DOI: https://doi.org/10.15407/kvt217.03.038

ІВАНЕШКІН О.І., д-р техн. наук, старш. наук. співроб.,
провід. наук. співроб. відд. системних інформаційних технололгій,
https://orcid.org/0009-0006-6800-2944, e-mail: al.ivaneshkin@gmail.com
Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій
та систем НАН України та МОН України,
просп. Акад. Глушкова, 40, Київ, 03187, Україна

АНАЛІЗ СМО ВИДУ E_k | E_l | 1 | R З ПАРОЮ ВХІДНИХ ПОТОКІВ ЗАЯВОК, АБСОЛЮТНИМ ПРІОРИТЕТОМ, ОБМЕЖЕНИМИ БУФЕРОМ І ЧАСОМ ОЧІКУВАННЯ

Вступ. *Сучасні темпи індустріалізації суспільства та інтеграція знань з різних сфер людської діяльності призвели до постійно зростаючих обсягів колективно використовуваної та територіально розподіленої інформації. Ці обставини привели до створення інформаційних мереж і систем різного призначення, які нині стали основним засобом задоволення попиту на інформацію та спричинили потребу глобальної цифровізації майже всіх сфер наукової та прикладної діяльності людини, але й зумовили потребу розуміння самої проблеми інформаційних взаємодій на новий, масштабний рівень.*

Стохастичний характер процесів, що відбуваються в мережах, значно ускладнив їх роботу, перетворивши вузли в основні і найбільш численні місця «зосередження» перевантажень, затримок та інших небажаних явищ. Істотно знизивши ефективність програмно-апаратних засобів, що входять до складу вузлів, ці процеси стали здатні не тільки повністю блокувати роботу самих вузлів, але і мережі в цілому.

Перехід на нові покоління мережевих протоколів, звичайно, вирішує цю проблему, але не надовго. В умовах експоненціального зростання обсягів інформації, що циркулює в мережах, такий підхід навряд чи стане універсальною панацеєю, здатною остаточно і повністю вирішити проблему.

Необхідність оперативного доведення до споживача інформації, яка не втратила своєї цінності (через її старіння з часом), з якомога меншими витратами на це ресурсів привертають все більше уваги до підвищення ефективності роботи окремих компонентів інформаційного обміну. Існує ціла низка підходів до вирішення цього питання і основою одного з них були закладені в роботах Л. Такача, А.Н. Колмогорова, А.Й. Хінчина, Б.В. Гнеденка, І.М. Коваленка, ряду їхніх учнів та дослідників з інших напрямів наукової діяльності. Основними принципами цього підходу є побудова відповідного типу адекватних моделей, їх аналіз, отримання набору необхідних характеристик і параметрів і подальша модифікація, розроблення і впровадження нових поколінь програмного забезпечення як структурних і функціональних елементів самих вузлів. У більшості випадків в цей ланцюжок включається ще одна складова — оптимізація (за принципом ситуаційної адаптації до існуючих умов) з використанням адитивних критеріїв якості.

У наведеній роботі цей підхід використано для аналізу одного з типів протоколів множинного доступу з метою вирішення питання оптимізації процесу функціонування окремих вузлів інформаційних мереж і систем.

Мета статті. *Розроблення моделі нового виду протоколу випадкового доступу у вузлах інформаційних мереж і систем, роботу яких може бути описано і досліджено методами і засобами теорії ймовірностей і стохастичних процесів. Отримання ряду важливих у практичному відношенні стаціонарних і не стаціонарних характеристик для вирішення задач підвищення ефективності роботи вузлів завдяки зменшенню різного роду втрат і отримання можливості оптимізації процесу їхнього функціонування методами динамічного програмування.*

Методи. *Для аналізу використовували метоли і засоби апарату теорії ймовірностей і стохастичних процесів.*

Результати. *Розроблено та досліджено стохастичну модель протоколу випадкового доступу для вузлів інформаційних мереж та систем, процес функціонування яких дозволяє опис одноканальною системою масового обслуговування (СМО) виду E_k / E_l / 1 / R з двома вхідними потоками заявок , втратами, буфером скінченого обсягу, лімітованим часом очікування заявками початку обслуговування і абсолютними пріоритетами. Наведено співвідношення для розрахунку ряду важливих у практичному відношенні характеристик.*

Висновки. *Розроблено модель протоколу випадкового доступу у вузлах інформаційних мереж і систем, робота якої описано та проаналізовано засобами та методами теорії ймовірностей та стохастичних процесів. Отримано вирази для ряду важливих у практичному відношенні стаціонарних і нестаціонарних характеристик, які є основою в разі вирішення завдань підвищення ефективності роботи вузлів за рахунок зниження втрат заявок та витрат на їхнє тимчасове перебування у буферному пулі обмеженого обсягу, а також оптимізації процесу функціонування СМО методами динамічного програмування.*

Ключові слова: *Інформаційні мережі та системи, вузли, протоколи випадкового доступу, стохастичні процеси.*

ВСТУП

Сучасні темпи індустріалізації суспільства та інтеграція знань різних сфер людської діяльності привели до постійно зростаючих обсягів інформації, яка колективно використовується і є територіально розподіленою. Ці обставини стали причиною створення різних за призначенням інформаційних мереж і систем, які не тільки стали головним засобом задоволення запиту на інформацію і викликали необхідність цифровізації практично усіх сфер науково-прикладної діяльності людини, але й вивели саму проблему інформаційної взаємодії на новий рівень розуміння.

Стохастична природа процесів, які відбуваються у мережах, багаторазово ускладнила роботу останніх, перетворивши вузли на головні і найбільш чисельні місця «концентрації» перевантажень, затримок і інших небажаних явищ. Принципово знижуючи ефективність роботи програмно-технічних засобів, які входять до складу вузлів, це не тільки приводить до блокуванню роботи самих вузлів, але й мережі у цілому.

Застосування нових поколінь мережних протоколів $\{g^i\}_{i=1}^{5}$, безперечно вирішує зазначену проблему, але не на тривалий час. При експоненціальному зростанні обсягів інформації, яка циркулює у мережах, такий підхід навряд зможе стати універсальною панацеєю, здатною назавжди і у повній мірі вирішити проблему.

Необхідність оперативної доставки користувачу інформації, яка не втратила своєї цінності (з причини її старіння з часом), і значно менші витрати ресурсів при реалізації відповідних засобів постійно привертають все більшу увагу ще до одного варіанта підходу підвищення ефективності роботи компонентів інформаційного обміну. Основні принципи такого підходу — будування відповідного виду адекватних моделей, їхній аналіз, отримання сукупності потрібних характеристик і параметрів і подальша модифікація, розроблення та використання нових поколінь програмних засобів, як структурно-функціних елементів самих вузлів. У більшості випадків до цього ланцюга включають ще один компонент — оптимізацію (на базі принципу ситуаційної адаптації до умов, що склалися) з використанням адитивно-вартісних критеріїв якості.

Основи такого варіанту підходу були закладені в роботах Л. Такача, А.М. Колмогорова, А.Я. Хінчина, Б.В. Гнеденка, І.М. Коваленка, тощо, цілого ряду їхніх учнів і дослідників з інших сфер наукової діяльності [1–6].

Мета роботи. Розроблення моделей нових видів протоколів випадкового доступу у вузлах інформаційних мереж і систем, роботу яких може бути описано і проаналізовано методами і засобами теорії ймовірностей і стохастичних процесів. Дослідження моделей і отримання ряду важливих у практичному відношенні стаціонарних і нестаціонарних характеристик для вирішення задач підвищення ефективності роботи вузлів завдяки зменшенню різного роду втрат заявок, витрат на тимчасове перебування в буфері і отримання можливості оптимізації процесу їхнього функціонування методами і засобами динамічного програмування.

Використовувані методи аналізу. Метоли і засоби апарату теорії ймовірностей і стохастичних процесів.

Опис об’єкту досліджень і отримані результати. Розглянемо модель протоколу випадкового доступу у вузлах інформаційних мереж і систем, процес функціонування якої формалізовано одноканальною системою масового обслуговування (СМО). На вхід системи надходять два незалежних випадкових потоки вимог (заявок, повідомлень, індекси 1 і 2), які мають ерлангівські закони розподілу з параметрами $(\lambda_{1,}\ k_1)$ і $(\lambda_{2,}\ k_2)$. Параметри λ_1 і λ_2 означають інтенсивності, а k_1 і k_2 відповідно кількості фаз надходження повідомлень 1-го і 2-го потоків. Закони розподілу проміжків часу обслуговування заявок також є ерлангівськими з параметрами $(\mu_{1,}\ l_1)$ і $(\mu_{2,}\ l_2)$, де пари параметрів (μ_1, μ_2) і $(l_{1,}\ l_2)$ визначають інтенсивності і кількості фаз обслуговування заявок 1-го і 2-го потоків відповідно. Заявки 1-го потоку є терміновими і мають абсолютний пріоритет відносно заявок 2-го потоку, які віднесено до категорії «простих». Іншими словами, за наявності в буфері або надходженні 1-го потоку, всі заявки 2-го потоку, присутні в буфері, мають чекати доки не буде закінчене обслуговування всіх термінових. Як для термінових заявок так і для простих час очікування початку обслуговування в черзі обмежено постійними величинами τ_1 и τ_2 відповідно, при цьому $\tau_1 < \tau_2$.

Загальна кількість місць для тимчасового перебування заявок у черзі (обсяг наявного буферного пулу) є обмеженим скінченою величиною R $(R < \infty)$. Заявки, які надходять у момент відсутності в буфері вільних місць, губляться. Якщо час очікування початку обслуговування заявки *-го потоку, яка надходить до системи, перевищує лімітоване значення τ^*, заявка залишає систему не обслугованою і її вважають загубленою. Порядок обслуговування заявок, які стоять у черзі, відповідає дисципліні FIFO (first in, first out), вона ж FCFS (first come, first served).

Позначимо $\eta_1(t)$ за проміжок часу з моменту t до моменту закінчення обслуговування всіх пріоритетних заявок, які надійшли до системи до моменту t. Цю величину також можна визначити як час присутності в системі термінової заявки, якби вона надійшла у момент t. $\eta_2(t)$ — проміжок часу з моменту t до моменту, коли будуть обслуговані всі прості заявки, які надійшли і залишилися в буфері до моменту t, за умови, що у системі присутні саме прості заявки. Іноді випадкові величини $\eta_*(t)$ називають віртуальним часом очікування.

Термінову заявку, яка в момент часу t надходить до системи, буде загублено, якщо для неї виконуватиметься умова $\eta_1(t) > \tau_1$. Умова втрати простої заявки, яка надходить, має вигляд $\eta_1(t) + \eta_2(t) > \tau_2$.

Функціонування СМО, яку розглядаємо, можна описати однорідним марківським процесом виду $\{\theta_1(t), \theta_2(t), \nu_1(t), \nu_2(t), \eta_1(t), \eta_2(t), \gamma(t)\}$. У наведених позначеннях $\theta_1(t), \theta_2(t)$ — відповідно кількість термінових і простих заявок, які присутні у буфері у момент часу t, $\nu_1(t), \nu_2(t)$ — номери фаз надходження аналогічних заявок у момент часу t. $\eta_1(t), \eta_2(t)$ — часочікування обслуговування терміновими і простими заявками відповідно, якби вони надійшли до системи у момент часу t. $\gamma(t)$ — часи від моменту t до моменту закінчення обслуговування.

Розглянемо функцію

$$F_{j_1,j}^{(i_1,i_2)}(x,y,t,z) = P\{\theta_1(t) = i_1, \theta_2(t) = i_2, \nu_1(t) = j_1, \nu_2(t) =$$

$$= j_2, \eta_1(t) < x, \eta_2(t) < y, \gamma(t) < z\},$$

де $0 \le i_1 \le R, 0 \le i_2 \le R, 0 \le i_1 + i_2 \le R, 0 \le j_1 \le k_1 - 1, 0 \le j_2 \le k_2 - 1, t < z$.

Для визначення всіх $F_{j_1,j}^{(i_1,i_2)}(x,y,t,z)$, сформуємо систему інтегродиференційних рівнянь. Оскільки базовим засобом нашого дослідження є апарат марківських процесів, який використовує нескінченно малі проміжки часу Δt для аналізу поведінки описаної СМО, розглянемо таку випадкову подію:

$$\{\eta_1(t+\Delta t) \le x, \eta_2(t+\Delta t) \le y, \theta_1(t+\Delta t) = i_1, \theta_2(t+\Delta t) = i_2,$$

$$\nu_1(t+\Delta t) = j_1, \nu_2(t+\Delta t) = j_2, \gamma(t+\Delta t) \le z,\}. \; E = mqH + \frac{1}{2}mV^2 \tag{1}$$

Зазначену подію може бути реалізовано в одному з несумісних один з одним випадків:

1. За проміжок часу Δt жодної заявки у систему не надійде. Це можливо у такій парі ситуацій:

а) $0 < \theta_1(t) < R$ і подія (1) здійсниться, якщо буде виконано такі умови

$$\{\eta_1(t) \le x + \Delta t, \eta_2 \le y, \Delta t < \gamma(t) \le z + \Delta t, \nu_1(t) =$$

$$= j_1, \nu_2(t) = j_2, \theta_1(t) = i_1, \theta_2(t) = i_2\} \vee$$

$$\{\eta_1(t) \le x + \Delta t, \eta_2 \le y, \gamma(t) < \Delta t, \nu_1(t) = j_1, \nu_2(t) =$$

$$= j_2, \theta_1(t) = i_1 + 1. \theta_2(t) = i_2 + 1.$$

Тоді імовірність настання події (1) набуде вигляду:

$$[1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\Delta t][F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(t, x + \Delta t, y, z + \Delta t) - F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(t, x + \Delta t, y, \Delta t) +$$

$$+ F_{j_1,j_2}^{(i_1+1,i_2+1)}(t, x + \Delta t, y, \Delta t)] + o(\Delta t)$$

б) $\theta_2(t) = 0, 0 < \theta_1(t) \le R$ і подія (1) настане, якщо буде виконано умови:

$$\{\eta_2(t) \le y + \Delta t, \Delta t < \gamma(t) \le z + \Delta t, \nu_1(t) =$$

$$= j_1, \nu_2(t) = j_2, \theta_1(t) = i_1, \theta_2(t) = 0\} \vee$$

$$\{\eta_2(t) \le y + \Delta t, \gamma(t) < \Delta t, \nu_1(t) = j_1, \nu_2(t) =$$

$$j_2, \theta_1(t) = i_1 + 1. \theta_2(t) = 0\}.$$

Тому імовірність реалізації цієї події виглядатиме так:

$$[1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\Delta t][F_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(t, y + \Delta t, z + \Delta t) - F_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(t, y + \Delta t, \Delta t) +$$

$$+ F_{j_1,j_2}^{(i_1+1,0)}(t, y + \Delta t, \Delta t)] + o(\Delta t).$$

2 За проміжок часу Δt у СМО буде реалізовано чергову фазу надходження термінової заявки. Імовірність цієї події дорівнює $\lambda_1 \Delta t + o(\Delta t)$ і при цьому можливі такі випадки:

а) $\theta_1(t) \le R, 0 < \theta_2(t) < R, \nu_1(t) = k_1 - 1, 0 \le \nu_2 \le k_2 - 1$ і подія (1) настане в разі:

$$\{\eta_1(t) \le \tau_1, \eta_1(t) + \gamma(t) \le x, \eta_2(t) \le y, \Delta t < \gamma(t) < z +$$

$$\Delta t, \nu_1(t) = k_1 - 1, \nu_2(t) = k_2, \theta_1(t) = i_1 - 1, \theta_2(t) = i_2 - 1$$

$$\vee \ \{\tau_1 \le \eta_1(t) \le x + \Delta t, \eta_1(t) + \gamma(t) \le x, \eta_2(t) - \gamma(t) \le y,$$

$$\Delta t < \gamma(t) \le z + \Delta t, \nu_1(t) = k_1 - 1,$$

$$\nu_2(t) = j_2, \theta_1(t) = i_1, \theta_2(t) = i_2 - 1\};$$

Вводячи для зручності ступінчасту функцію $\delta(x-\tau_1)$, яка задовольняє умовам $\delta(x-\tau_1)=0(x\le\tau_1)$ і $\delta(x-\tau_1)=1(x>\tau_1)$, можна виписати імовірність настання події (1) таким чином:

$$\lambda_1\Delta t\{[1-\delta(x-\tau_1)\int_0^x E_{1_1}(x-v)d_v[F_{k_1-1,j_2}^{(i_1-1,i_2-1)}(t,v,y,z+\Delta t)-$$

$$-F_{k_1-1,j_2}^{(i_1-1,i_2-1)}(t,v,y,\Delta t)]+\delta(x-\tau_1)\int_0^{\tau_1} E_{1_1}(x-v)d_v[F_{k_1-1,j_2}^{(i_1-1,i_2-1)}(t,v,y,z+\Delta t)-$$

$$-F_{k_1-1,j_2}^{(i_1-1,i_2-1)}(t,v,y,\Delta t)]+\delta(x-\tau_1)$$

$$[\int_0^\infty E_{1_2}(y+u)d_u[F_{k_1-1,j_2}^{(i_1,i_2)}(t,x,u,z+\Delta t)-F_{k_1-1,j_2}^{(i_1,i_2)}(t,x,y,\Delta t)].$$

б) $\theta_1(t)\le R, 0<\theta_2(t)<R, \nu_1(t)\ne k_1-1, 0\le\nu_2\le k_2-1$ і подія (1) настане, якщо:

$$\{\eta_1(t)\le x+\Delta t,\eta_2(t)\le y,\Delta t<\gamma(t)\le z+\Delta t,\nu_1(t)=$$

$$=j_1-1,\nu_2(t)=j_2,\theta_1(t)=i_1,\theta_2(t)=i_2\}.$$

Тому імовірність здійснення події (1), можна записати як:

$$\lambda_1\Delta t\left[F_{k_1-1,l_2}^{(i_1,i_2)}(t,x+\Delta t,y,z+\Delta t)-F_{k_1-1,l_2}^{(i_1,i_2)}(t,x+\Delta t,y,\Delta t)\right]+o(\Delta t).$$

в) $\theta_1=R,\nu_1(t)=k_1-1, 0\le\nu_2(t)\le k_2-1$ і полія (1) відбудеться, якщо:

$$\{\eta_1(t)\le x+\Delta t,\eta_2(t)\le y+\Delta t,\Delta t<\gamma(t)\le z+$$

$$+\Delta t,\nu_1(t)=k_1-1,\nu_2(t)=k_2,\theta_1(t)=R\}.$$

Тоді імовірність настання події (1) матиме вигляд:

$$\lambda_1\Delta t\left[F_{k_1-1,j_2}^{(R,R)}(t,x+\Delta t,y,z+\Delta t)-F_{k_1-1,j_2}^{(R,R)}(t,x+\Delta t,y,\Delta t)\right].$$

3. За проміжок часу Δt у СМО буде реалізовано чергову фазу надходження простої заявки з імовірністю $\lambda_2\Delta t+o(\Delta t)$ і при цьому:

а) $\theta_1(t)\le R,\theta_2(t)<R, 0\le\nu_1(t)\le k_1-1,\nu_2(t)=k_2-1$, тоді подія (1) відбудеться, якщо:

$$\{\eta_1(t)+\eta_2(t)\le\tau_2,\eta_1(t)\le x+\Delta t,\eta_2\le y,\Delta t<\gamma(t)\le z+$$

$$+\Delta t,\nu_1(t)=j_1,\nu_2(t)=k_2-1,\theta_1(t)=i_1-1,\theta_2(t)=i_2\};$$

б) $\theta_1(t)<R, 0\le\nu_1(t)\le k_1-1,\nu_2=k_2-1$, або ж подія (1) станеться, якщо:

$$\{\eta_1(t)+\eta_2(t)>\tau_2,\eta_1(t)\le x+\Delta t,\eta_2(t)\le y,\Delta t<\gamma(t)\le z+\Delta t,\nu_1(t)=j_1,$$

$$\nu_2(t)=k_2-1,\theta_1(t)=i_1-1,\theta_2(t)=i_2\}.$$

При цьому імовірність настання події (1) можна записати як:

$$\delta(x+y-\tau_2)[F^{(i_1,i_2)}_{j_1,k_2-1}(t,x+\Delta t,y,z+\Delta t)-F^{(i_1,i_2)}_{j_1,k_2-1}(t,x+\Delta t,y,\Delta t)-$$

$$F^{(i_1,i_2)}_{j_1,k_2-1}(t,\tau_2,y,z+\Delta t)]+\int\limits_0^{\tau_1}\int\limits_{\tau_2-0}^{y+\Delta t}d[F^{(i_1,i_2)}_{j_1,k_2-1}(t,u,v,z+\Delta t)-F^{(i_1,i_2)}_{i_1,k_2-1}(t,u,v,\Delta t)]+$$

$$+\delta(x+y-\tau_2)\int\limits_0^{\tau_1}\int\limits_0^{\tau_2-u}E_{l_2}(y-v)d[F^{(i_1-1,i_2)}_{j_1,k_2-1}(t,u,v,z+\Delta t)-F^{(i_1-1,i_2)}_{j_1,k_2-1}(t,u,v,\Delta t)];$$

в) $\theta_1(t)=R, 0\le \nu_1(t)=k_1-1, \nu_2(t)=k_2-1, \eta_1(t)+\eta_2(t)\le\tau_2,$

$$\eta_1(t)\le x+\Delta t, \eta_2(t)+\gamma(t)<y,$$

$$\Delta t<\gamma(t)<z+\Delta t, \nu_1(t)=j_1, \nu_2(t)=k_2-1, \theta_1(t)=i_1-1, \theta_2(t)=i_2;$$

Для випадків а) і в), імовірність настання події (1) матиме вигляд:

$$[1-\delta(x+y+\tau_2)]\int\limits_0^x E_{i_2}(y-v)d_v[F^{(i_1-1,i_2)}_{l_1,k_2-1}(t,x,v,z+\Delta t)-F^{(i_1-1,i_2)}_{j_1,k_2-1}(t,x,v,\Delta t)].$$

Спрямування $t\to\infty$ і використання формули повної ймовірності дає змогу виписати систему інтегродиференційних рівнянь, які описують поведінку системи у стаціонарному випадку, а саме:

для випадку $x=\tau_i$, $x+y\le\tau_2$, при $i_1<R$, $0<i_2<R$, $j_1=0$, $0\le j_2\le k_2-1$, маємо:

$$\frac{dF^{(i_1,i_2)}_{0,j_2}(x,y,z)}{dx}=\lambda_1\left[F^{(i_1,i_2)}_{0,j_2}(x,y,z)-\int\limits_0^x E_{i_1}(x-v)d_vF^{(i_1-1,i_2-1)}_{0,k_1-1}(v,y,z)\right]+$$

$$+\lambda_2\left[F^{(i_1,i_2)}_{0,j_2}(x,y,z)-F^{(i_1-1,i_2-1)}_{0,j_2-1}(x,y,z)\right]-\frac{dF^{(i_1+1,i_2+1)}_{0,j_2}(x,y,0)}{dz}E_{l_1}(z).$$

Якщо $i_1\le R, 0<i_2<R, j_1\ne 0, j_2=0$, маємо:

$$\frac{dF^{(i_1,i_2)}_{j_1,0}(x,y,z)}{dx}=\lambda_1\left[F^{(i_1,i_2)}_{i_1,0}(x,y,z)-F^{(i_1,i_2)}_{j_1-1,0}(x,y,z)\right]+$$

$$+\lambda_2\left[F^{(i_1,i_2)}_{j_1,0}(x,y,z)-\int\limits_0^x E_{i_2}(y-u)d_uF^{(i_1-1,i_2-1)}_{i_1,k_1-1}(x,u,z)\right]-\frac{dF^{(i_1+1,i_2+1)}_{0,j_2}(x,y,0)}{dz}E_{l_1}(z).$$

Для $i_1 = R, 0 < i_2 < R, j_1 = 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$, отримаємо

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1 [F_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,z) - \int_0^x E_{i_1}(x-v) d_v F_{k_1-1,j_2}^{(R-1,i_2-1)}(v,y,z) -$$

$$-\int_0^x \int_0^\infty E_{i_1}(x-v) E_{l_2}(y+u) dF_{k_1-1,j_2}^{(R,i_2-1)}(u,v,z)] +$$

$$+\lambda_2 \left[F_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(R,i_2)}(x,y,z) \right] - \frac{dF_{0,j_2-1}^{(i_1+1,i_2+1)}(x,y,0)}{dz} E_{l_1}(z).$$

Якщо: $i_2 = R, j_2 = 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$, то

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1 [F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z) - \int_0^x E_{i_1}(x-v) d_v F_{k_1-1,j_2}^{(R-1,R-1)}(v,y,z) -$$

$$-E_{l_1}(x) \int_0^\infty E_{l_2}(y+u) d_u F_{k_1-1,j_2}^{(R,R-1)}(x,u,z)] + \lambda_2 [F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(R,R)}(x,y,z)].$$

Коли $i_2 = R, j_1 = 0, j_2 \ne 0$, маємо:

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z)}{dx} = \lambda_1 \left[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z) - F_{j_1-1,j_2}^{(R,R)}(x,z) \right] + \lambda_2 \left[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z) - F_{0,j_2-1}^{(R,R)}(x,z) \right].$$

У випадку $x \le \tau_1, \tau_2 < x + y$, коли $i_1 < R, 0 < i_2 < R, j_1 = 0, j_2 \ne 0$,

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1 \left[F_{0,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - \int_0^x E_{i_1}(x-v) d_v F_{k_1-1,j_2}^{(i_1-1,i_2-1)}(v,y,z) \right] +$$

$$+\lambda_2 \left[F_{0,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(i_1-1,i_2-1)}(x,y,z) \right].$$

В разі $i_1 < R, 0 < i_2 < R, j_1 \ne 0, j_2 = 0$, маємо:

$$\frac{dF_{j_1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1 \left[F_{j_1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{j_1-1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) \right] +$$

$$+\lambda_2 [F_{i_1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2-u} E_{l_2}(y-v) dF_{j_1,k_2-1}^{(i_1-1,i_2-1)}(v,u,z) -$$

$$-F_{j_1,k_2-1}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) + F_{j_1-1,k_2-1}^{(i_1,i_2)}(\tau_1,y,z) - \int_0^{\tau_2} \int_{\tau_2-u}^{y} dF_{j_1,k_2-1}^{(i_1,i_2)}(v,u,z)].$$

Випадок $i_1 \le R, 0 < i_2 < R, j_1 \ne 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$ дає такий вираз:

$$\frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1\left[F_{i_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{j_1-1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)\right] +$$

$$+\lambda_2\left[F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)\right] - \frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,0)}{dz}.$$

Якщо $i_1 = R, 0 < i_2 < R, j_1 = 0, j_2 \ne 0$, будемо мати:

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1\left[F_{0,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - \int_0^x E_{i_1}(x-v)d_vF_{k_1-1,j_2}^{(R-1,i_2-1)}(v,y,z)\right] -$$

$$-\int_0^x\int_{0u}^{\infty} E_{l_1}(x-v)E_{l_2}(y+u)dF_{j_1,k_2-1}^{(R,i_2-1)}(v,u,z)] +$$

$$+\lambda_2\left[F_{0,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)\right] - \frac{dF_{0,j_2-1}^{(i_1,i_2)}(x,y,0)}{dz}E_{l_1}(z).$$

Для випадку $i_2 = R, j_1 = 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$, можна записати:

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z) - \int_0^x E_{i_1}(x-v)d_vF_{k_1-1,j_2}^{(R-1,R-1)}(v,u,z) -$$

$$-E_{l_1}(x)\int_0^{\infty} E_{l_2}(y+u)d_uF_{k_1-1,j_2}^{(R,R-1)}(x,u,z)] + \lambda_2[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z) - F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z)].$$

Якщо $x > \tau_1, x + y > \tau_2, i_1 < R, 0 < i_2 < R, j_1 = 0, j_2 \ne 0$,

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,z)}{dx} = \lambda_1[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z) - F_{j_1-1,j_2}^{(R,R)}(x,z)] + \lambda_2[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z) - F_{j_1-1,j_2}^{(R,R)}(x,z)].$$

Для значень $i_1 < R, 0 < i_2 < R, j_1 \ne 0, j_2 = 0$,

$$\frac{dF_{j_1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1[F_{j_1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{j_1-1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)] +$$

$$+\lambda_2\left[F_{j_1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{j_1-1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)\right] - \frac{dF_{j_1,0}^{(i_1,i_2)}(x,y,0)}{dx}.$$

Для $i_1 \le R, 0 < i_2 < R, j_1 \ne 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$,

$$\frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1\left[F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{j_1-1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)\right] +$$

$$+\lambda_2\left[F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z) - F_{j_1,j_2}^{i_1,i_2}(x,y,z)\right] - \frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,0)}{dz}.$$

В разі $i_2 \le R, j_1 = 0, j_2 \ne 0$, вираз імовірності матиме вигляд:

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z)}{dx} = \lambda_1\left[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z) - F_{k_1-1,j_2}^{(R,R)}(x,z)\right] +$$

$$+\lambda_2[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z) - F_{0,j_2-1}^{(R,R)}(x,z)] - \frac{dF_{0,j_2}^{(R,R)}(x,z)}{dx}.$$

Якщо $i_1 = R, 0 < i_2 < R, j_1 = 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$, маємо:

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1[F_{0,j_2}^{(R,i_1)}(x,y,z) - \int_0^x E_{l_1}(x-v)d_v F_{k_1-1,j_2}^{(R-1,i_2-1)}(v,y,z) -$$

$$-\int_0^x\int_0^\infty E_{l_1}(x-v)E_{l_2}(y+u)dF_{k_1-1,j_2}^{(R,i_2-1)}(v,u,z)] +$$

$$+\lambda_2[F_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,z) - +F_{0,j_2-1}^{(R,i_2)}(x,y,z)] - \frac{dF_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,0)}{dx}.$$

У випадку $x \le \tau_1, x + y \le \tau_2$ при $0 < i_1 < R, i_2 = 0, j_1 = 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$,

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(i_1,R)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1[F_{0,j_2}^{(i_1,R)}(x,y,z) - \int_0^x E_{l_1}(x-v)d_v F_{0,k_1-1}^{(i_1,R)}(v,y,z) +$$

$$+\lambda_2\left[F_{0,j_2}^{(i_1,R)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(i_1-1,R-1)}(x,y,z)\right].$$

Якщо $i \ \le R, i_2 = 0, j_1 \ne 0, j_2 = 0$,

$$\frac{dF_{j_1,0}^{(i_1,0)}(y,z)}{dy} = \lambda_1\left[F_{i,0,}^{(i_1,0)}(y,z) - F_{j_1-1,0}^{(i_1,0)}(y,z)\right] + \lambda_2[F_{j_1,0}^{(i_1,0)}(y,z) -$$

$$-\int_0^y E_{l_2}(y-u)d_u F_{j_1,k_2-1}^{(i_1-1,0)}(u,z)] - \frac{dF_{0,j_2}^{(i_1+1,0)}(y,0)}{dz}E_{l_2}(z) \quad .$$

Для $i_1 \le R, i_2 = 0, j_1 = 0, j_2 \ne 0$, матимемо:

$$\frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(y,z)}{dy} = \lambda_1[F_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(y,z) - F_{j_1-1,j_2}^{(i_1,0)}(y,z)] +$$

$$+\lambda_2[F_{j_1,j_2}^{(i_1,0_1)}(y,z) - F_{j_1,j_2-1}^{(i_1,0)}(y,z)] - \frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1+1,0)}(y,0)}{dz}.$$

Коли $i_1 = R, i_2 = 0, j_1 = 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$, то

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1[F_{0,j_2}^{(R,R)}(x,y,z) - \int_0^x E_{l_1}(x-v)d_v F_{k_1-1,j_2}^{(R-1,0)}(v,y,z) -$$

$$-\int_0^x\int_0^\infty E_{l_1}(x-v)E_{l_2}(y+u)dF_{k_1-1,j_2}^{(R,0)}(v,u,z)] +$$

$$+\lambda_2[F_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(R,i_2)}(x,y,z)] - \frac{dF_{0,j_2}^{(R,i_2)}(x,y,x)}{dz}.$$

У випадку $x \le \tau_1, x + y > \tau_2$ при $i_1 < R, i_2 = 0, i_1 = 0, j_1 = 0, j_2 \ne 0$,

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1[F_{0,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z) - \int_0^x E_{l_1}(x-v)d_v F_{k_1-1,j_2}^{(i_1-1,0)}(v,y,z)] +$$

$$+\lambda_2[F_{0,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(i_1-1,0)}(x,y,z)] - \frac{dF_{0,j_2}^{(i_1+1,0)}(x,y,0)}{dz}.$$

Для значень $i_1 < R, i_2 = 0, j_1 \ne 0, j_2 \ne 0$,

$$\frac{dF_{j_1,0}^{(i_1,0)}(y,z)}{dz} = \lambda_1[F_{i,0}^{(i_1,0)}(y,z) - F_{j_1-1,0}^{(i_1,0)}(y,z)] + \lambda_2[F_{j_1,0}^{(i_1,0)}(y,z) -$$

$$-\int_0^{\tau_2} E_{l_2}(y-u)d_u F_{j_1,k_2-1}^{(i_1-1,0)}(y,z) - F_{j_1,k_2-1}^{(i_1,0)}(y,z) + F_{j_1,k_2-1}^{(i_1,0)}(\tau_2,z)].$$

Якщо $i_1 \le R, i_2 = 0, j_1 \ne 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$, то

$$\frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1\left[F_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z) - F_{i_1-1,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z)\right] +$$

$$+\lambda_2[F_{0,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z) - F_{j_1,j_2-1}^{(i_1,0)}(x,y,z)].$$

Коли $i_1 = R, i_2 = 0, j_1 = 0, j_2 \neq 0$,

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,0)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1 [F_{0,j_2}^{(R,0)}(x,y,z) - \int_0^x E_{l_1}(x-v) d_v F_{k_1-1,j_2}^{(R-1,0)}(v,y,z) -$$

$$- \int_0^x \int_0^\infty E_{l_1}(x-v) E_{l_2}(y+u) dF_{k_1-1,j_2}^{(R,0)}(v,u,z)] + \lambda_2 [F_{0,j_2}^{(R,0)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(R,0)}(x,y,z)].$$

У випадку $x > \tau_1, x + y > \tau_2$ при $i_1 < R, i_2 = 0, j_1 = 0, j_2 \neq 0$,

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z)}{dz} = \lambda_1 [F_{0,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z) - F_{k_1-1,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z) + F_{k_1-1,j_2}^{(i_1,0)}(\tau_1, y) -$$

$$- \int_0^{\tau_1} E_{l_1}(x-v) d_v F_{k_1-1,j_2}^{(i_1-1,0)}(v,y,z)] + \lambda_2 [F_{0,j_2}^{(i_1,0)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(i_1,0)}(x,y,z)].$$

Для $i_1 < R, i_2 = 0, j_1 \neq 0, j_2 = 0$,

$$\frac{dF_{j_1,0}^{(i_1,0)}(y,z)}{dx} = \lambda_1 \left[F_{j_1,0}^{(i_1,0)}(y,z) - F_{j_1-1,0}^{(i_1,0)}(y,z)\right] + \lambda_2 \left[F_{j_1,0}^{(i_1,0)}(y,z) - F_{j_1-1,0}^{(i_1,0)}(y,z)\right].$$

Якщо $i_1 = R, i_2 = 0, j_1 = 0, 0 \le j_2 \le k_2 - 1$, отримаємо:

$$\frac{dF_{0,j_2}^{(R,0)}(x,y,z)}{dx} = \lambda_1 [F_{0,j_2}^{(R,0)}(x,y,z) - \int_0^x E_{l_1}(x-v) d_v F_{k_1-1,j_2}^{(R-1,0)}(v,y,z)] -$$

$$- \int_0^x \int_0^\infty E_{l_1}(x-v) E_{l_2}(y+u) dF_{k_1-1,j_2}^{(R,0)}(v,u,z)] + \lambda_2 [F_{0,j_2}^{(R,0)}(x,y,z) - F_{0,j_2-1}^{(R,0)}(x,y,z)].$$

У випадку $i_1 \le R, i_2 = 0, j_1 \neq 0, j_2 \neq 0$,

$$\frac{dF_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(y,z)}{dy} = \lambda_1 \left[F_{i,j_2}^{(i_1,0)}(y,z) - F_{i_1-1,j_2-1}^{(i_1,0)}(y,z)\right] + \lambda_2 [F_{j_1,j_2}^{(i_1,0)}(y,z) - F_{j_1,j_2-1}^{(i_1,0)}(y,z).$$

Вирішивши наведену систему рівнянь, яку щойно було сформовано, можна визначити цілий ряд важливих у практичному значенні характеристик моделі розглянутого протоколу випадкового доступу. Перед наведенням виразів для розрахунку деяких з них, введемо такі допоміжні позначення:

$$G^{(i_1,i_2)}(x,y) = \sum_{j_1=0}^{k_1-1} \sum_{j_2=0}^{k_2-1} F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y); G^{(i_1,i_2)}(x) = G^{(i_1,i_2)}(x,\infty),$$

$$H1_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y) = \frac{1}{M\gamma_1} \int_0^\infty F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y,z)[1 - E_{l_1}(z)]dz,$$

$$H2_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(y)=\frac{1}{M\gamma_2}\int_0^{\infty}F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(y,z)[1-E_{l_2}(z)]dz\,,$$

$$H2_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y)+F2_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(y)=F_{j_1,j_2}^{(i_1,i_2)}(x,y)\,;F(x)=\sum_{i_1=0}^{R}\sum_{i_2=0}^{i_1}F_1^{(i_1,i_2)}(x)\,;$$

$$F(x,y)=\sum_{i_1=0}^{R}\sum_{i_2=0}^{R}F^{(i_1,i_2)}(x,y)\,.$$

Таким чином:

– імовірність того, що в системі відсутні будь-які заявки матиме вигляд $P\{i_1=0,i_2=0\}=\sum_{i_1=0}^{R}\sum_{i_2=0}^{i_1}F^{i_1,i_2}(0,0)$;

– імовірність втрати термінових заявок $P_{lost}^1=1-F(\tau_1)+P\{\theta_1=R\}-F^{R,R}(\tau_2,\infty)$;

– імовірність втрати простих заявок $P_{lost}^2=\iint\limits_{x+y>\tau_2}dF(x,y)+P\{i=R\}-\sum_{i_2=0}^{R}\iint\limits_{x+y>\tau_2}dF^{(R,i_1)}(x,y)$.

Середній час очікування початку обслуговування термінових заявок, які надходять до системи, буде визначатися як $T_1=\int_0^{\infty}xdF(x)$. Середній час очікування простих заявок обчислюватиметься за виразом $T_2=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}(x+y)dF(x,y)$.

Позначивши $F^{(i_1,i_2)}(\infty,\infty)=P\{\theta_1=i_1,\theta_2=i_2\}=q^{i_1,i_2}$, отримаємо можливість записати

$$P\{\theta_1=i_1\}=\sum_{\theta_2=0}^{R}q^{i_1,i_2}\,,P\{\theta_2=i_2\}=\sum_{d=0}^{R-i_1}q^{i_2+d,d}P\{\theta_1=R\}=\sum_{\theta_1=0}^{R}q^{\theta_1,i_2}\,.$$

Вводячи вартісні показники, змінюючи значення параметрів СМО (λ_1, k_1; λ_2, k_2;, μ_1, l_1; μ_2, l_2; R), використовуючи адитивний функціонал якості та апарат динамічного програмування, можна вирішити питання оптимізації процесу функціонування цієї системи з метою мінімізації інтегральних питомих прибутків та збитків [7–9].

ВИСНОВКИ

Розроблено модель нового виду протоколу випадкового доступу у вузлах інформаційних мереж і систем, робота яких описана та проаналізована засобами та методами теорії імовірностей та стохастичних процесів. Отримано ряд виразів для важливих у практичному відношенні стаціонарних і нестаціонарних характеристик, які можна використати для вирішення завдань підвищення ефективності роботи вузлів за рахунок зниження різного роду втрат заявок та витрат за їхнє тимчасове перебування у буферному пулі обмеженого обсягу, а також оптимізації процесу функціонування СМО методами динамічного програмування.

REFERENCES

1. Takâcs L. Math. Stat. Soc., 1961, 100, 1.
2. Schrage L. A proof of the optimality of the shortest remaining processing time discipline / L. Schrage. *Oper. Res*. 1968, Vol. 16, No. 3, pp. 687–690. https://doi.org/10.1287/opre.16.3.687
3. Schweitzer P.J. Iterative solution on the functional equations of undiscounted Markov reneval programming. *J. Math. Appl*. 1971, Vol. 34, No. 3. pp. 495–501. https://doi.org/10.1016/0022-247X(71)90094-1
4. Zwart A. P. Tail Asymptotics for the Busy Period in the GI/G/1 Queue. *Math. Of Oper.Res,* 2001, Vol. 26, pp. 485–493. https://doi.org/10.1287/moor.26.3.485.10584
5. White D.J. Dinamic programming, Markov chains and the method of successive approximation. *Ibid.*1963, 6, No. 2, pp. 373–376. https://doi.org/10.1016/0022-247X(63)90017-9
6. Foss S., Sapozhnikov A. On the Existence of Moments for the Busy Period in a Single-Server Queue. *Math. of Oper. Res*. 2004, Vol. 29, pp. 592–601. https://doi.org/10.1287/moor.1030.0074
7. Ivaneshkin A. I. Generalized dynamic programming procedure for control lyable semi-Markov processes with incomes. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2007, № 2, pp. 127−133.
8. N K Jaiswal. Priority Queues. ACADEMIC PRESS New York and London. 1968, p. 240.
9. Bellman, Richard (1957), *Dynamic Programming, Princeton University Press*. Dover paperback edition (2003)

Received 09.07.2024

Ivaneshkin O.I., DSc (Engineering), Senior Researcher,
Leading Researcher of the System Information Technologies Department,
https://orcid.org/0009-0006-6800-2944, e-mail: al.ivaneshkin@gmail.com

International Research and Training Center for Information
Technologies and Systems of the National Academy of Sciences
of Ukraine and the Ministry of Education and Science of Ukraine,
40, Akad. Glushkov av., Kyiv, 03187, Ukraine

ANALYSIS OF A QUEUEING SYSTEM OF THE TYPE $E_k / E_l / 1 / R$
WITH A PAIR OF INCOMING FLOWS OF REQUESTS, ABSOLUTE PRIORITY,
LIMITED BUFER AND WAITING TIME

Introduction. *The modern pace of industrialization of society and the integration of knowledge from various spheres of human activity have led to constantly growing volumes of collectively used and geographically distributed information. These circumstances were the reason for the creation of information networks and systems of various purposes, which not only became the main means of satisfying the demand for information and caused the need for global digitalization of almost all spheres of scientific and applied human activity, but also transferred to a new, larger-scale level understanding of the very problem of information interactions.*

The stochastic nature of the processes occurring in networks has greatly complicated their work, turning nodes into the main and most numerous places of "concentration" of overloads, delays and other undesirable moments. Significantly reducing the efficiency of the software and hardware included in the nodes, they became capable of not only completely blocking the operation of the nodes themselves, but also of networks as a whole. Transitions *to new generations of network protocols, of course, solve this problem, but not for a long period of time. With the exponential growth in the volume of information circulating in networks, such an approach is unlikely to become an universal panacea that can permanently and completely solve the problem.*

The need for prompt delivery to the consumer of information that has not lost its value (due to its aging over time) and significantly lower resource costs during implementation are constantly attracting more and more attention to another approach to improving the efficiency of information exchange components. The main principles of this approach are the construction of the appropriate type of adequate models, their analysis, obtaining a set of required characteristics and parameters and subsequent modification, development and implementation of new generations of software as structural and functional elements of the nodes themselves. In most cases, another component is included in this chain - optimization (based on the principle of situational adaptation to existing conditions) using additive cost quality criteria.

The foundations of this version of the campaign were laid in the works of L. Takach, A.N. Kolmogorov, A.Y. Khinchin, B.V.Gnedenko, I.M. Kovalenko, a number of their students and researchers in other areas of scientific activity [1 – 6].

The purpose of the paper *is to develop of models of new types of random access protocols in nodes of information networks and systems, the operation of which can be described and analyzed by means and methods of the theory of probability and stochastic processes. Studying models and obtaining a number of stationary and non-stationary characteristics that are important in practical terms, to solve problems of increasing the efficiency of nodes by reducing various types of losses of applications, the cost of temporary stay in the buffer and obtaining the ability to optimize the process of their functioning using dynamic programming methods.*

Methods. *Methods and means of the apparatus of the theory of probability and stochastic processes.*

Result. *A model of a new type of random access protocol in nodes of information networks and systems has been developed, the operation of which is described and analyzed by means and methods of the theory of probability and stochastic processes. A number of practically important stationary and non-stationary characteristics have been obtained to solve the problems of increasing the efficiency of nodes by reducing various types of losses of applications and the costs of their temporary stay in a buffer pool of a finite volume, as well as optimizing the process of their functioning using dynamic programming methods.*

Conclusions. *A model of a random access protocol in nodes of information networks and systems has been developed, the operation of which has been described and analyzed by methods and techniques of probability theory and stochastic processes. Expressions have been obtained for a number of practically important chr.c.t.s.s that serve as a basis for solving the problem of increasing the efficiency of node operation by reducing the loss of requests and the costs of their temporary stay in a finite-volume buffer, as well as optimizing the process of functioning of the QS by dynamic programming methods.*

Keywords: *information networks and systems, nodes, random access protocols, stochastic processes.*