслуговування позначимо $y_1, \ldots, y_n$. Покладемо $N = 0$, стан процесу $\zeta(\tau_N + 0) = \zeta_N = \zeta_0$ є відомим. Нехай $K = 0$ (лічильник вимог, обслуговування яких не закінчиться до моменту T).

Крок 3. Моделюємо стан процесу $\zeta(\tau_{N+1} - 0)$ за умови, що в інтервалі (τ_N, τ_{N+1}) жодна вимога не надходила.

Крок 4. Якщо $N < n$, то переходимо до кроку 5 алгоритму. У випадку $N = n$ перевіряємо, чи перебуває система у стані блокування (i^*, r^*)-вимог. Якщо це дійсно так, то як оцінку в одній реалізації алгоритму вибираємо $\hat{\pi}_n^{(j)}(\zeta_0)$. Якщо ж ні, то такою оцінкою є $\hat{\pi}_n^{(j)}(\zeta_0) = 0$.

Крок 5. Знаходимо спільний розподіл $h(i, r), i \in I, r \in R$, номера потоку, з якого надходить вимога, та кількості ліній, якої ця вимога потребує, за умови, що тривалість обслуговування дорівнює y_{N+1}:

$$h(i, r) = \frac{\lambda_i \, q(i; r) \, g_i^{(r)}(y_{N+1})}{\sum_{k \in I} \lambda_k \sum_{v \in R} q(k; v) \, g_k^{(v)}(y_{N+1})}, \; i \in I, \; r \in R, \tag{10}$$

де $g_i^{(r)}(x)$ — щільність функції розподілу $G_i^{(r)}(x)$.

Крок 6. Припустимо, що $\tau_{N+1} + y_{N+1} < T$. Згідно з розподілом $\{h(i, r)\}$ моделюємо, яка саме вимога надходить у момент τ_{N+1}. Нехай це буде (i_0, r_0)-вимога. Знаходимо стан процесу $\zeta_{N+1} = \zeta(\tau_{N+1} + 0)$ за умови, що стан $\zeta(\tau_{N+1} - 0)$ є відомим та в момент τ_{N+1} надійшла (i_0, r_0)-вимога. Збільшуємо N на одиницю та переходимо до кроку 3 алгоритму.

Крок 7. Нехай $\tau_{N+1} + y_{N+1} > T$. Надходження вимоги в момент τ_{N+1} буде суттєво впливати на стан системи в момент T. Виникає питання, які саме вимоги мають надійти і в який канал, щоб імовірність блокування (i^*, r^*)-вимог не дорівнювала нулю (необхідні умови для виникнення блокування). Інакше кажучи, якщо ці умови виконані, то блокування не обов'язково відбудеться (ці умови не є достатніми), але, якщо ці умови не виконуються, то блокування відбутися не може. З'ясуємо, скільки вільних ліній буде в кожному каналі в момент T за умови відсутності нових викликів у інтервалі (τ_N, T). Стан процесу

$$\zeta(\tau_{N+1} - 0) = (\mu^{(s)}; \theta_j^{(s)}, \gamma_j^{(s)}, \; j = 1, \ldots, \mu, \; s \in S)$$

є відомим. Кількість $\alpha^{(s)}$ вільних ліній у каналі s у момент T визначаємо за формулою

$$\alpha^{(s)} = m_s - \sum_{k:\ 1\le k\le \mu^{(s)},\ \gamma_k^{(s)} > T-\tau_{N+1}} \theta_k^{(s)}, \quad s\in S.$$

Знаходимо мінімальну кількість вимог L, які мають надійти у систему для того, щоб могло відбутися блокування (i^*, r^*)-вимог. Тоді

$$L = \sum_{\substack{s\in S:\ p(i^*, r^*;\ s)>0,\\ \alpha^{(s)}\ge r^*}} \left(\left[\frac{\alpha^{(s)} - r^*}{r_{\max}(s)} \right] + 1 \right),$$

де $\{r_{\max}(s)\}$ визначають згідно з (7), а $[\cdot]$ — ціла частина.

Якщо $L > n - K$, то за жодних обставин система в момент T не може опинитись у стані блокування (i^*, r^*)-вимог (надійде менша кількість викликів, ніж мінімально потрібна). У цьому разі оцінку побудовано і вона є такою: $\hat{\pi}_n^{(j)}(\zeta_0) = 0$.

Якщо $L < n - K$, то обчислюємо ймовірність того, що (i, r)-вимога надійде на обслуговування у s-ий канал:

$$d(i, r; s) = h(i, r)\ p(i, r; s),\ i\in I,\ r\in R,\ s\in S$$

(будь-який виклик може надійти у будь-який доступний йому канал).

Найбільш складним є випадок $L = n - K$. Будемо розглядати лише ті $s\in S$, для яких $p(i^*, r^*; s) > 0$ та $\alpha^{(s)} \ge r^*$ (якщо ці умови не виконані, то $d(i, r; s) = 0$, $i\in I$, $r\in R$). Обчислимо $y^{(s)} = \alpha^{(s)} - r^* - \left[\frac{\alpha^{(s)} - r^*}{r_{\max}(s)} \right] r_{\max}(s) + 1$ (якщо вимога, що надійде у s-ий канал, потребуватиме кількості ліній, меншої за $y^{(s)}$, то за жодних обставин блокування (i^*, r^*)-вимог відбутися не може). Вимога (i, r) з $r \ge y^{(s)}$ може потрапити на обслуговування у канал s, якщо $p(i, r; s) > 0$ та кількість вільних ліній у цьому каналі в момент $\tau_{N+1} - 0$ є не меншою за r. Потрапляння на цей канал може відбутися двома шляхами: а) надходження безпосередньо у канал, ймовірність чого є $h(i, r)\ p(i, r; s)$; б) надходження у якийсь інший канал s', у якому кількість вільних ліній менша за r, і переорієнтація з відповідною ймовірністю на канал s (при цьому канал s має бути серед каналів з максимальною кількістю вільних ліній). Сумарну ймовірність того, що в момент τ_{N+1} надійде (i, r)-вимога, яка поступить на обслуговування у канал s, позначимо $d(i, r; s)$. Далі обчислюємо

$$D = \sum_{i\in I} \sum_{r\in R} \sum_{s\in S} d(i, r; s)$$

та моделюємо три залежні випадкові величини, які набувають значень (i, r, s) з імовірністю $d(i, r; s) / D$. Припустимо, що в момент τ_{N+1} надходить (i_0, r_0)-вимога, яка буде обслуговуватись у каналі s_0. Тоді знаходимо стан процесу $\zeta_{N+1} = \zeta(\tau_{N+1} + 0)$, збільшуємо N на одиницю та збільшуємо K на одиницю. При цьому як нове значення оцінки $\hat{\pi}_n^{(j)}(\zeta_0)$ беремо $D \cdot \hat{\pi}_n^{(j)}(\zeta_0)$. Далі переходимо до кроку 3 алгоритму.

4. ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ РОЗШАРОВАНОЇ ВИБІРКИ

З формули (8) випливає, що ймовірність $Q(t+T; i^*, r^*) = \mathbf{M}_{\zeta_0} Q(i^*, r^*; \zeta_0)$ можна представити у такому вигляді:

$$Q(t+T;i^*,r^*)=\sum_{j=M_{\min}}^{M_{\max}}\Pi_j(t+T;i^*,r^*)\,, \tag{11}$$

де $\Pi_j(t+T;i^*,r^*)$ — математичне сподівання відповідного доданка у (8). Алгоритм побудови незміщених оцінок для $\{\Pi_j(t+T;i^*,r^*)\}$ методом прискореного моделювання наведено у попередньому розділі. Оскільки різні доданки в (11) суттєво відрізняються за своїм внеском у загальну суму та за точністю їхнього обчислення (вибіркові дисперсії), то найбільш доцільним для зменшення дисперсії оцінки є використання методу розшарованої вибірки.

Припустимо, що N — це загальна кількість реалізацій, які потрібно використати для побудови оцінки ймовірності $Q(t+T;i^*,r^*)$, причому $N=N_{M_{\min}}+\ldots+N_{M_{\max}}$, де N_j — кількість реалізацій, яку застосовують для побудови оцінки для $\Pi_j(t+T;i^*,r^*)$. Тоді оцінку $\hat{Q}(t+T;i^*,r^*)$ будують за формулою:

$$\hat{Q}(t+T;i^*,r^*)=\sum_{j=M_{\min}}^{M_{\max}}\frac{1}{N_j}\sum_{l=1}^{N_j}\hat{\Pi}_j^{(l)}(t+T;i^*,r^*)\,, \tag{12}$$

де $\hat{\Pi}_j^{(l)}(t+T;i^*,r^*)$ — оцінка для $\Pi_j(t+T;i^*,r^*)$, побудована у l-ий реалізації алгоритму. Оскільки всі оцінки є незалежними випадковими величинами, то

$$\mathbf{D}\,\hat{Q}(t+T;i^*,r^*)=\sum_{j=M_{\min}}^{M_{\max}}\frac{1}{N_j}[\sigma_j(t+T;i^*,r^*)]^2, \tag{13}$$

де $[\sigma_j(t+T;i^*,r^*)]^2=\mathbf{D}\,\hat{\Pi}_j^{(l)}(t+T;i^*,r^*)$. Відомо, що найменше значення дисперсії досягається, коли відповідна кількість реалізацій пропорційна кореню з дисперсії, тобто

$$N_j=N\cdot\frac{\sigma_j(t+T;i^*,r^*)}{\sum_{k=M_{\min}}^{M_{\max}}\sigma_k(t+T;i^*,r^*)}\,. \tag{14}$$

Підставивши (14) у (13), маємо

$$\mathbf{D}\,\hat{Q}(t+T;i^*,r^*)=\frac{1}{N}\left[\sum_{j=M_{\min}}^{M_{\max}}\sigma_j(t+T;i^*,r^*)\right]^2.$$

Згідно із центральною граничною теоремою оцінка $\hat{Q}(t+T;i^*,r^*)$ має асимптотично нормальний розподіл. За відомими формулами можна обчислити відносну похибку оцінки $\hat{Q}(t+T;i^*,r^*)$, побудованої за N реалізацій.

Оскільки точні значення дисперсій $\{\sigma_j(t+T;i^*,r^*)\}$ невідомі, то під час розрахунків використовують відповідні вибіркові дисперсії, які будують на попередньому етапі, здійснюючи відносно невелику кількість реалізацій.

Оцінка (12) лишається незміщеною за будь-якого вибору $M_{\max}\ge M_{\min}$. Зі збільшенням $M_{\max}$ дещо зменшується дисперсія, але при цьому збільшується час моделювання, витрачений на попередньому етапі. Можна скористатися простим евристичним правилом: $M_{\max}$ потрібно вибирати таким, щоб величини $\sigma_{M_{\max}}(t+T;i^*,r^*)$ та $\sigma_{M_{\max}-1}(t+T;i^*,r^*)$ мали однаковий порядок.

5. ЧИСЛОВИЙ ПРИКЛАД

Проілюструємо точність оцінок імовірності блокування вимог певного потоку, отриманих прискореним моделюванням для системи обслуговування, яка визначається наведеними нижче параметрами (базова модель). Змінюючи параметри цієї моделі, можна прослідкувати, як міняється точність оцінок (відносна похибка), коли ймовірність блокування прямує до нуля.

Для обслуговування вимог система має $S = 1, 2, 3$ каналів, які містять відповідно $m_1 = 25$, $m_2 = 30$ та $m_3 = 35$ ліній. Вимоги надходять із трьох джерел, $I = 1, 2, 3$, з інтенсивностями $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 10$ та $\lambda_3 = 15$ відповідно. Для свого обслуговування вимоги потребують різної кількості ліній, яка визначається множиною $R = 2, 3, 5, 7, 11$. Ймовірності $\{q(i; r),\ i \in I,\ r \in R\}$ задаємо у такий спосіб: $q(1; 2) = 0.25$, $q(1; 5) = 0.5$, $q(1; 11) = 0.25$, $q(2; 3) = 0.25$, $q(2; 5) = 0.25$, $q(2; 7) = 0.5$, $q(3; 2) = 0.25$, $q(3; 3) = 0.25$, $q(3; 7) = 0.25$, $q(3; 11) = 0.25$; всі інші $\{q(i; r)\}$ дорівнюють нулю. Ймовірності $\{p(i, r; s),\ i \in I,\ r \in R,\ s \in S\}$ задаємо так: $p(1, 2; 1) = 0.5$, $p(1, 2; 2) = 0.5$, $p(1, 5; 1) = 0.5$, $p(1, 5; 3) = 0.5$, $p(1, 11; 2) = 0.5$, $p(1, 11; 3) = 0.5$, $p(2, 3; 1) = 0.5$, $p(2, 3; 2) = 0.5$, $p(2, 5; 1) = 0.5$, $p(2, 5; 3) = 0.5$, $p(2, 7; 2) = 0.5$, $p(2, 7; 3) = 0.5$, $p(3, 2; 1) = 0.5$, $p(3, 2; 2) = 0.5$, $p(3, 3; 1) = 0.5$, $p(3, 3; 3) = 0.5$, $p(3, 7; 2) = 0.5$, $p(3, 7; 3) = 0.5$, $p(3, 11; 1) = 0.25$, $p(3, 11; 2) = 0.25$, $p(3, 11; 3) = 0.5$; всі інші $\{p(i, r; s),\ i \in I,\ r \in R,\ s \in S\}$ дорівнюють нулю. Тривалість обслуговування всіх вимог має розподіл Вейбулла з параметрами $\{\beta_i^{(r)}\}$ та 2, тобто

$$G_i^{(r)}(x) = 1 - \exp\{-(\beta_i^{(r)}\, x)^2\},\ x \ge 0,$$

де

$$\beta_1^{(2)} = 1,\ \beta_1^{(5)} = 3,\ \beta_1^{(11)} = 5,\ \beta_2^{(3)} = 2,\ \beta_2^{(5)} = 3,\ \beta_2^{(7)} = 4, \tag{15}$$

$$\beta_3^{(2)} = 1,\ \beta_3^{(3)} = 2,\ \beta_3^{(7)} = 4,\ \beta_3^{(11)} = 5. \tag{16}$$

У цьому прикладі зосередимо увагу на дослідженні ймовірності блокування вимог другого потоку ($i^* = 2$), що потребують рівно $r^* = 5$ ліній для свого обслуговування, тобто $(2, 5)$-вимог. Якщо система перебуває у стані блокування $(2, 5)$-вимог, то це не означає, що будуть автоматично блоковані всі $(2, r)$-вимоги з $r > 5$. Це пояснюється тим, що вимоги, які для обслуговування потребують різної кількості ліній, мають доступ до різних каналів, тобто $(2, 5)$-вимоги можуть бути заблокованими, а, до прикладу, для $(2, 11)$-вимог один з каналів може бути вільним.

Метою цього прикладу є не тільки перевірка коректності запропонованого алгоритму, але й дослідження відносної похибки оцінки, коли ймовірність блокування прямує до нуля. Єдиним доступним альтернативним методом для порівняння оцінок є метод Монте–Карло, оскільки жоден відомий авторам аналітичний чи асимптотичний метод не можна застосувати для дослідження характеристик описаної вище системи обслуговування.

Порівняємо оцінки, отримані методом Монте–Карло (Monte Carlo, MC) та методом прискореного моделювання (Fast Simulation, FS), а також ефективності цих двох статистичних методів. Як міру ефективності візьмемо час, потрібний для побудови оцінки з відносною похибкою 1%. Припустимо, що методом Монте–Карло побудовано оцінку з відносною похибкою δ_{MC} і для цього знадобилося U_{MC} одиниць часу. Тоді для побудови оцінки з відносною похибкою 1% знадобиться приблизно $U_{MC}\, \delta_{MC}^2$ одиниць часу. Позначимо U_{FS} та δ_{FS} відповідні величини, що стосуються методу прискореного моделювання. Тоді прискорене моделювання дає змогу досягти виграшу у часі моделювання, який

вимірюють відношенням
$$\rho = \frac{U_{MC}\ \delta^2_{MC}}{U_{FS}\ \delta^2_{FS}} \qquad (17)$$
(якщо $\rho < 1$, то метод Монте–Карло є більш швидким).

У табл. 1 та 2 розглянуто два випадки: а) зростає кількість ліній у каналах, а саме $m_s = 25 + 5\,(k-1),\, s \in S,\, k = 1, \ldots, 7$; б) зменшується середня тривалість обслуговування, тобто замість параметрів $\{\beta_i^{(r)}\}$ (див. (15) та (16)) використовуємо $\overline{\beta}_i^{(r)} = \beta_i^{(r)} \cdot k,\, i \in I,\, r \in R,\ k = 1, \ldots, 7$. Оцінки для ймовірності блокування (i^*, r^*)-вимог позначаємо $\hat{Q}(i^*, r^*)$, а відповідну відносну похибку — $\hat{R}(i^*, r^*)$. Всі оцінки побудовано з однією й тією самою достовірністю 0.99. Оцінки методом Монте–Карло побудовано із заданою відносною похибкою. Для побудови кожної оцінки методом прискореного моделювання використано $N = 500\,000$ реалізацій (на попередньому етапі оцінки дисперсій побудовано за 5000 реалізацій), $M_{\max} = M_{\min} + 20$. Виграш ρ у часі моделювання визначаємо за формулою (17). Прочерки у відповідних клітинках таблиць, пов'язаних з методом Монте–Карло, означають, що для здійснення моделювання потрібно занадто багато часу.

Оцінки, отримані двома принципово різними за своєю суттю методами, є доволі близькими, що є підтвердженням коректності алгоритмів обох методів. Одночасно зі зменшенням імовірності блокування метод прискореного моделювання дає змогу суттєво скоротити час моделювання порівняно зі стандартним методом Монте–Карло. Зі зменшенням імовірності $\hat{Q}(i^*, r^*)$ відносна похибка

Таблиця 1. Порівняння оцінок, отриманих методами MC та FS для $m_s = 25 + 5\,(s-1) + 5\,(k-1),\, s \in S,\, k = 1, \ldots, 7$

k	**MC**		**FC**		ρ
	$\hat{Q}(i^*, r^*)$	$\hat{R}(i^*, r^*)$	$\hat{Q}(i^*, r^*)$	$\hat{R}(i^*, r^*)$	
1	$2.15 \cdot 10^{-2}$	5%	$2.13 \cdot 10^{-2}$	0.83%	15.4
2	$3.06 \cdot 10^{-3}$	7.5%	$2.94 \cdot 10^{-3}$	1.50%	15.6
3	$1.13 \cdot 10^{-3}$	10%	$1.03 \cdot 10^{-3}$	2.00%	17.9
4	$1.92 \cdot 10^{-4}$	15%	$1.77 \cdot 10^{-4}$	3.35%	88.7
5	$2.62 \cdot 10^{-5}$	20%	$2.59 \cdot 10^{-5}$	5.95%	133.5
6	–	–	$3.01 \cdot 10^{-6}$	13.05%	–
7	–	–	$3.63 \cdot 10^{-7}$	19.37%	–

Таблиця 2. Порівняння оцінок, отриманих методами MC та FS для $\overline{\beta}_i^{(r)} = \beta_i^{(r)} \cdot k,\, i \in I,\, r \in R,\ k = 1, \ldots, 7$

k	**MC**		**FC**		ρ
	$\hat{Q}(i^*, r^*)$	$\hat{R}(i^*, r^*)$	$\hat{Q}(i^*, r^*)$	$\hat{R}(i^*, r^*)$	
1	$2.15 \cdot 10^{-2}$	5%	$2.13 \cdot 10^{-2}$	0.83%	15.4
2	$3.67 \cdot 10^{-4}$	10%	$3.48 \cdot 10^{-4}$	2.34%	29.5
3	$2.48 \cdot 10^{-5}$	20%	$2.20 \cdot 10^{-5}$	4.62%	157.2
4	$2.96 \cdot 10^{-6}$	50%	$3.33 \cdot 10^{-6}$	6.51%	809.4
5	–	–	$7.30 \cdot 10^{-7}$	8.21%	–
6	–	–	$2.09 \cdot 10^{-7}$	9.04%	–
7	–	–	$7.81 \cdot 10^{-8}$	13.50%	–

$\hat{R}(i^*, r^*)$ зростає, тобто немає підстав стверджувати, що запропонований метод прискореного моделювання має властивість обмеженості відносної середньоквадратичної похибки. Однак це не має суттєвого впливу на проведення реальних практичних розрахунків: якщо ймовірність блокування зменшилась у $5.8 \cdot 10^4$ раза, то відносна похибка зросла у 23.3 раза (табл. 1); аналогічно, у разі зменшення ймовірності блокування у $2.7 \cdot 10^5$ раза відносна похибка зросла лише у 16.3 раза (табл. 2).

ВИСНОВКИ

У роботі досліджено систему зі спільним ресурсом (множинний доступ) для обслуговування вимог різних потоків. Запропонований метод прискореного моделювання дає змогу на декілька порядків знизити дисперсію оцінки (порівняно з методом Монте–Карло) під час моделювання ймовірності блокування вимог певного потоку із запитом на задану кількість ліній обслуговування. Цей метод ґрунтується на спільному використанні розшарованої вибірки та спеціального алгоритму моделювання, який виключає надходження тих вимог, що завадять потраплянню системи у стан блокування (i^*, r^*)-вимог. Прискорене моделювання можна застосувати для оптимізації кількості ліній у кожному каналі для забезпечення заданих імовірностей блокування для кожного потоку вимог.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ross K.W. Multiservice Loss Models for Broadband Telecommunication Networks. London: Springer Verlag, 1995. 343 p.
2. Nyberg E., Virtamo J., Aalto S. An exact algorithm for calculating blocking probabilities in multicast networks. *Proc. NETWORKING 2000. Broadband Communications, High Performance Networking, and Performance of Communication Networks* (14–19 May 2000, Paris, France). Paris, 2000. LNCS. Vol. 1815. P. 275–286. https://doi.org/10.1007/3-540-45551-5_24.
3. Karvo J. Efficient simulation of blocking probabilities for multi-layer multicast streams. *Proc. NETWORKING 2002: Networking Technologies, Services, and Protocols; Performance of Computer and Communication Networks; Mobile and Wireless Communications* (19-24 May 2002, Pisa, Italy). Pisa, 2002. LNCS. Vol. 2345. P. 1020–1031. https://doi.org/10.1007/3-540-47906-6_83.
4. Frenkel I.B., Karagrigoriou A., Lisnianski A., Kleyner A.V. Applied Reliability Engineering and Risk Analysis: Probabilistic Models and Statistical Inference. New York: Wiley, 2013. 448 p.
5. Wong E.W.M., Chan Y.-C. A century-long challenge in teletraffic theory: blocking probability evaluation for overflow loss systems with mutual overflow. *IEEE Access.* 2023. Vol. 11. P. 61274–61288. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3283803.
6. Wong E.W.M., Guo J., Moran B., Zukerman M. Information exchange surrogates for approximation of blocking probabilities in overflow loss systems. *Proc. 25th International. Teletraffic Congress (ITC)* (10–12 September 2013, Shanghai, China). Shanghai, 2013. P. 1–9. https://doi.org/10.1109/ITC.2013.6662932.
7. Chan Y.-C., Wong E.W.M. Blocking probability evaluation for non-hierarchical overflow loss systems. *IEEE Trans. Commun*. 2018. Vol. 66, Iss. 5. P. 2022–2036. https://doi.org/10.1109/TCOMM.2017.2784450.
8. Wu J., Wong E.W.M., Guo J., Zukerman M. Performance analysis of green cellular networks with selective base-station sleeping. *Perform. Eval*. 2017. Vol. 111. P. 17–36. https://doi.org/10.1016/j.peva.2017.03.002.
9. Kuznetsov M.Y., Shumska A.A. Fast simulation of steady-state call blocking probability in a two-channel system with threshold service strategies. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2023. Vol. 59, N 5. P. 794–802. https://doi.org/10.1007/s10559-023-00615-w.
10. Sagkriotis S.G., Pantelis S.K., Moscholios I.D., Vassilakis V.G. Call blocking probabilities in a two-link multirate loss system for Poisson traffic. *IET Networks*. 2018. Vol. 7, Iss. 4. P. 233–241. https://doi.org/10.1049/iet-net.2017.0223.
11. Glynn P.W. Likelihood ratio gradient estimation for stochastic systems. *Communications of the ACM*. 1990. Vol. 33, Iss. 10. P. 75–84. https://doi.org/10.1145/84537.84552.

12. Heidelberger P. Fast simulation of rare events in queueing and reliability models. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation.* 1995. Vol. 5, Iss. 1. P. 43–85. https://doi.org/10.1145/203091.203094.

13. Falkner M., Devetsikiotis M., Lambadaris I. Fast simulation of networks of queues with effective and decoupling bandwidths. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation.* 1999. Vol. 9, Iss. 1. P. 45–58. https://doi.org/10.1145/301677.301684.

14. Li J., Mosleh A., Kang R. Likelihood ratio gradient estimation for dynamic reliability applications. *Reliab. Engin. and System Safety*. 2011. Vol. 96, Iss. 12. P. 1667–1679. https://doi.org/10.1016/j.ress.2011.08.001.

15. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Методы расчета высоконадежных систем. Москва: Радио и связь, 1988. 176 с.

16. Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Pegg Ph.A. Mathematical Theory of Reliability of Time Dependent Systems with Practical Applications. Chichester: Wiley, 1997. 303 p. https://doi.org/10.34229/1028-0979-2023-3-5.

17. Shumskaya A.A. Fast simulation of unavailability of a repairable system with a bounded relative error of estimate. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2003. Vol. 39, N 3. P. 357–366. https://doi.org/10.1023/A:1025753309479.

18. Kuznetsov N.Yu. Fast simulation technique in reliability evaluation of Markovian and non-Markovian systems. In: Simulation and Optimization Methods in Risk and Reliability Theory. New York: Nova Science Publishers, 2009. P. 69–112.

19. Кузнецов Н.Ю., Шумская А.А. Оценка опасности отказа резервированной системы методом ускоренного моделирования. *Проблемы управления и информатики*. 2013. № 3. С. 50–62. https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v45.i5.40.

20. Glasserman P., Heidelberger Ph., Shahabuddin P., Zajic T. Multilevel splitting for estimating rare event probabilities. *Oper. Research.* 1999. Vol. 47, N 4. P. 585–600.

21. Glasserman P. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. New York: Springer, 2004. 575 p. https://doi.org/10.1007/978-0-387-21617-1.

22. Lagnoux A. Rare event simulation. *Probab. Eng. and Inf. Sci.* 2006. Vol. 20, Iss. 1. P. 45–66. https://doi.org/10.1017/S0269964806060025.

23. Gertsbakh I.B., Shpungin Y. Models of Network Reliability: Analysis, Combinatorics, and Monte Carlo. Boca Raton: CRC Press, 2012. 217 p. https://doi.org/10.1201/b12536.

24. Blanchet J., Lam H. Rare event simulation techniques. *Proc. 2011 Winter Simulation Conference*. (11–14 December 2011, Phoenix, USA). Phoenix, 2011. P. 146–160.

25. Kuznetsov N.Y., Kuznetsov I.N. Fast simulation of the customer blocking probability in queueing networks with multicast access. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2021. Vol. 57, N 4. P. 530–541. https://doi.org/10.1007/s10559-021-00378-2.

26. Кузнєцов М.Ю., Кузнєцов І.М., Шумська А.А. Прискорене моделювання ймовірності блокування вимог у мережі обслуговування з множинним доступом та періодичними інтенсивностями вхідних потоків. *Проблеми керування та інформатики*. 2023. Т. 68, № 3. С. 32–46. https://doi.org/10.34229/1028-0979-2023-3-5.

I.M. Kuznetsov, A.A. Shumska

APPLYING FAST SIMULATION TO THE EVALUATION OF CUSTOMERS BLOCKING PROBABILITY IN THE MULTICHANNEL QUEUING SYSTEM WITH MULTICAST ACCESS

Abstract. A model of the multichannel queuing system is considered. Each channel contains some service lines. There are several input flows. Each customer requires several lines to be serviced. If the channel does not have a sufficient number of service lines, it is possible to reorient this customer to another channel. The service time has a distribution function of a general form depending both on the flow and on the number of lines required by the customer. A fast simulation method aimed to evaluate the blocking probability of customers of a certain flow with a given number of service lines is proposed. The method is compared with the Monte Carlo method using numerical example and the gain in simulation time is illustrated in particular.

Keywords: queuing system, channel, line, blocking probability, Monte Carlo method, fast simulation, multicast access, estimate, relative error.

Надійшла до редакції 13.11.2023