

**СТАТИСТИЧНА ТЕРМОПРУЖНА
РІВНОВАГА ДВОШАРОВОЇ
М-КУТНОЇ ТРУБИ ЗА ЇЇ
ОБТИСКАННЯ ТА
ФРИКЦІЙНОГО НАГРІВАННЯ**

Вступ. Систематичне вивчення контактних задач термопружності з урахуванням фрикційного теплоутворення започатковано М.В. Коровчинським [1] і Дж. Барбером [2], які побудували загальну теорію теплового контакту тіл з урахуванням тертя і розв'язали деякі плоскі, осесиметричні та просторові задачі. У роботі [3] вперше розглянуто плоску задачу про стиснення двох пружних тіл за стаціонарного теплоутворення на ділянці контакту. Задача досліджена за таких припущень: швидкість відносного переміщення тіл стала й мала, а тому динамічний ефект задачі не враховується; тепловий контакт тіл ідеальний.

Розглянуті раніше контактні задачі вже можна назвати класичними. Прагнення до збільшення точності розрахунків вимагає нових постановок як пружних, так і термопружних контактних задач, основною особливістю яких було б точніше врахування геометрії співдотичних тіл. Оскільки реальні тіла є обмеженими, то їхня контактна взаємодія не завжди адекватно може бути описана теорією Герца. В першу чергу це стосується шаруватих трибосистем.

До неklasичних контактних задач також потрібно віднести задачі про контакт циліндричних тіл, актуальність яких полягає у тому, що порожнистий циліндр є найрозповсюдженішим конструкційним елементом у машинобудуванні.

Напружено-деформований стан порожнистого циліндра за дії різних видів з урахуван-

Наукова стаття стосується вивчення термопружної контактної взаємодії двошарових трибосистем з геометричними недосконалостями, які перебувають під впливом рівномірно розподілених стискувальних нормальних напружень та фрикційного теплоутворення. Сформульовано та на основі застосування методу збурення форми границі побудовано наближені розв'язки нових плоских статичних задач термопружності для двошарових трибосистем.

© Л.А. Карпюк, Б.С. Білан, 2012

ням теплоутворення від тертя
детально вивчений у [4 – 6].

Незважаючи на численні публікації, що стосуються різних аспектів контактної взаємодії тіл з урахуванням теплоутворення від дії сил тертя, поза увагою дослідників все ж залишилося важливе для аналізу реальних процесів питання вивчення особливостей контакту та впливу теплоутворення на механізм розподілу напружень у двошаровій трубі з недоскональностями форми під час обтискання та фрикційного нагріву. Першою у цьому напрямі є праця [7], де розглянута гранично-контактна термопружна задача для двошарової ексцентричної циліндрично кругової труби. Вона була розв'язана методом малого параметра з урахуванням членів першого порядку малості.

Постановка задачі. Нехай довга кругова осесиметрична труба 1 з внутрішнім радіусом a та зовнішнім радіусом c вставлена без натягу й просвіту в зовнішню m -кутну трубу 2 з внутрішнім радіусом c . Зовнішня поверхня труби 2 у поперечному перерізі має форму m -кутника (рисунок, а, б) із заокругленими кутами, рівняння якого позначимо $r_b = r_b(\varphi)$. На бічних поверхнях двошарової труби задаємо рівномірно розподілені стискувальні нормальні напруження $P_1 (r = a)$, $P_2 (r = r_b)$.

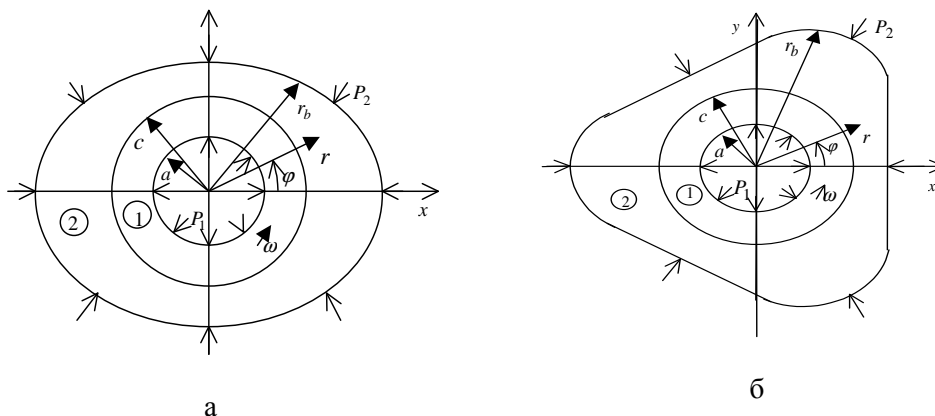


РИСУНОК. Схема задачі

Внутрішня труба обертається з малою сталою кутовою швидкістю ω , внаслідок чого на поверхні контакту труб виділяється тепло від тертя, підпорядкованого закону Амонтона. Між зовнішніми поверхнями двошарової труби і докільям, температуру якого вважаємо нульовою, відбувається теплообмін за законом Ньютона зі сталими коефіцієнтами тепловіддачі. Механічні й теплофізичні характеристики матеріалів труб не залежать від температури. Тепловий контакт труб неідеальний. За таких припущень визначимо температуру, напруження і переміщення в трубах, зокрема, контактний тиск між ними.

Оскільки поставлена задача є плоскою, то для побудови її розв'язку застосуємо полярну систему координат (r, φ) з полюсом у центрі поперечного перерізу внутрішньої труби та полярною віссю, що збігається з геометричною лінією симетрії двошарової труби.

У математичному плані задача зводиться до послідовного розв'язання двох завдань.

Перше завдання – це побудова розв'язку диференціального рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial^2 t_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t_i}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

за таких крайових

$$r = a: \quad \frac{\partial t_1}{\partial r} = \gamma_1 t_1, \quad r = r_b: \quad \frac{\partial t_2}{\partial n} = -\gamma_2 t_2 \quad (2)$$

і контактних теплових умов

$$r = c: \quad \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial r} - \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial r} = \omega f c \left\{ p_0 + \sum_{k=1}^3 [p_k \cos(l_{km} \varphi) + q_k \sin(l_{km} \varphi)] \right\},$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial r} + \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial r} + h(t_1 - t_2) = 0, \quad (3)$$

де t_i – температура; γ_i – відносний коефіцієнт тепловіддачі; λ_i – коефіцієнт теплопровідності; h – коефіцієнт термічної провідності поверхні контакту (індекс $i = 1$ відповідає внутрішній трубі; індекс $i = 2$ – зовнішній трубі); p_0, p_k, q_k ($k = 1, 2, 3$) – коефіцієнти складових контактного тиску; E_i, ν_i, α_i – модулі пружності, коефіцієнти Пуассона та лінійного теплового розширення відповідних труб; n і τ відповідають зовнішній нормалі та дотичній до контуру $r = r_b$.

Друге завдання зводиться до побудови розв'язків рівнянь щодо функції напружень:

$$\Delta^2 \Phi^{(i)}(r, \varphi) = 0; \quad (4)$$

$$\Delta^2 \Psi^{(i)}(r, \varphi) = \frac{\alpha_i E_i}{1 - \nu_i} \Delta t_i, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad (5)$$

за таких крайових

$$r = a: \quad \sigma_r^{(1)} = -P_1, u_\varphi^{(1)} = 0; \quad r = r_b: \quad \sigma_n^{(2)} = -P_2, u_\tau^{(2)} = 0 \quad (6)$$

і контактних механічних умов

$$r = c: \quad \sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)} = -p_0 - \sum_{k=1}^3 [p_k \cos(l_{km} \varphi) + q_k \sin(l_{km} \varphi)],$$

$$\sigma_{r\varphi}^{(1)} = \sigma_{r\varphi}^{(2)} = -fp_0 - f \sum_{k=1}^3 [p_k \cos(l_{km} \varphi) + q_k \sin(l_{km} \varphi)], \quad (7)$$

$$u_r^{(1)} = u_r^{(2)}.$$

Нормальні $\sigma_{rr}^{(i)}$, $\sigma_{\varphi\varphi}^{(i)}$, $\sigma_{zz}^{(i)}$ та дотичні $\sigma_{r\varphi}^{(i)}$ напруження всередині кожної з труб визначаються за формулами:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \frac{1}{r} \frac{\partial(\Phi^{(i)} - \Psi^{(i)})}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(\Phi^{(i)} - \Psi^{(i)})}{\partial \varphi^2}, \quad \sigma_{\varphi\varphi}^{(i)} = \frac{\partial^2(\Phi^{(i)} - \Psi^{(i)})}{\partial r^2},$$

$$\sigma_{zz}^{(i)} = \nu_i (\sigma_r^{(i)} + \sigma_\varphi^{(i)}) - \alpha_i E_i t_i, \quad \sigma_{r\varphi}^{(i)} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2(\Phi^{(i)} - \Psi^{(i)})}{\partial r \partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(\Phi^{(i)} - \Psi^{(i)})}{\partial \varphi} \quad (i=1,2). \quad (8)$$

Радіальні $u_r^{(i)}$ та тангенціальні $u_\varphi^{(i)}$ переміщення пов'язані з температурою і напруженнями такими співвідношеннями:

$$\frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} = \frac{1 + \nu_i}{E_i} \left[(1 - \nu_i) \sigma_{rr}^{(i)} - \nu_i \sigma_{\varphi\varphi}^{(i)} + \alpha_i E_i t_i \right], \quad \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi^{(i)}}{\partial r} - \frac{u_\varphi^{(i)}}{r} = 2 \frac{1 + \nu_i}{E_i} \sigma_{r\varphi}^{(i)},$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi^{(i)}}{\partial \varphi} + \frac{u_r^{(i)}}{r} = \frac{1 + \nu_i}{E_i} \left[(1 - \nu_i) \sigma_{\varphi\varphi}^{(i)} - \nu_i \sigma_{rr}^{(i)} + \alpha_i E_i t_i \right]. \quad (9)$$

Побудова розв'язку задачі. Задачу розв'язуватимемо наближено методом малого параметра [6], обмежившись у всіх подальших перетвореннях і результатах величинами третього порядку малості. Рівняння контуру зовнішньої бічної поверхні двошарової труби в полярній системі координат матиме вигляд:

$$r_b = \sqrt{x^2 + y^2} \approx b \left\{ 1 + \varepsilon \cos[(m+1)\varphi] - \left(\frac{1}{2}\varepsilon\right)^2 \cos[2(m+1)\varphi] + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{2}\varepsilon\right)^3 \cos[3(m+1)\varphi] \right\} =$$

$$= b + \sum_{k=1}^3 \varepsilon_k \cos[l_{km}\varphi], \quad \varepsilon_1 = \varepsilon b, \varepsilon_2 = -\frac{1}{4}\varepsilon^2 b, \varepsilon_3 = \frac{1}{8}\varepsilon^3 b, l_{km} = k(m+1) \quad (k=1,2,3). \quad (10)$$

Розв'язок подамо сумою чотирьох доданків:

$$t_i = \sum_{k=0}^3 t_{i,k}, \quad u_\varphi^{(i)} = \sum_{k=0}^3 u_{\varphi,k}^{(i)}, \quad u_r^{(i)} = \sum_{k=0}^3 u_{r,k}^{(i)}, \quad \sigma_{rr}^{(i)} = \sum_{k=0}^3 \sigma_{rr,k}^{(i)}, \quad \sigma_{\varphi\varphi}^{(i)} = \sum_{k=0}^3 \sigma_{\varphi\varphi,k}^{(i)}, \quad \sigma_{r\varphi}^{(i)} = \sum_{k=0}^3 \sigma_{r\varphi,k}^{(i)}, \quad (11)$$

у якому величини з нульовими індексами $k=0$ характеризують осесиметричну частину задачі, з індексами $k>0$ – малі відхилення від неї (збурену частину).

В результаті отримаємо систему рівнянь (11) для визначення невідомих параметрів $A_{jk}^{(i)}$, $B_{jk}^{(i)}$, $C_{jk}^{(i)}$, $D_{jk}^{(i)}$, p_k , q_k , ($i=1,2$; $j=1,2$; $k=1,2,3$). Кількість рівнянь дорівнює кількості невідомих:

$$r = a : \sigma_{rr,k}^{(1)} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{a^{l_{km}+2}} A_{1k}^{(1)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{a^{l_{km}}} B_{1k}^{(1)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{a^{-l_{km}+2}} C_{1k}^{(1)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{a^{-l_{km}}} D_{1k}^{(1)} = 0, \\ \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{a^{l_{km}+2}} A_{2k}^{(1)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{a^{l_{km}}} B_{2k}^{(1)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{a^{-l_{km}+2}} C_{2k}^{(1)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{a^{-l_{km}}} D_{2k}^{(1)} = 0; \end{cases}$$

$$r = a : u_{\varphi,k}^{(1)} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km} A_{1k}^{(1)}}{a^{l_{km}+1}} + \frac{(4\nu_1 - 4 + l_{km}) B_{1k}^{(1)}}{a^{l_{km}-1}} + \frac{l_{km} C_{1k}^{(1)}}{a^{-l_{km}+1}} + \frac{(4 - 4\nu_1 + l_{km}) D_{1k}^{(1)}}{a^{-l_{km}-1}} + f_{1k}^{(1)}(a) = 0, \\ \frac{l_{km} A_{2k}^{(1)}}{a^{l_{km}+1}} + \frac{(4\nu_2 - 4 + l_{km}) B_{2k}^{(1)}}{a^{l_{km}-1}} + \frac{l_{km} C_{2k}^{(1)}}{a^{-l_{km}+1}} + \frac{(4 - 4\nu_2 + l_{km}) D_{2k}^{(1)}}{a^{-l_{km}-1}} + g_{1k}^{(1)}(a) = 0; \end{cases}$$

$$r = b : \sigma_{rr,k}^{(2)} = \varepsilon_{1k} \cos(l_{km} \varphi) - \varepsilon_{2k} \sin(l_{km} \varphi) \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{b^{l_{km}+2}} A_{1k}^{(2)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{b^{l_{km}}} B_{1k}^{(2)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{b^{-l_{km}+2}} C_{1k}^{(2)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{b^{-l_{km}}} D_{1k}^{(2)} = \varepsilon_{1k}, \\ \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{b^{l_{km}+2}} A_{2k}^{(2)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{b^{l_{km}}} B_{2k}^{(2)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{b^{-l_{km}+2}} C_{2k}^{(2)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{b^{-l_{km}}} D_{2k}^{(2)} = \varepsilon_{2k}; \end{cases}$$

$$r = b : u_{\varphi,k}^{(2)} = \varepsilon_{3k} \sin(l_{km} \varphi) - \varepsilon_{4k} \cos(l_{km} \varphi) \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km} A_{1k}^{(2)}}{b^{l_{km}+1}} + \frac{(4\nu_1 - 4 + l_{km}) B_{1k}^{(2)}}{b^{l_{km}-1}} + \frac{l_{km} C_{1k}^{(2)}}{b^{-l_{km}+1}} + \frac{(4 - 4\nu_1 + l_{km}) D_{1k}^{(2)}}{b^{-l_{km}-1}} + f_{2k}^{(2)}(b) = \varepsilon_{3k}, \\ \frac{l_{km} A_{2k}^{(2)}}{b^{l_{km}+1}} + \frac{(4\nu_2 - 4 + l_{km}) B_{2k}^{(2)}}{b^{l_{km}-1}} + \frac{l_{km} C_{2k}^{(2)}}{b^{-l_{km}+1}} + \frac{(4 - 4\nu_2 + l_{km}) D_{2k}^{(2)}}{b^{-l_{km}-1}} + g_{2k}^{(2)}(b) = \varepsilon_{4k}; \end{cases}$$

$$r = c : \sigma_{rr,k}^{(1)} = -p_k \cos(l_{km} \varphi) - q_k \sin(l_{km} \varphi) \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{1k}^{(1)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{c^{l_{km}}} B_{1k}^{(1)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{1k}^{(1)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{c^{-l_{km}}} D_{1k}^{(1)} = p_k, \\ \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{2k}^{(1)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{c^{l_{km}}} B_{2k}^{(1)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{2k}^{(1)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{c^{-l_{km}}} D_{2k}^{(1)} = q_k; \end{cases}$$

$$r = c : \sigma_{rr,k}^{(2)} = -p_k \cos(l_{km}\varphi) - q_k \sin(l_{km}\varphi) \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{1k}^{(2)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{c^{l_{km}}} B_{1k}^{(2)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{1k}^{(2)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{c^{-l_{km}}} D_{1k}^{(2)} = p_k, \\ \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{2k}^{(2)} + \frac{(l_{km}-1)(l_{km}+2)}{c^{l_{km}}} B_{2k}^{(2)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{2k}^{(2)} + \frac{(l_{km}+1)(l_{km}-2)}{c^{-l_{km}}} D_{2k}^{(2)} = q_k; \end{cases}$$

$$r = c : \sigma_{r\varphi,k}^{(1)} = -fq_k \cos(l_{km}\varphi) - fp \sin(l_{km}\varphi) \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{1k}^{(1)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{l_{km}}} B_{1k}^{(1)} - \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{1k}^{(1)} - \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{-l_{km}}} D_{1k}^{(1)} = fq_k, \\ \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{2k}^{(1)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{l_{km}}} B_{2k}^{(1)} - \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{2k}^{(1)} - \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{-l_{km}}} D_{2k}^{(1)} = fp_k; \end{cases}$$

$$r = c : \sigma_{r\varphi,k}^{(2)} = -fq_k \cos(l_{km}\varphi) - fp \sin(l_{km}\varphi) \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{1k}^{(2)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{l_{km}}} B_{1k}^{(2)} - \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{1k}^{(2)} - \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{-l_{km}}} D_{1k}^{(2)} = fq_k, \\ \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{l_{km}+2}} A_{2k}^{(2)} + \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{l_{km}}} B_{2k}^{(2)} - \frac{l_{km}(l_{km}-1)}{c^{-l_{km}+2}} C_{2k}^{(2)} - \frac{l_{km}(l_{km}+1)}{c^{-l_{km}}} D_{2k}^{(2)} = fp_k; \end{cases}$$

$$r = c : u_{r,k}^{(1)} = u_{r,k}^{(2)} \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{l_{km}}{c^{l_{km}+1}} A_{1k}^{(1)} + \frac{2-4\nu_1+l_{km}}{c^{l_{km}-1}} B_{1k}^{(1)} - \frac{l_{km}}{c^{-l_{km}+1}} C_{1k}^{(1)} + \frac{2-4\nu_1-l_{km}}{c^{-l_{km}-1}} D_{1k}^{(1)} + f_{1k}^{(1)}(c) = \\ = \frac{l_{km}}{c^{l_{km}+1}} A_{1k}^{(2)} + \frac{2-4\nu_2+l_{km}}{c^{l_{km}-1}} B_{1k}^{(2)} - \frac{l_{km}}{c^{-l_{km}+1}} C_{1k}^{(2)} + \frac{2-4\nu_2-l_{km}}{c^{-l_{km}-1}} D_{1k}^{(2)} + f_{1k}^{(2)}(c), \\ \frac{l_{km}}{c^{l_{km}+1}} A_{2k}^{(1)} + \frac{2-4\nu_1+l_{km}}{c^{l_{km}-1}} B_{2k}^{(1)} - \frac{l_{km}}{c^{-l_{km}+1}} C_{2k}^{(1)} + \frac{2-4\nu_1-l_{km}}{c^{-l_{km}-1}} D_{2k}^{(1)} + g_{1k}^{(1)}(c) = \\ = \frac{l_{km}}{c^{l_{km}+1}} A_{2k}^{(2)} + \frac{2-4\nu_2+l_{km}}{c^{l_{km}-1}} B_{2k}^{(2)} - \frac{l_{km}}{c^{-l_{km}+1}} C_{2k}^{(2)} + \frac{2-4\nu_2-l_{km}}{c^{-l_{km}-1}} D_{2k}^{(2)} + g_{2k}^{(2)}(c). \end{cases} \quad (12)$$

Висновки. За допомогою методу збурення форми межі побудовано наближений розв'язок плоскої квазістатичної статичної гранично-контактної термопружної задачі для двошарової m -кутної труби, яка перебуває під дією нерівномірно розподіленого фрикційного температурного поля та рівномірно розподіленого зовнішнього та внутрішнього тисків. Цей розв'язок точно задовольняє диференціальному рівнянню тепло-провідності та рівнянням на функції напружень, контактним умовам складових труб та умовам на внутрішньому контурі двошарової системи. Лише теплові та механічні умови на зовнішньому контурі задовольняються наближено і за величиною похибки їх виконання можна судити про точність отриманих результатів. Числовий аналіз задачі свідчить, що збільшення малого параметра ε веде до збільшення відхилення значень радіальних напружень двошарової трибосистеми, а отже збільшення похибки обчислень. Також збільшення параметра m (кількості кутів двошарової m -кутної труби із заокругленими кутами) за фіксованого значення збурювального параметра ε спричиняє збільшення відхилення значень радіальних напружень двошарової трибосистеми. Відносна похибка $\Delta = \frac{|P_2 - \sigma_{rr}(r, \phi)|}{P_2} \cdot 100\%$ задово-

лення крайової умови (б) на зовнішньому контурі двошарової трибосистеми за різних значень збурювального параметра ε і різних значень полярного кута ϕ для двошарової трибосистеми швидко збільшується при значеннях збурювального параметра $\varepsilon > 0,1$ (для двошарової еліптичної і трикутної труби), а для чотирикутної труби із заокругленими кутами – при $\varepsilon > 0,08$ і складає більше 10%. Отже збільшення параметра ε за тими межами спричиняє те, що задача в такій постановці не дає достатньо точного результату і слід використовувати інші підходи до її розв'язання. Отже, щоб задовільнити крайову умову (б) на зовнішньому контурі двошарової трибосистеми можна користуватися значеннями $\varepsilon = 0 \div 0,08$. При $0 \leq \varepsilon \leq 0,03$ похибка не перевищує 3 %.

Л.А. Карпюк, Б.С. Білан

СТАТИЧЕСКОЕ ТЕРМОПРУЖНОЕ РАВНОВЕСИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ
M-УГОЛЬНОЙ ТРУБЫ ПО ЕЕ ОБЖАТИЮ И ФРИКЦИОННОГО НАГРЕВА

Сформулировано и на основе использования метода возмущения формы границы построены приближенные решения статических задач термоупругости для двухслойных трибосистем.

L.A. Karpiuk, B.S. Bilan

STATYCHSNA THERMOELASTIC BALANCE DUPLEX M-RECTANGULAR PIPES FOR
ITS OBTYSKANNYA AND FRICTION HEATING

And formulated on the basis of the method of perturbation of boundary shape based on approximate solutions of the new-static thermoelasticity problem for two-layer triathl systems.

1. *Коровчинский М.В.* Плоская контактная задача термоупругости при стационарном тепловыделении на поверхностях соприкосновения // Контактная прочность машиностроительных материалов. – М.: Наука, 1964. – С. 2 – 27.
2. *Barber J.R.* Thermoelastic instabilities in the sliding of conforming solids // Proc. Roy. Soc. – 1969. – V. A312. – P. 381 – 394.
3. *Гриліцький Д.В., Євтушенко О.О.* Контактні задачі термопружності з урахуванням теплоутворення // Математичні методи і фізико-механічні поля. – 1992. – Вип. 35. – С. 93–100.
4. *Гриліцький Д.В., Баран В.П.* Про постановку контактних задач термопружності при неідеальному тепловому контакті тіл // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 1987. – Вип. 27. – С. 10 – 13.
5. *Грилицкий Д.В., Евтушенко А.А., Паук В.И.* Плоская контактная задача нестационарной термоупругости с учетом теплообразования от трения // Изв. РАН. МТТ. – 1994. – № 5. – С. 62–68.
6. *Гриліцький Д.В., Краснюк П.П.* Квазістатична контактна взаємодія двох кільцевих пластин з теплоутворенням від тертя // Доп. НАН України. – 1995. – № 11. – С. 41–45.
7. *Білан Б.С., Карпюк Л.А.* Аналіз математичних моделей і постановка задач контактної взаємодії двошарових трибосистем // Вісник НУВГП. – 2012. – № 3. – С. 10 –17.
8. *Удалев А.И.* Температурные напряжения в пластинках, ограниченных двухсвязным контуром. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1975. – 175 с.

Одержано 29.10.2012

Про авторів:

Карпюк Леся Анатоліївна,

магістрант, студентка 6-го курсу теплоенергетичного факультету
Національного технічного університету України «КПІ»,

KarpiukLesia@gmail.com

Білан Богдан Степанович,

старший викладач Національного університету водного господарства
та природокористування, м. Рівне.

rivnehost@i.ua.