

DOI: <https://doi.org/10.15407/kvt213.03.036>

CC BY-NC

РЕВУНОВА О.Г., д-р техн. наук, старш. наук. співроб.,
провід. наук. співроб. відд. нейромережових технологій оброблення інформації,
<https://orcid.org/0000-0002-3053-7090>, e-mail: egrevunova@gmail.com

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій
та систем НАН України та МОН України,
пр. Академіка Глушкова, 40, м. Київ, 03187, Україна

РАНДОМІЗОВАНІ МАТРИЧНІ ОБЧИСЛЕННЯ ТА СИНГУЛЯРНЕ РОЗКЛАДАННЯ ДЛЯ ЕФЕКТИВНОГО ПРИГНІЧЕННЯ АКТИВНИХ ЗАВАД В РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

***Вступ.** Дія активної завади призводить до великих втрат через зниження ефективності роботи радіолокаційних систем, зенітно-ракетних комплексів, систем зв'язку. Удосконалюються стратегії формування та постановки активної завади, зростає потужність завади. Тому актуальним є вдосконалення систем пригнічення активних завад. Завдання удосконалення підходів та методів пригнічення активних завад на основі матричних обчислень є актуальним у зв'язку з проривним розвитком обчислювальних методів, що допускають реалізацію засобами цифрової схемотехніки. До них належать найсучасніші алгоритми машинного навчання, спрямовані на вирішення завдань оброблення сигналів. Важливими є вимоги сталої роботи систем пригнічення активних завад за умов невизначеності та в реальному часі, а також простої апаратної реалізованості методів.*

***Метою** роботи є підвищення ефективності пригнічення активних завад в антенній системі (в умовах невизначеності) на основі нових методів рандомізації обчислень та їх реалізація за допомогою матрично-процесорної архітектури.*

***Результат.** Запропоновано підхід (оснований на сингулярному розкладанні та випадковій проекції), що забезпечує ефективне пригнічення активних завад в антенній системі за умов невизначеності, тобто у разі: малої довжини вибірки, наявності власного шуму вимірювальної системи, невизначеного чисельного рангу матриці перетворення вхід-вихід, відсутності апріорної інформації про корисний сигнал.*

***Висновки.** Підвищення ефективності пригнічення завад включає: підвищення стійкості та коефіцієнта пригнічення завади, зниження обчислювальної складності. Підвищення коефіцієнта пригнічення завади забезпечується використанням стійких методів розв'язання дискретних некоректних обернених завдань відновлення сигналів*

© ВД «Академперіодика» НАН України, 2023

на основі випадкової проекції та усіченого сингулярного розкладання. Зниження обчислювальної складності досягається за рахунок реалізації випадкової проекції та усіченого сингулярного розкладання процесорним масивом, що реалізує паралельні обчислення.

Ключові слова: активна завада, дискретна некоректна задача, антенна система, сингулярне розкладання, випадкова проекція.

ВСТУП

Актуальність розвитку систем протидії ворожим засобам радіоелектронної боротьби на сьогоднішній день очевидна. Навмисна перешкода (т.зв. активна завада), створювана противником з метою зниження ефективності роботи радіолокаційних систем, зенітно-ракетних комплексів, систем зв'язку, веде до великих втрат. Наразі зростає потужність активної завади, удосконалюються стратегії формування (генерації) та постановки активної завади. Тому актуальним є відповідне вдосконалення систем пригнічення активних завад.

З іншого боку, у протидії системам радіоелектронної боротьби актуальним є завдання формування діаграми спрямованості антенної системи. Пригнічення активної завади реалізується шляхом відповідного формування діаграми спрямованості у напрямку на заваду.

Завдання удосконалення підходів, методів та алгоритмів формування діаграми спрямованості антенної системи на основі матричних обчислень (розкладів) є актуальним як у зв'язку з удосконаленням цифрової елементної бази, так і проривним розвитком обчислювальних методів, що забезпечує реалізацію засобами цифрової схемотехніки. До них належать найсучасніші алгоритми нейронних мереж та машинного навчання, спрямовані на розв'язання завдань оброблення сигналів.

Водночас важливою вимогою є вимога сталої роботи за умов невизначеності, тобто у разі: малої довжини вибірки, наявності власного шуму вимірювальної системи, невизначеного чисельного рангу матриці перетворення вхід-вихід, відсутності апріорної інформації про корисний сигнал. Також зазначимо вимоги роботи в реальному часі та простої апаратної реалізованості методів.

Метою роботи є підвищення ефективності пригнічення активних завад в антенній системі (в умовах невизначеності) на основі нових методів рандомізації обчислень та їх реалізація за допомогою матрично-процесорної архітектури.

ПІДХОДИ ДО ПРИГНІЧЕННЯ АКТИВНИХ ЗАВАД В ОДНОРІДНИХ ТА НЕОДНОРІДНИХ АНТЕННИХ СИСТЕМАХ

Завдання пригнічення активних завад полягає у максимально можливому очищенні від них корисного сигналу. Активна завада є джерелом випромінювання, яке не несе корисної інформації і має властивість нестационарності.

Завдання пригнічення активних завад актуальне для двох типів антенних систем: однорідних та неоднорідних.

Під *неоднорідною* антенною системою розуміють таку систему, де за рахунок відмінностей характеристик спрямованості антенних елементів виділяють основний канал і додаткові. У сигналах антенних елементів додаткових каналів переважають активні перешкоди, а складова корисного сигналу дуже мала. В основному каналі складова корисного сигналу переважає.

Відомим підходом до пригнічення (компенсації) активних завад у неоднорідній антенній системі є застосування методів на основі декореляції. Робота цих методів полягає в оцінюванні коефіцієнтів кореляції завад у каналах прийому, які потім використовуються для взаємної компенсації завад. Для виявлення кореляції застосовується ланцюг кореляційного зворотного зв'язку.

Недоліком багатоканального компенсатора зі зворотними кореляційними зв'язками є перехідний процес, який може за певних умов істотно затягуватися. Показано, що тривалість перехідного процесу збільшується: у разі зростання кількості джерел завад; зі збільшенням ступеня кореляції завад у додаткових каналах, що робить коваріаційну матрицю погано обумовленою. Зазначені недоліки призводять до неможливості роботи алгоритму на основі декореляції в ситуації, коли параметри завад змінюються швидко (відносно тривалості перехідного процесу). Це значно погіршує показники пригнічення завади.

Іншим відомим підходом до пригнічення активних завад є метод «безпосереднього обернення матриці» (БОМ) [1]. Обернення виконується для кореляційної матриці сигналів додаткових (компенсаційних) каналів.

Пригнічення завад на основі БОМ, як і алгоритм на основі декореляції, належить до апроксимаційного підходу оброблення сигналів: сигнал основного каналу апроксимують сигналами додаткових каналів, отримуючи корисний сигнал як нев'язку. Звідси впливає обмеження застосування апроксимаційного підходу до пригнічення завад — припущення про відсутність корисного сигналу в додаткових каналах.

Недоліками БОМ, реалізованих з використанням рекурсії, є: залежність точності оцінки вектора ваг від зумовленості матриці коваріації; необхідність вибору значення множника забування, що дає змогу в ході рекурсії виключати застарілу інформацію для забезпечення можливості роботи в умовах нестационарності завад. У рамках підходу БОМ на основі розпаралелювання розвинуто методи пригнічення на основі ґратчастих фільтрів, що реалізують процедуру обернення коваріаційної матриці.

Недоліки підходу БОМ, реалізованого на ґратчастих фільтрах: неадаптованість до роботи в умовах нестационарності завад; нестійкість до виродженості чи поганої обумовленості матриці входів. Ці недоліки вдається подолати у процедурах рекурсивного оцінювання параметрів лінійної моделі в умовах нестационарних даних та поганої обумовленості матриці входів. Однак вони вимагають підбору параметра, який керує стійкістю алгоритму, що часто неможливо зробити в реальному часі.

Отже, причиною виродженості матриці входів у системах пригнічення завад часто стає лінійна залежність сигналів завад, які приймаються додатковими каналами. Невелике відхилення від лінійної залежності за рахунок власного шуму робить детермінант коваріаційної матриці не нульовим і обернення матриці формально можливим. Однак при цьому оцінка ваг нестійка. Виродженість матриці входів погіршує роботу алгоритмів пригнічення завад, оснований на декореляції, і алгоритмів безпосереднього обернення матриці.

Потрібно розроблення алгоритму:

- який не потребує підбору градуального параметра, що керує стійкістю алгоритму,

- допускає роботу у реальному часі,
- є стійким до виродженості матриці входів.

В *однорідній* антенній системі сигнальна інформація в усіх антенних каналах є сумішшю трьох складових — корисного сигналу, активних завад та власного шуму каналу.

Підхід до придушення перешкод в однорідній антенній системі полягає у визначенні напрямків приходу сигналів (НПС, DOA — direction of arrival [1]) завад та подальшому формуванні провалів в діаграмі спрямованості у напрямках на джерела завад. Напрямки надходження сигналів визначаються за спектром потужності.

Класичні методи визначення напрямку надходження сигналу поділяють на параметричні (наприклад, методи, основані на принципі максимальної правдоподібності) та непараметричні методи (методи, що базуються на спектральних підходах). Параметричні підходи забезпечують точну оцінку НПС, проте мають високу обчислювальну складність. Непараметричні методи оцінювання НПС можна розділити на дві основні підгрупи: методи формування діаграми спрямованості та методи на основі підпросторів. Непараметричні методи мають меншу обчислювальну складність, порівняно з параметричними.

Поширеність підходів до оцінювання НПС на основі підпросторів пояснюється тим, що вони забезпечують високу роздільну здатність. Представником методів цієї групи є MUSIC [2–4]. MUSIC використовує розкладання за власними значеннями коваріаційної матриці, на основі якого формуються сигнальний та шумовий підпростори. Сигнальний підпростір формується шляхом відбору M власних векторів, де M — кількість джерел сигналу. Шумовий підпростір складається з $K - M$ власних векторів. Подальший аналіз сигналу та отримання спектра потужності використовує ортогональність сигнального та шумового підпросторів.

MUSIC забезпечує більшу ефективність, ніж звичайне формування діаграми спрямованості (beamforming) [5]. У разі коли кількість зразків даних, отриманих з кожного елемента антенного масиву, досить велика, метод забезпечує статистично достовірні оцінки. Одним з недоліків MUSIC є ситуація, коли деякі із сигналів джерел випромінювання сильно кореговані між собою, ефективність роботи алгоритму в цьому випадку різко погіршується. Іншим недоліком є зниження ефективності роботи MUSIC за малої кількості зразків.

Серед параметричних методів оцінювання НПС останнім часом набули розвитку методи на основі розрідженого подання та l_1 -регуляризації. Методи l_1 -регуляризації оцінюють НПС на основі даних з виходу антенного масиву та (так званого) надлишкового словника [6–9]. Підходи, основані на розрідженості, можуть забезпечити високу роздільну здатність у роботі з обмеженим обсягом зашумлених даних та кореляції джерел випромінювання. Недоліками цього підходу є жорсткі вимоги до властивостей надлишкового словника та складність апаратної реалізації підходів, основаних на розрідженості. До переваг підходів, що використовують регуляризацію, належить можливість роботи за відсутності апріорної інформації про кількість джерел сигналу (яка потрібна, наприклад, для MUSIC). Тому заслуговує на увагу дослідження методів розв'язання завдання визначення НПС на основі методів l_2 -регуляризації.

З проведеного вище аналізу підходів і методів формування діаграми спрямованості антени для пригнічення активних завад впливає, що вимогою до систем пригнічення завад та виділення корисного сигналу є стійка робота *за умов невизначеності*, тобто робота за умов:

- малої довжини вибірки сигналу,
- наявності власного шуму вимірювальної системи,
- невизначеного чисельного рангу матриці перетворення вхід-вихід,
- відсутності апіорної інформації про корисний сигнал.

Також вимогами є робота в реальному часі та проста апаратна реалізованість методів.

ПІДХІД РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ НА ОСНОВІ МАТРИЧНИХ РОЗКЛАДІВ ТА ВИПАДКОВОЇ ПРОЄКЦІЇ ДЛЯ ЗАВДАНЬ ОБРОБЛЕННЯ СИГНАЛІВ

Нами розробляється підхід регуляризації на основі матричних розкладів та випадкової проєкції для завдань оброблення сигналів шляхом стійкого розв'язання оберненої задачі. Необхідність розв'язання обернених задач часто виникає у зв'язку з відновленням сигналу об'єкта за результатами непрямих дистанційних вимірювань. Перетворення сигналу об'єкта у разі взаємодії із середовищем поширення та вимірювальним трактом моделюють матрицею лінійного перетворення вхід-вихід. Матриця перетворення та вектор результатів непрямих вимірювань (вектор виходу) є відомими, потрібно визначити вектор вхідного сигналу (вектор входу, тобто вектор розв'язку).

Якщо матриця перетворення має велике число обумовленості, ряд її сингулярних значень плавно спадає до нуля і вихід вимірювальної системи містить шум, задачу оцінювання вектора входу називають дискретною некоректною оберненою задачею (ДНЗ) [10]. Подібні властивості має, наприклад, матриця, сформована векторами спрямованості антенного масиву.

Відомо, що рішення ДНЗ з використанням псевдообернення матриці перетворення вхід-вихід є нестійким: малим змінам у векторі вимірювань відповідають великі зміни у векторі розв'язку, водночас і значення помилки рішення — велике. Для подолання нестійкості та, відповідно, підвищення точності розв'язку може бути використано методи регуляризації: підхід, що використовує випадкову проєкцію [11–15], [16–21] та підхід на основі усиченого сингулярного розкладання [16, 17, 20].

Розв'язок ДНЗ на основі сингулярного розкладання отримують таким чином:

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{A}_k^+ \mathbf{y}, \quad \mathbf{A}_k^+ = \mathbf{V}_k \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{U}_k^T,$$

де $\mathbf{A}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{S}_k \mathbf{V}_k^T$ — наближення матриці \mathbf{A} , отримане за k ($k < N$) компонентами сингулярного розкладання, $\mathbf{U}_k = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k)$ — матриця лівих сингулярних векторів з ортонормованими стовбцями, $\mathbf{V}_k = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k)$ — матриця правих сингулярних векторів з ортонормованими стовбцями, $\mathbf{S}_k = \text{diag}(s_1, \dots, s_k)$ — матриця сингулярних чисел, \mathbf{A}^+ — псевдообернення

матриці \mathbf{A} . Оцінка розв'язку $\mathbf{x}_{\text{SVD}}^* = \sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i s_i^{-1} \mathbf{u}_i^T \mathbf{y}$ формується як сума векторів

v_i , зважених відповідними коефіцієнтами. В роботах [16, 17] проведено усереднення помилки відновлення вхідного вектора за шумом в векторі правої частини, та отримано такий вираз:

$$e_x(k) = \left\| (\mathbf{A}_k^+ \mathbf{A}_k - \mathbf{I}) \mathbf{x} \right\|^2 + \sigma^2 \text{trace}(\mathbf{A}_k^{+T} \mathbf{A}_k^+).$$

Вираз для помилки відновлення вектора виходу має вигляд:

$$e_y(k) = \left\| (\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^+ - \mathbf{I}) \mathbf{y}_0 \right\|^2 + \sigma^2 \text{trace}(\mathbf{A}_k^{+T} \mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^+).$$

Отримано критерій вибору моделі, який апроксимує помилку відновлення \mathbf{y}_0 :

$$\begin{aligned} CR_{SVD} = E \left\| (\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^+ - \mathbf{I}) \mathbf{y} \right\|^2 - \sigma^2 \text{trace}((\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^+ - \mathbf{I})^T (\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^+ - \mathbf{I})) + \\ + \sigma^2 \text{trace}((\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^+)^T \mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^+). \end{aligned}$$

Значення k , за якого функція CR_{SVD} досягає мінімуму, збігається (або дуже близьке) з k , за якого мінімальною є помилка відновлення вектора виходу $e_y(k)$ (Рис.1). Тому CR_{SVD} може використовуватися для визначення кількості компонентів сингулярного розкладання, що є близьким до оптимального.

Інший підхід до розв'язання ДНЗ використовує випадкову проєкцію (RP). Для зниження розмірності початкової задачі обидві частини наближеного рівняння $\mathbf{A} \mathbf{x} \approx \mathbf{y}$ множать на випадкову матрицю $\mathbf{R}_k \in \mathcal{R}^{k \times N}$ з кількістю рядків k , меншою за N . Далі працюють з рівнянням $\mathbf{R}_k \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{R}_k \mathbf{y}$. Вектор відновленого сигналу отримують множенням псевдооберненої матриці $(\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+$ на праву частину нового рівняння $\mathbf{R}_k \mathbf{y}$: $\mathbf{x}^* = (\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k \mathbf{y}$.

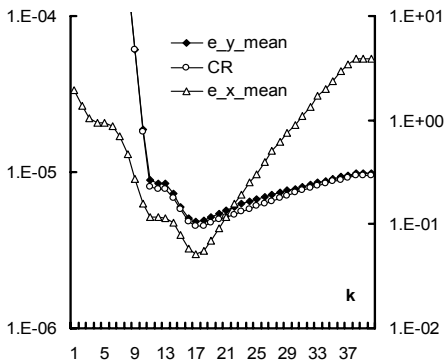


Рис. 1. Залежності значень критерію CR_{SVD} і помилки відновлення виходу від k

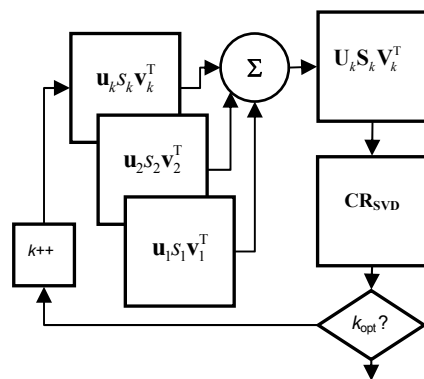


Рис. 2. Схема формування CR_{SVD}

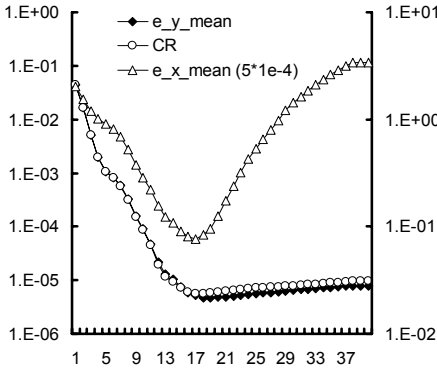


Рис. 3. Залежності значень критерію CR_Q і помилки відновлення виходу від k , $\sigma^2=5 \times 10^{-4}$

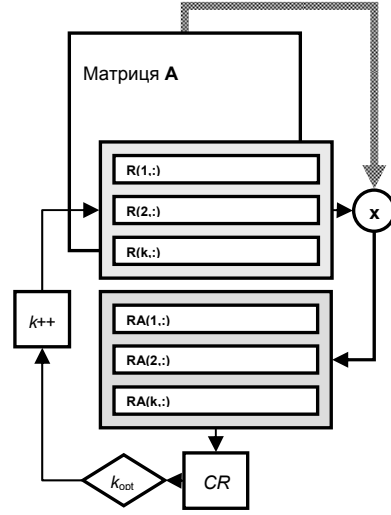


Рис. 4. Схема формування CR_{RP}

Окрім зниження розмірності (та відповідно й обчислювальної складності), підхід до розв’язання ДНЗ на основі випадкової проекції дає змогу забезпечити сталість розв’язку [16–21] та мінімізувати помилку відновлення входу $e_x = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|^2$. Помилка відновлення входу, після усереднення за шумом у векторі виходу, має вигляд

$$e_x(k) = \left\| ((\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k \mathbf{A} - \mathbf{I}) \mathbf{x} \right\|^2 + y^2 \text{trace}(\mathbf{R}_k^T (\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k),$$

де $e_{x_d}(k) = \left\| ((\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k \mathbf{A} - \mathbf{I}) \mathbf{x} \right\|^2$ — структурна складова помилки, $e_{x_s}(k) = y^2 \text{trace}(\mathbf{R}_k^T (\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k)$ — шумова складова.

Помилка відновлення ідеального (не спотвореного шумом) виходу \mathbf{y}_0 , після усереднення за шумом, має такий вигляд

$$e_y(k) = \left\| (\mathbf{A}(\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k - \mathbf{I}) \mathbf{y}_0 \right\|^2 + y^2 \text{trace}(\mathbf{R}_k^T (\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k).$$

У разі розв’язання ДНЗ на основі випадкової проекції використовується критерій для вибору оптимальної кількості рядків k випадкової матриці такого вигляду:

$$CR_Q = E \left\| (\mathbf{A} \mathbf{F}_k^+ \mathbf{Q}_k^T - \mathbf{I}) \mathbf{y} \right\|^2 - y^2 \text{trace}((\mathbf{A} \mathbf{F}_k^+ \mathbf{Q}_k^T - \mathbf{I})^T (\mathbf{A} \mathbf{F}_k^+ \mathbf{Q}_k^T - \mathbf{I})) + y^2 \text{trace}(\mathbf{F}_k^{+T} \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{F}_k),$$

де матрицю \mathbf{Q} отримано QR-розкладом $\mathbf{R} \mathbf{A}$, $\mathbf{F}_k = \mathbf{Q}_k^T \mathbf{A}$, $\mathbf{F}_k \in \mathfrak{R}^{k \times N}$.

Критерій CR_Q апроксимує помилку відновлення вектора виходу та дає змогу визначити k_{opt} , за якого й помилка відновлення вектора входу близька до мінімальної.

Оскільки часто в реальних технічних задачах матриці перетворення вхід-вихід або інші матриці, що потребують обернення, мають властивості, характерні для ДНЗ, актуальним є розроблення алгоритмів, які забезпечать легку апаратну реалізацію. А саме, наприклад, у вигляді паралельних обчислень.

Розглянемо приклад застосування рандомізованих матричних обчислень та сингулярного розкладання для ефективного пригнічення активних завад в радіолокаційних системах.

ПРИГНІЧЕННЯ АКТИВНИХ ЗАВАД В НЕОДНОРІДНІЙ АНТЕННІЙ СИСТЕМІ

Для неоднорідної антенної системи розглянемо таку ситуацію. Нехай в ефір випромінюються $N-1$ завад. Крім того, в ефірі є один корисний сигнал. Приймальна антенна система включає $N+1$ канал: N додаткових та один основний. Позначимо $A(i, j)$ — коефіцієнт посилення i -го додаткового каналу для j -го сигналу (активної перешкоди чи корисного сигналу), що приймається з напрямку α_j . Наприклад, $A(1,1)$ — коефіцієнт підсилення для першої перешкоди (що приймається з напрямку α_1) у разі прийому її першим додатковим каналом, $A(1, N)$ — коефіцієнт підсилення N -ої перешкоди (з напрямку α_N) у разі прийому її першим додатковим каналом. Отже, $A(N, N)$ є матрицею, що змішує сигнали, елементами якої є коефіцієнти підсилення для додаткових каналів. Матриця A може бути як виродженою, так і невиродженою. Зазначимо, що коефіцієнти можуть бути нульовими, тоді складової відповідної перешкоди в каналі немає.

Антенна система побудована таким чином, що найбільш імовірно є ситуація, коли один з коефіцієнтів (для конкретного каналу) переважає над іншими. Тобто, у кожному з додаткових каналів переважає складова однієї з перешкод.

Для сигналів додаткових каналів справедлива така генеративна модель: $\mathbf{X} = \mathbf{Z}\mathbf{A} + \mathbf{\Xi}$, де $\mathbf{X} \in C^{L \times N}$ — матриця сигналів додаткових каналів; L — число зразків; N — кількість додаткових каналів; $\mathbf{Z} \in C^{L \times N}$ — матриця сигналів активних завад, $\mathbf{\Xi} \in C^{L \times N}$ — матриця власного шуму додаткових каналів. Елементи $\mathbf{\Xi}$ є випадковими величинами, які мають нормальний розподіл та нульове середнє значення. Сигнали активних завад часто моделюють центрованими випадковими величинами з нормальним розподілом.

Враховуючи модель формування сигналів додаткових каналів, корисний сигнал (вихід алгоритму пригнічення завади) можна отримати як нев'язку сигналу основного каналу \mathbf{y} та його апроксимації сигналами додаткових каналів: $\mathbf{r} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{w}^*$, де $\mathbf{w}^* \in \mathfrak{R}^N$ — вектор ваг, з якими сигнали додаткових каналів входять в сигнал основного каналу. Вектор ваг можна отримати як безпосередньо методом усиченого сингулярного розкладання:

$$\mathbf{w}_{k\text{SVD}}^* = \sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i \mathcal{S}_i^{-1} \mathbf{u}_i^T \mathbf{y}, \text{ так і методом випадкової проєкції } \mathbf{w}_{k\text{RP}}^* = (\mathbf{R}_k \mathbf{X})^+ \mathbf{R}_k \mathbf{y}.$$

Вектор ваг для методу випадкової проекції може бути отримано з використанням сингулярного розкладання матриці $\mathbf{R}_k \mathbf{X}$. Так, використовуючи $\mathbf{R}_k \mathbf{X} = \mathbf{U}_r \mathbf{S}_r \mathbf{V}_r^T$, отримаємо обернену матрицю $(\mathbf{R}_k \mathbf{X})^+ = \mathbf{V}_r \mathbf{S}_r^{-1} \mathbf{U}_r^T$ та оцінку вектора ваг $\mathbf{w}_{k \text{ RP}}^* = \mathbf{V}_r \mathbf{S}_r^{-1} \mathbf{U}_r^T \mathbf{R}_k \mathbf{y}$.

Як бачимо, сингулярне розкладання матриць є актуальним інструментом як для розв'язання задач оброблення сигналів взагалі, так і конкретно оброблення сигналів в антенних системах, зокрема для пригнічення активних завад.

Розглянемо реалізацію сингулярного розкладання як процесорного масиву, що уможливорює *паралельні обчислення*.

Зазвичай сингулярне розкладання здійснюється за допомогою методу Якобі, сутність якого полягає в систематичному зведенні недиагональних елементів вихідної матриці до нуля. Послідовність відповідним чином вибраних поворотів поступово перетворює вихідну матрицю \mathbf{A} на діагональну \mathbf{Y} . На кожній ітерації k до нуля зводяться два недиагональні елементи $a(i, j)$ та $a(j, i)$ матриці \mathbf{A}_k :

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}, \mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{U}_k^T \mathbf{A}_k \mathbf{V}_k = \mathbf{J}_k^T(i, j, \theta_l) \mathbf{A}_k \mathbf{J}_k(i, j, \theta_r),$$

де $\mathbf{J}_k(i, j, \theta)$ — матриця повороту.

Один прохід алгоритму, що складається з $N(N-1)/2$ ітерацій, зводить до нуля пару недиагональних елементів. Для остаточного приведення вихідної матриці до діагональної форми потрібно декілька проходів. Послідовність, у якій недиагональні пари зводяться до нуля у процесі кожного проходу, встановлюється відповідно до апріорі заданого порядку. Доведено [22], що алгоритм сходиться для циклічних за стовпцями та рядками впорядкувань. Впорядкування такого типу не дають змогу «розв'язати» послідовні ітерації, обмежуючи можливість розпаралелювання.

В роботі [23] введено операцію паралельного впорядкування (parallel ordering), вільну від вищезазначеного недоліку. Ітерації, спрямовані на зведення до нуля елементів $a(1,1)$ і $a(2,2)$, не зачіпають жодних елементів, необхідних для зведення до нуля $a(3,3)$ і $a(4,4)$, допускаючи обчислення декількох поворотів одночасно. Паралельне впорядкування дає змогу здійснити обчислення для всіх ітерацій в одному рядку впорядкування.

В [24, 25] запропоновано процесорний масив, що ґрунтується на такій схемі впорядкування. Розглянемо його роботу. Обчислення сингулярного розкладання матриці $N \times N$ проводиться процесорним масивом розмірністю $N/2 \times N/2$. Розмірність матриці вважається парною. Кожен процесор містить під матрицю \mathbf{M} розміром 2×2 та обчислює її сингулярне розкладання як:

$$\mathbf{R}(\theta_l)^T \mathbf{M} \mathbf{R}(\theta_r) = \Sigma, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \mathbf{R}(\theta_r) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}.$$

Кути θ_l і θ_r , необхідні для діагоналізації матриці \mathbf{M} , обчислюють, використовуючи елементи матриці \mathbf{M} . Процесорний масив [24, 25] побудовано таким чином, що всі перетворення зі зведення до нуля недиагональ

них елементів для процесорів розміщених на головній діагоналі вихідної матриці є незалежними й можуть виконуватися паралельно. Для оновлення (перерахунку) інших елементів процесорного масиву кути θ_l і θ_r , обчислені процесорами головної діагоналі, передаються іншим процесорам масиву. Кут лівого повороту θ_l передається від процесора головної діагоналі всім процесорам, розташованим у цьому рядку. Кут правого повороту θ_r передається від процесора головної діагоналі всім процесорам розташованим у цьому стовпці. Процесори, що прийняли кут, роблять відповідні перетворення елементів. Після того, як елементи всього процесорного масиву зазнали перетворення, проводиться обмін даними відповідно до процедури паралельного впорядкування. Потім ітерація повторюється.

Перевагою такої архітектури є можливість одночасного обчислення матриць U і V в цьому процесорному масиві. Наприклад, тоді як процесори, що знаходяться над та під основною діагоналлю, обчислюють матрицю V , процесори основної діагоналі є вільними і можуть використовуватися для обчислення матриці U (Рис. 5) — це другий такт роботи масиву. На третьому такті процесори основної діагоналі також є вільними і можуть використовуватися для обчислення матриці V . Тому обчислення матриць U і V може перемежатися з обчисленням матриці сингулярних значень.

Розглянемо приклад побудови системи пригнічення активних завдань в неоднорідній антенній системі методом, який використовує усичене сингулярне розкладання.

Реальним прикладом неоднорідної антенної системи є система, в якій наявні один основний антенний канал з вузькою діаграмою спрямованості та чотири додаткові (компенсаційні) канали з широкою діаграмою спрямованості. Сигнали, що надходять з додаткових антенних каналів, формують матрицю: $X \in C^{L \times 4}$, де L — кількість зразків, $N = 4$. Сигнал, прийнятий з основного каналу, формує вектор $y \in C^L$. Далі, використовуючи матрицю сигналів додаткових каналів, формують коваріаційну матрицю $C = X^T X$ розміром 4×4 та вектор правої частини як $X^T y$. Оцінку вектора ваг отримують як $w^* = C^{-1} X^T y$ і далі корисний сигнал (очищений від активних завдань) як $r = y - Xw^*$.

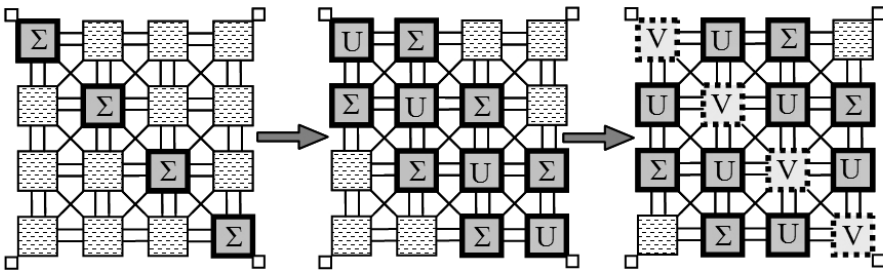


Рис. 5. Схема одночасного обчислення матриць U і V в процесорному масиві

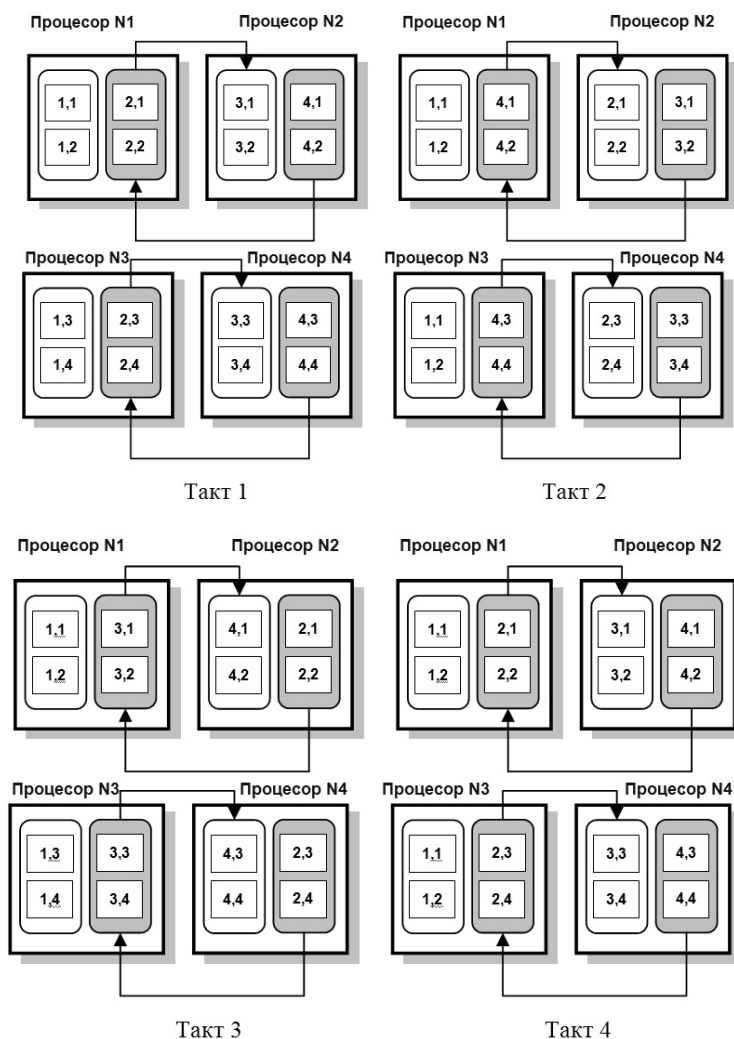


Рис. 6. Схема паралельного впорядкування для коваріаційної матриці антенної системи з чотирма компенсаційними каналами

Матрицю, зворотну до коваріаційної, одержують, використовуючи сингулярне розкладання: $C^{-1} = V_c S_c^{-1} U_c^T$. Для матриці малого розміру (4×4) роботу процесорного масиву зі зміни порядку стовпців для отримання сингулярного розкладання наведено повністю на рис.6.

У розглянутому прикладі система пригнічення активних завад може ефективно усунути чотири активні перешкоди. Якщо на антенну систему діє більше активних завад ніж N , то ефективність пригнічення знижується.

Тому, безумовно, актуальною є побудова антенних систем великої розмірності як неоднорідних, так і однорідних, та застосування в них підходів на основі сингулярного розкладання та рандомізованих матричних обчислень, описаних у цій статті.

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРЯМКУ ПРИХОДУ СИГНАЛІВ В ОДНОРІДНІЙ АНТЕННІЙ СИСТЕМІ

Для *однорідної* антенної системи будемо розглядати задачу визначення (оцінювання) напрямку приходу сигналів в антенній системі як ДНЗ. Для визначення напрямку приходу сигналу пропонується використовувати методи розв'язання ДНЗ на основі усіченого сингулярного розкладання та випадкової проекції.

У задачі визначення напрямку приходу сигналу (НПС) на антенний масив потрібно використовувати інформацію, що міститься в матриці векторів спрямованості та у виходах антенного масиву.

Модель формування виходу антенного масиву побудовано у припущенні далекого джерела, хвиля на масиві приймачів є плоскою хвилею, що рухається від джерела до початку координат. Для такої моделі вектор виходу антенної решітки з K елементів у разі падіння на неї M плоских хвиль запишемо таким чином:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t),$$

де $\mathbf{A}(\theta)$ — матриця $K \times M$, сформована векторами спрямованості антенного масиву $\{\mathbf{a}(\theta_i)\}$, $i = 1, \dots, M$; $\mathbf{x}(t)$ — вектор сигналів джерел (розмірністю M); $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ — K компонентний вектор шуму; t — час.

Вектор \mathbf{y} , отриманий у конкретний момент часу, називають також зразком. Загальну кількість зразків, отриману за час T , позначимо N . Елементи вектора $\mathbf{a}(\theta_i)$ визначаються фазовими набігами i -го сигналу (сигналу, прийнятого з i -го напрямку) на відповідний антенний елемент:

$$\mathbf{a}(\theta_i) = \left[e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d_1 \sin(\theta_i)}, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d_2 \sin(\theta_i)}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d_K \sin(\theta_i)} \right]^T,$$

де λ — довжина хвилі, d — відстань між антенними елементами. Матриця $\mathbf{A}(\theta)$ має властивості ДНЗ-матриць. Вектор сигналів джерел отримаємо з

використанням сингулярного розкладання: $\mathbf{x}_k^*{}_{SVD}(t) = \sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i s_i^{-1} \mathbf{u}_i^T \mathbf{y}(t)$, та

методом випадкової проекції $\mathbf{x}_k^*{}_{RP}(t) = (\mathbf{R}_k \mathbf{A}(\theta))^+ \mathbf{R}_k \mathbf{y}(t)$.

Важливими характеристиками методів визначення НПС є залежність потужності випромінювання ("spatial power") від кута $P(\theta)$ та відношення максимального значення потужності поза напрямками на джерела до максимального значення потужності в напрямку на джерело P_{ratio} . Нижче наведено деякі результати імітаційного моделювання, яке проводилося для двох джерел сигналів з кутовими координатами: 10 і 20 градусів за співвідношення сигнал-шум $\text{SNR}=0$. Досліджувалися залежності $P(\theta)$ та $P_{\text{ratio}}(K)$ в умовах корельованості джерел та малої кількості зразків.

Проведено порівняння отриманих результатів з методом MUSIC, який є лідером в галузі визначення НПС.

Розглянемо випадок, коли з антенної решітки, яка налічує $K = 91$ елемент, отримано $N = 100$ зразків сигналів, що містять інформацію про два джерела

випромінювання, частоти яких збігаються (рис. 8). Водночас за показником P_{ratio} TSVD (truncated singular value decomposition, усічене сингулярне розкладання) показало перевагу над MUSIC приблизно у сім разів.

Для випадку (Рис. 7), коли з антеною решітки з $K = 91$ антенних елементів отримано лише $N = 1$ зразок, але джерела випромінювання мають частоти, що не збігаються ($\omega_1 = 0,79$, $\omega_2 = 1,05$), маємо за показником P_{ratio} перевагу TSVD над MUSIC у 9 разів.

Для випадку (Рис. 9), коли з антеною решітки з $K = 91$ антенних елементів отримано лише $N = 1$ зразок, та при цьому ситуація додатково ускладнюється тим, що джерела випромінювання мають частоти, що збігаються ($\omega_1 = 0,79$, $\omega_2 = 0,79$), маємо за показником P_{ratio} перевагу TSVD над MUSIC у 9,5 разів.

Раніше нами було зазначено, що порівняння TSVD і MUSIC, реалізованих у комплексних числах, в умовах корельованих джерел і роботи за одним зразком (тобто за одним вектором виходу), показало перевагу TSVD за показником P_{ratio} (найбільше значення потужності поза напрямків на джерела) в 6,7 рази при $K = 15$ і в 7,5 раз при $K = 181$.

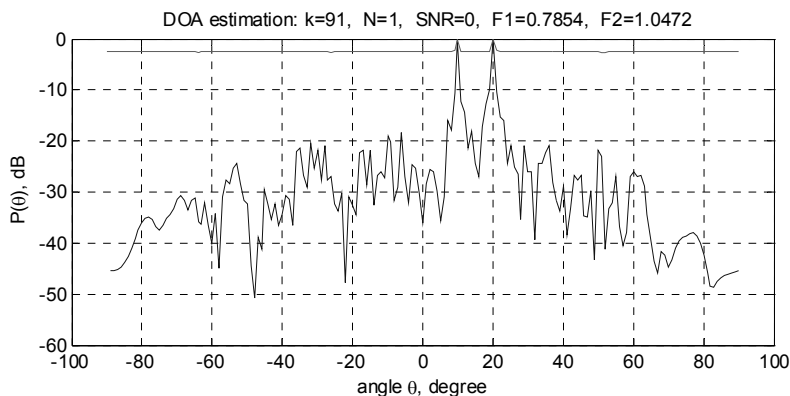


Рис. 7. Залежність $P(\theta)$ для MUSIC та TSVD: $K = 91$, $N = 1$, $SNR=0$, $\omega_1 = 0.79$, $\omega_2 = 1.05$

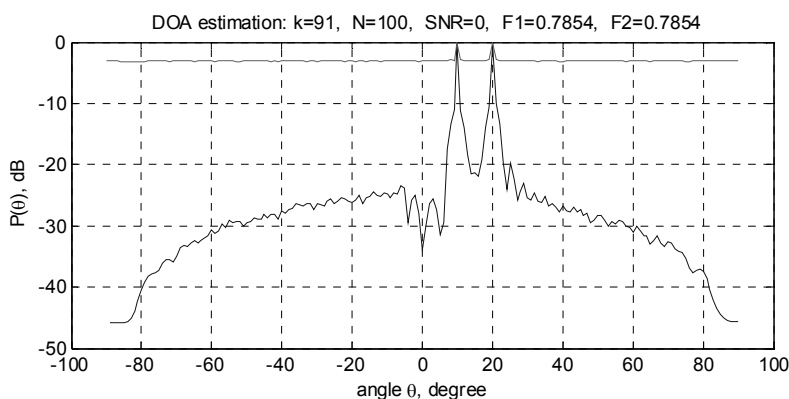


Рис. 8. Залежність $P(\theta)$ для MUSIC і TSVD методів: $K = 91$, $N = 100$, $SNR = 0$, $\omega_1 = 0.79$, $\omega_2 = 0.79$

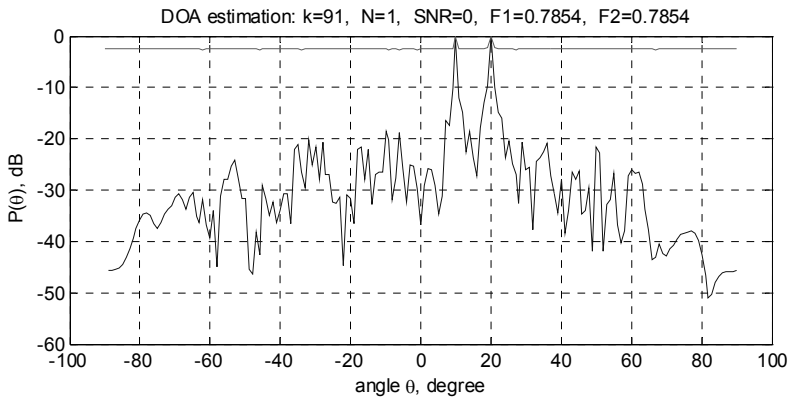


Рис. 9. Залежність $P(\theta)$ для MU5SIC і TSVD: $K = 91$, $N = 1$, $SNR = 0$, $\omega_1 = 0,79$, $\omega_2 = 0,79$

У разі роботи за 100-ма зразками перевага TSVD за показником P_{ratio} склала 4,3 рази при $K = 15$ і 7,2 рази при $K = 181$.

Порівняння TSVD і MUSIC, реалізованих в дійсних числах в умовах корельованих джерел і роботи за п'ятьма зразками показало перевагу TSVD за показником P_{ratio} в 2,2 рази при $K = 15$ і в 4,7 раз при $K = 90$. При роботі за 100 зразками перевага TSVD за показником P_{ratio} склала 3,7 рази при $K = 15$ і 4,2 рази при $K = 90$.

Порівняння RP і MUSIC, реалізованих у дійсних числах, в умовах корельованих джерел і роботі за п'ятьма зразками показало перевагу RP за показником P_{ratio} в 3 рази при $K = 15$ і в 4,4 рази при $K = 90$. У разі роботи за 100-ма зразками перевага RP за показником P_{ratio} склала 3,8 рази при $K = 15$ і 4,2 рази при $K = 90$.

До переваг методів RP і TSVD (основаних на l_2 -регуляризації) слід віднести також і те, що, на відміну від MUSIC, вони не вимагають апріорної інформації про кількість джерел сигналу.

Отже, методи визначення НПС на основі l_2 -регуляризації забезпечують стійкий розв'язок у разі малої кількості зразків, високого рівня шуму та корельованості сигналів джерел. Методи визначення НПС на основі l_2 -регуляризації, на відміну від l_1 -регуляризації, не накладають обмежень на властивості матриці A , а також дають змогу будувати ефективні апаратні реалізації.

ВИСНОВКИ

Багато наявних систем пригнічення активних завад реалізовано апаратно без залучення цифрової схемотехніки, тому актуальним є розроблення методів та алгоритмів пригнічення завад, які допускають просту апаратну реалізацію на основі цифрових систем. Це надасть змогу залучати для систем пригнічення активних завад сучасні алгоритми оброблення сигналів та машинного навчання, що сприятиме підвищенню ефективності пригнічення активних завад.

Робота систем пригнічення активних завад здійснюється за умов невизначеності, тобто за малої довжини вибірки сигналу, наявності власного шуму вимірювальної системи, невизначеного чисельного рангу матриці перетворення вхід-вихід, відсутності апріорної інформації про корисний сигнал. Ці

вимоги враховано у розробленому нами підході до підвищення ефективності пригнічення активних завад в антенній системі (в умовах невизначеності) на основі нових методів рандомізації обчислень, а саме на основі випадкового проектування та сингулярного розкладання.

Підвищення ефективності включає підвищення стійкості та коефіцієнта пригнічення завади і зниження обчислювальної складності. Підвищення коефіцієнта пригнічення завади забезпечено за рахунок стійких методів розв'язання дискретних некоректних обернених задач відновлення сигналів на основі випадкової проєкції та усіченого сингулярного розкладання. Зниження обчислювальної складності досягається за рахунок реалізації випадкової проєкції та усіченого сингулярного розкладання процесорним масивом, що реалізує паралельні обчислення.

Розроблений метод дає змогу в умовах матриці входів, близької до виродженості (через корельованість сигналів завад), забезпечити високий коефіцієнт пригнічення завади, тоді як для відомого методу на основі зворотної матриці у разі зростання інтенсивності завади коефіцієнт пригнічення падає. Результати чисельного моделювання показали, що методи пригнічення активних завад, які використовують регуляризацию на основі випадкового проектування та сингулярного розкладання, на відміну від методів на основі l_1 -регуляризації, не накладають обмежень на властивості матриці перетворення вхід-вихід, а також дають змогу будувати ефективні апаратні реалізації.

REFERENCES

1. Monzingo R.A., Miller T.W. Introduction to Adaptive Arrays. John Wiley. Chichester, 1980, 541 p.
2. Schmidt R.O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation. *IEEE Trans. Antennas Propagation*. 1986, Vol. 34, pp. 276–280.
3. Schmidt R.O. A signal subspace approach to multiple emitter location spectral estimation. *PhD thesis. Stanford University*. 1981, 201 p.
4. Krim H., Viberg M. Two decades of array signal processing research: The parametric approach. *IEEE Signal Processing Magazine*. 1996, Vol. 13, N 4, pp. 67–94.
5. Bartlett M.S. Smoothing periodograms from time series with continuous spectra. *Nature*. 1948, Vol. 161, pp. 686–687.
6. Panahi A., Viberg M. Fast lasso based DOA tracking. Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP). *4th IEEE International Workshop*. 2011, pp. 397–400.
7. Panahi A. Viberg M. A novel method of DOA tracking by penalized least squares. Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP). *5th IEEE International Workshop*, 2013, pp. 61–64.
8. Zheng J.M., Kaveh M. Sparse Spatial Spectral Estimation: A Covariance Fitting Algorithm, Performance and Regularization. *IEEE Trans. Signal Processing*. 2013, Vol. 61, N. 11, pp. 2767–2777.
9. Hu N., Ye Z.F., Xu X., Bao M. DOA estimation for sparse array via sparse signal reconstruction. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2013, Vol. 49, N. 2, pp. 760–772.
10. Hansen, P. Rank-deficient and discrete ill-posed problems. Numerical aspects of linear inversion. Philadelphia: SIAM. 1998, 247 p.
11. Sarlos T. Improved Approximation Algorithms for Large Matrices via Random Projections. *Proc. of the 47th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*. 2006, pp. 143–152.

12. Woolfe F., Liberty E., Rokhlin V., Tygert M. A fast randomized algorithm for the approximation of matrices. *Applied and Computational. Harmon. Anal.* 2008, Vol. 25, pp. 335–366.
13. Rokhlin V., Szlam A., Tygert M. A randomized algorithm for principal component analysis. *SIAM Journal Matrix Anal. Application.* 2009, Vol. 31, pp. 1100–1124.
14. Martinsson P.G. A fast randomized algorithm for computing a hierarchically semiseparable representation of a matrix. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications.* 2011, Vol. 32, N 4, pp. 1251–1274.
15. Woodruff D.P. Sketching as a tool for numerical linear algebra. *Foundations and Trends in Theoretical Computer Science.* 2014, Vol. 10, pp. 1–157.
16. Revunova E.G., Tyshchuk A.V. A Model Selection Criterion for Solution of Discrete Ill-Posed Problems Based on the Singular Value Decomposition. *The 7th International Workshop on Inductive Modelling (IWIM'2015).* Kyiv-Zhukyn. July 20–24, 2015, pp. 43–47.
17. Revunova E.G. Model selection criteria for a linear model to solve discrete ill-posed problems on the basis of singular decomposition and random projection. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2016, Vol. 52, N.4, pp.647–664.
18. Revunova E.G. Analytical study of the error components for the solution of discrete ill-posed problems using random projections. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2015, Vol. 51, N. 6, pp. 978–991.
19. Revunova E.G. Averaging over matrices in solving discrete ill-posed problems on the basis of random projection. *Proc. CSIT'17.* 2017, Vol. 1, pp. 473 – 478.
20. Revunova E.G. Solution of the Discrete ill-posed problem on the basis of singular value decomposition and random projection. *Advances in Intelligent Systems and Computing II.* Cham: Springer. 2017, pp. 434–449.
21. Revunova E.G. Increasing the accuracy of solving discrete ill-posed problems by the random projection method. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2018, Vol. 54, N 5, pp. 842–852.
22. Forsythe G.E., Henrici P. The cyclic Jacobi method for computing the principal values of a complex matrix. *Trans. Amer. Math. Soc.* 1960, Vol. 94, pp. 1–23.
23. Brent R.P., Luk F.T. The solution of singular-value and symmetric eigenvalue problems on multiprocessor arrays. *SIAM J. Sci. and Stat. Comput.* 1985, Vol. 6, pp. 69–84.
24. Brent R.P. Parallel algorithms for digital signal processing. *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Numerical Linear Algebra, Digital Signal Processing and Parallel Algorithms.* Leuven, Belgium. 1988, pp. 93–110.
25. Schreiber R. Solving eigenvalue and singular value problems on an undersized systolic array. *SIAM Journal Sci. Stat. Comput.* 1986, Vol. 7, N. 2, pp. 441–451.

Received 28.04.2023

Revunova E.G., DSc (Engineering),

Leading Researcher of Neural Information Processing Technologies Department
<https://orcid.org/0000-0002-3053-7090>, e-mail: egrevunova@gmail.com

International Research and Training Center for Information Technologies
and Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine
and the Ministry of Education and Science of Ukraine,
40, Acad. Glushkova av., Kyiv, 03187, Ukraine

RANDOMIZED MATRIX CALCULATIONS AND SINGULAR VALUE DECOMPOSITION FOR THE EFFECTIVE JAMMING CANCELLATION IN RADIOLOCATION SYSTEMS

Introduction. *Impact of the jamming leads to the high losses since it decreases effectiveness of radio-location systems, anti-aircraft missile systems and communication systems. Strategies of forming and setting of the jamming are improving and the power of the jamming increases. In this regard, it is important to improve jamming cancellation systems.*

The task of the improvement for based on matrix calculations methods of the jamming cancellation is actual considering the breakthrough development of the computational methods which

allows realization by digital circuit engineering. These include the most modern machine learning algorithms aimed at solving signal processing tasks.

The requirement of the stable operation is important for the jamming cancellation systems under conditions of uncertainty. Other demand is an operation in the real time and a simple hardware implementation.

The purpose of the paper is to increase the efficiency of the jamming cancellation in the antenna system (under conditions of uncertainty) based on the new randomized computation methods and their realization by the matrix-processor architecture.

Results. The approach based on singular value decomposition and random projection is proposed. It provides effective jamming cancellation in the antenna systems under conditions of uncertainty that is, the sample has small length, there is an own noise of the measuring system, the input-output transformation matrix have undefined numerical rank and there is no prior information about useful signal.

Conclusions. The increase of the efficiency of the jamming cancellation includes the increase of the stability and jamming cancellation coefficient, and the reduction of the computational complexity.

The increase of the jamming cancellation coefficient is provided by use of stable discrete ill-posed inverse problems solution methods of the signal recovery based on random projection and singular value decomposition. The decrease of the computational complexity is achieved by the realization of random projection and singular value decomposition as the processor array which make parallel computations.

Keywords: jamming, discrete ill-posed problem, antenna system, singular value decomposition, random projection.