

ВЗАЄМОДІЯ УЛЬТРАЗВУКОВОЇ ХВИЛІ SH -ПОЛЯРИЗАЦІЇ З ДВОВИМІРНИМ ПОЛЕМ ДЕФОРМАЦІЇ У ПЛОСКОМУ ШАРІ

У рамках раніше розробленої математичної моделі поширення малих пружних збурень у неоднорідно деформованому пружному континуумі сформульовано стаціонарну задачу взаємодії ультразвукової хвилі SH -поляризації з пружним шаром, що перебуває у стані плоскої деформації. Для її розв'язування використано ітераційну процедуру. Вивчено вплив параметрів плоскої деформації у середньоінтегральному наближенні на процеси відбиття і заломлення хвиль у системі «пружний півпростір – шар – пружний півпростір».

Останнім часом як у вітчизняній, так і в зарубіжній літературі зростає інтерес до проблем поширення, відбивання і заломлення пружних хвиль у твердих тілах із початковими деформаціями, що виникають у різних галузях науки та техніки [3, 6–8]. Залежність параметрів хвильового поля у твердому тілі від деформації об'єкту дає змогу використовувати дані зондування досліджуваних тіл імпульсами ультразвуку для неруйнівного визначення неоднорідного напружено-деформованого стану (НДС) різних об'єктів (елементів конструкцій і споруд, геологічних утворень тощо).

Мала довжина ультразвукових хвиль дозволяє при математичному моделюванні підходів до реалізації ультразвукових методів неруйнівного контролю описувати їх поширення, відбивання та заломлення на границях розділу середовищ із різними акустичними властивостями законами геометричної оптики. Хвильове поле в наближенні геометричної оптики розглядається як сукупність променевих пучків, по яких незалежно один від одного поширюється енергія. У цьому поданні ультразвуковий зондувальний імпульс у досліджуваному тілі розглядаємо як сукупність незалежних ультразвукових променів [1].

У рамках розробленої раніше математичної моделі поширення малих пружних збурень у неоднорідно деформованому пружному континуумі сформульовано стаціонарну задачу взаємодії вузького ультразвукового пучка хвиль SH -поляризації з пружним шаром, що перебуває у стані плоскої деформації, для розв'язування якої застосовано ітераційний метод [5]. Досліджено вплив середньоінтегральних у напрямку поширення променя деформацій на процеси відбивання і заломлення хвиль шаром.

Пропонується методика визначення кутів та амплітуд відбитих і заломлених хвиль на поверхнях розділу неоднорідно деформованого шару та ізотропних півпросторів при проходженні зондувальної SH -хвилі. Проаналізовано результати числового експерименту.

1. Формулювання задачі. Розглядається ізотропний однорідний пружний шар $\mathcal{S} : 0 < x_2 < h$, що розділяє два ізотропних півпростори $\mathcal{S}^{(1)} : -\infty < x_2 < 0$ та $\mathcal{S}^{(2)} : h < x_2 < \infty$ із густинами маси $\rho^{(n)}$ і модулями зсуву $\mu^{(n)}$, $n = 1, 2$, відповідно (рис. 1). Шар перебуває у стані плоскої деформації, внаслідок якої стає акустично неоднорідним та анізотропним. За заданих густини маси ρ , коефіцієнтів Ляме λ , μ та Мурнаґана a , b , c акустичні влас-

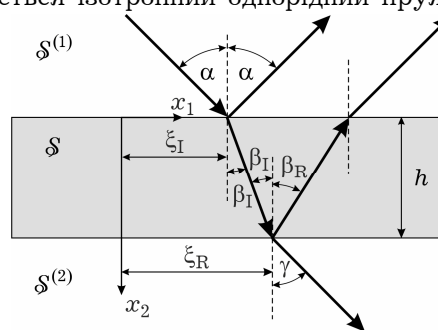


Рис. 1

тивості шару у його актуальному стані визначаються компонентами тензора деформації $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(x_1, x_2)$, $i, j = 1, 2$, $\varepsilon_{33} = \text{const}$.

Нехай у півпросторі $\mathcal{S}^{(1)}$ уздовж напрямку, що утворює кут α із віссю Ox_2 , поширюється ультразвуковий пучок SH -поляризації, який збуджує коливання в деякій області простору $\mathcal{V}^{(1)} \subset \mathcal{S}^{(1)}$ із поперечним розміром d , значно більшим від довжини хвилі $\lambda^{(1)} = 2\pi C^{(1)}/\omega$, де $C^{(1)} = \sqrt{\mu^{(1)}/\rho^{(1)}}$, ω – частота. За такої умови коливний процес в області $\mathcal{V}^{(1)}$ з достатньою точністю можна описати плоскою хвилею:

$$w_I^{(1)}(x_1, x_2, t) = \dot{W}_I^{(1)} \exp(iK^{(1)}(x_1 \sin \alpha + x_2 \cos \alpha)) \exp(-i\omega t). \quad (1)$$

Тут $\dot{W}_I^{(1)}$ – комплексна стала, $K^{(1)} = \omega/C^{(1)}$ – хвильове число.

Відбиті та заломлені поверхнями $x_2 = 0$ та $x_2 = h$ хвилі також будуть гармонічними у часі та зберігатимуть SH -поляризацію. Відбита у півпростір $\mathcal{S}^{(1)}$ та заломлена в середовище $\mathcal{S}^{(2)}$ хвилі будуть плоскими хвилями:

$$\begin{aligned} w_R^{(1)}(x_1, x_2, t) &= \dot{W}_R^{(1)} \exp(iK^{(1)}(x_1 \sin \alpha - x_2 \cos \alpha)) \exp(-i\omega t), \\ w_I^{(2)}(x_1, x_2, t) &= \dot{W}_I^{(2)} \exp(iK^{(2)}(x_1 \sin \gamma + x_2 \cos \gamma)) \exp(-i\omega t), \end{aligned} \quad (2)$$

де $\dot{W}_R^{(1)}$, $\dot{W}_I^{(2)}$ – комплексні сталі, $K^{(2)} = \omega/C^{(2)}$, $C^{(2)} = \sqrt{\mu^{(2)}/\rho^{(2)}}$.

Хвилі $w_I(x_1, x_2, t)$, заломлену в шар поверхнею $x_2 = 0$, та $w_R(x_1, x_2, t)$, відбиту в нього поверхнею $x_2 = h$, подамо як

$$w_\chi(x_1, x_2, t) = \dot{W}_\chi(x_1, x_2) \exp(-i\omega t), \quad \chi = I, R. \quad (3)$$

Беручи до уваги, що спричинені деформацією акустичні анізотропія й неоднорідність шару є малими, вважатимемо кутове розширення пучка в акустично неоднорідній області \mathcal{S} незначним. Обмежимося випадком достатньо великих кутів падіння α , коли виконується умова

$$d < 2h \operatorname{tg} \left(\arcsin \left(\frac{C}{C^{(1)}} \sin \alpha \right) \right),$$

де $C = \sqrt{\mu/\rho}$. Тоді відбита на межі $x_2 = h$ хвиля не інтерферує на поверхні $x_2 = 0$ із хвилею, що падає.

За достатньо малих амплітуд $\dot{W}_\chi(x_1, x_2)$ хвиль $w_\chi(x_1, x_2, t)$, $\chi = I, R$, для їх опису можна застосувати розроблену авторами модель поширення малих пружних збурень у неоднорідно деформованому середовищі [5, с. 82]. У рамках цієї моделі для визначення амплітуд заломленої та відбитої SH -хвиль у шарі отримаємо рівняння

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left([\mu + (2b + c)(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}) + 2b\varepsilon_{22}] \frac{\partial}{\partial x_1} + c\varepsilon_{12} \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \dot{W}_\chi + \\ & + \left[\frac{\partial}{\partial x_2} \left([\mu + (2b + c)(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2b\varepsilon_{11}] \frac{\partial}{\partial x_2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + c\varepsilon_{12} \frac{\partial}{\partial x_1} \right) + \rho\omega^2 \right] \dot{W}_\chi = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

На поверхнях розділу середовищ $x_2 = 0$ та $x_2 = h$ виконуються умови ідеального механічного контакту для пружних збурень. Їх наслідком є співвідношення, які пов'язують амплітуди хвиль:

$$\begin{aligned} (\dot{W}_I^{(1)} + \dot{W}_R^{(1)}) \exp(iK^{(1)}x_1 \sin \alpha) &= \dot{W}_I(x_1, 0), \\ \mu^{(1)}iK^{(1)} \cos \alpha (\dot{W}_I^{(1)} - \dot{W}_R^{(1)}) \exp(iK^{(1)}x_1 \sin \alpha) &= s_I(x_1, 0), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_I(x_1, h) + \dot{W}_R(x_1, h) &= \dot{W}_I^{(2)} \exp(iK^{(2)}(x_1 \sin \gamma + h \cos \gamma)), \\ s_I(x_1, h) + s_R(x_1, h) &= i\mu^{(2)}K^{(2)} \cos \gamma \dot{W}_I^{(2)} \exp(iK^{(2)}(x_1 \sin \gamma + h \cos \gamma)), \end{aligned} \quad (6)$$

де

$$s_\chi(x_1, x_2) = \left((\mu + (2b + c)(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2b\varepsilon_{11}) \frac{\partial}{\partial x_2} + c\varepsilon_{12} \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \dot{W}_\chi(x_1, x_2).$$

Рівняння (4) разом з умовами (5), (6) визначають коливний процес у шарі \mathcal{S} у поданні (3).

2. Ітераційний метод розв'язування задачі. Для розв'язування сформульованої задачі використаємо ітераційну процедуру, запропоновану у [5, с. 85]. Із цією метою перепишемо рівняння для хвилі $w_I(x_1, x_2, t)$ стосовно локальної декартової системи координат $\mathcal{K}_I = \{x, y, x_3\}$, отриманої з вихідної системи \mathcal{K} поворотом в площині x_1Ox_2 на кут β_I та трансляції початку відліку на вектор $(\xi_I, 0)$. Хвилю $w_R(x_1, x_2, t)$ розглядатимемо стосовно системи координат $\mathcal{K}_R = \{x, y, x_3\}$, отриманої із вихідної системи \mathcal{K} поворотом в площині x_1Ox_2 на кут $(\pi - \beta_R)$ та трансляції початку відліку на вектор (ξ_R, h) , де $\xi_R = \xi_I + h \operatorname{tg} \beta_I$ (див. рис. 1). Кути β_I та β_R визначимо пізніше.

У нових координатах рівняння для заломленої ($\chi = I$) та відбитої ($\chi = R$) хвиль матимуть вигляд

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\{ \mu + (2b + c)(\varepsilon_x + \varepsilon_{33}) + 2b\varepsilon_y \} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \hat{N} + \rho\omega^2 \right] \dot{W}_\chi(x, y) = 0. \quad (7)$$

Тут диференціальний оператор \hat{N} визначається співвідношенням

$$\hat{N} = c \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\tau \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\tau \frac{\partial}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((2b\varepsilon + c\varepsilon_y) \frac{\partial}{\partial y} \right),$$

функції ε_x , ε_y , τ розподілу компонент деформації у шарі мають вигляд

$$\begin{aligned} \text{при } \chi = I: \quad \begin{cases} \varepsilon_x(x, y) \\ \varepsilon_y(x, y) \\ \tau(x, y) \end{cases} &= \begin{cases} \varepsilon_{11} \sin^2 \beta_I + \varepsilon_{22} \cos^2 \beta_I + \varepsilon_{12} \sin 2\beta_I \\ \varepsilon_{11} \cos^2 \beta_I + \varepsilon_{22} \sin^2 \beta_I - \varepsilon_{12} \sin 2\beta_I \\ 0.5(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11}) \sin 2\beta_I - \varepsilon_{12} \cos 2\beta_I \end{cases}, \\ \text{при } \chi = R: \quad \begin{cases} \varepsilon_x(x, y) \\ \varepsilon_y(x, y) \\ \tau(x, y) \end{cases} &= \begin{cases} \varepsilon_{11} \sin^2 \beta_R + \varepsilon_{22} \cos^2 \beta_R - \varepsilon_{12} \sin 2\beta_R \\ \varepsilon_{11} \cos^2 \beta_R + \varepsilon_{22} \sin^2 \beta_R + \varepsilon_{12} \sin 2\beta_R \\ 0.5(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}) \sin 2\beta_R - \varepsilon_{12} \cos 2\beta_R \end{cases}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(x, y) = \varepsilon_x + \varepsilon_y.$$

Функції ε_x , ε_y та τ подамо у вигляді

$$\varepsilon_x(x, y) = \bar{\varepsilon}_x + \tilde{\varepsilon}_x(x, y),$$

$$\varepsilon_y(x, y) = \bar{\varepsilon}_y + \tilde{\varepsilon}_y(x, y),$$

$$\tau = \tau(x, y) = \bar{\tau} + \tilde{\tau}(x, y),$$

де $\bar{\varepsilon}_x$, $\bar{\varepsilon}_y$ і $\bar{\tau}$ – середньоінтегральні значення компонент деформації на напрямках $\mathbf{n}_I = \{\sin \beta_I, \cos \beta_I, 0\}$ та $\mathbf{n}_R = \{\sin \beta_R, -\cos \beta_R, 0\}$:

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_x &= \frac{\cos \beta_\chi}{h} \int_0^{h/\cos \beta_\chi} \varepsilon_x(s, 0) ds, & \bar{\varepsilon}_y &= \frac{\cos \beta_\chi}{h} \int_0^{h/\cos \beta_\chi} \varepsilon_y(s, 0) ds, \\ \bar{\tau} &= \frac{\cos \beta_\chi}{h} \int_0^{h/\cos \beta_\chi} \tau(s, 0) ds, & \chi &= I, R.\end{aligned}\quad (9)$$

Застосовуючи до рівняння (7) ітераційний процес, приходимо до послідовності рівнянь зі сталими коефіцієнтами:

$$\left([\mu + (2b + c)(\bar{\varepsilon}_x + \varepsilon_{33}) + 2b\bar{\varepsilon}_y] \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \rho\omega^2 \right) \dot{W}_\chi^{[p+1]} = -(\hat{T} + \hat{N})\dot{W}_\chi^{[p]}, \quad (10)$$

де

$$\hat{T} = \frac{\partial}{\partial x} \left[((2b + c)\tilde{\varepsilon}_x(x, y) + 2b\tilde{\varepsilon}_y(x, y)) \frac{\partial}{\partial x} \right],$$

$p = 0, 1, 2, \dots$ – номер ітерації.

За нульове наближення виберемо розв'язок рівняння

$$(\mu + (2b + c)(\bar{\varepsilon}_x + \varepsilon_{33}) + 2b\bar{\varepsilon}_y) \frac{\partial^2 \dot{W}_\chi}{\partial x^2} + \rho\omega^2 \dot{W}_\chi = 0. \quad (11)$$

Верхній індекс «[0]» для нульової ітерації тут і надалі опускаємо.

3. Хвильове поле у нульовому наближенні. Дослідимо задачу в нульовому наближенні.

Розв'язки рівняння (11) для $\chi = I, R$ матимуть вигляд

$$\dot{W}_\chi(x) = \dot{W}_\chi \exp(iK_\chi x). \quad (12)$$

Тут $K_\chi = \omega/\bar{C}_\chi$,

$$\begin{aligned}\bar{C}_\chi &= \sqrt{[\mu + (2b + c)(\bar{\varepsilon}_x + \varepsilon_{33}) + 2b\bar{\varepsilon}_y]/\rho}, \\ x &= \begin{cases} (x_1 - \xi_I) \sin \beta_I + x_2 \cos \beta_I, & \mathcal{K}_I, \\ (x_1 - \xi_R) \sin \beta_R - (x_2 - h) \cos \beta_R, & \mathcal{K}_R. \end{cases}\end{aligned}\quad (13)$$

Підпорядковуючи розв'язки (12) умовам (5), (6), отримаємо систему рівнянь стосовно невідомих амплітуд $\dot{W}_R^{(1)}$, $\dot{W}_I^{(1)}$, $\dot{W}_R^{(2)}$, $\dot{W}_I^{(2)}$ і кутів β_I , β_R :

$$\begin{aligned}(\dot{W}_I^{(1)} + \dot{W}_R^{(1)}) \exp(iK^{(1)}\xi_I \sin \alpha) &= \dot{W}_I \exp(iK_I \xi_I \sin \beta_I), \\ K^{(1)} \exp(iK^{(1)}\xi_I \sin \alpha) \mu^{(1)} (\dot{W}_I^{(1)} - \dot{W}_R^{(1)}) \cos \alpha &= \\ &= \dot{W}_I K_I \exp(iK_I \xi_I \sin \beta_I) \sigma_I,\end{aligned}\quad (14)$$

$$\begin{aligned}\dot{W}_I v_I \exp(iK_I \xi_R \sin \beta_I) + \dot{W}_R v_R \exp(iK_R \xi_R \sin \beta_R) &= \\ = \dot{W}_I^{(2)} v_I^{(2)} \exp(iK^{(2)}\xi_R \sin \gamma), \\ \dot{W}_I v_I \sigma_I K_I \exp(iK_I \xi_R \sin \beta_I) + \dot{W}_R v_R \sigma_R K_R \exp(iK_R \xi_R \sin \beta_R) &= \\ = \dot{W}_I^{(2)} \mu^{(2)} v_I^{(2)} K^{(2)} \exp(iK^{(2)}\xi_R \sin \gamma) \cos \gamma.\end{aligned}\quad (15)$$

У формулах (14) , (15) використано такі позначення:

$$\begin{aligned}\sigma_I &= c\bar{\tau} \sin \beta_I + (\mu + (2b + c)(\bar{\varepsilon}_x + \varepsilon_{33}) + 2b\bar{\varepsilon}_y) \cos \beta_I, \\ \sigma_R &= c\bar{\tau} \sin \beta_R - (\mu + (2b + c)(\bar{\varepsilon}_x + \varepsilon_{33}) + 2b\bar{\varepsilon}_y) \cos \beta_R, \\ v_I &= \exp(iK_I h \cos \beta_I), \quad v_R = \exp(-iK_R h \cos \beta_R), \\ v_I^{(2)} &= \exp(iK^{(2)} h \cos \gamma).\end{aligned}$$

Із умов сумісності систем рівнянь (14) та (15) отримуємо два рівняння стосовно кутів β_I і β_R та одне рівняння для визначення кута γ заломлення хвилі у півпростір $\mathcal{S}^{(2)}$:

$$\begin{aligned}\bar{C}_I \sin \alpha - C^{(1)} \sin \beta_I &= 0, \quad \bar{C}_I \sin \beta_R - \bar{C}_R \sin \beta_I = 0, \\ \bar{C}_I \sin \gamma - C^{(2)} \sin \beta_I &= 0.\end{aligned}\tag{16}$$

Рівняння (16) є нелінійні стосовно параметрів $\sin \beta_I$, $\sin \beta_R$, що є наслідком неоднорідності акустичних властивостей шару. Вони відрізняються від відомого лінійного співвідношення закону Снелліуса, до якого приходять, розглядаючи задачу відбивання/заломлення плоских хвиль на межі двох акустично однорідних середовищ [1, с. 24], тим, що, як випливає із співвідношень (13) та (9), фазові швидкості \bar{C}_χ залежать від $\cos \beta_\chi$.

Подамо шукані кути β_I та β_R у вигляді

$$\beta_I = \beta + \Delta_I, \quad \beta_R = \beta + \Delta_R,\tag{17}$$

де $\beta = \arcsin(C/C^{(1)} \sin \alpha)$ – кут заломлення у шар без деформацій, Δ_I та Δ_R – параметри, які визначають відхилення кутів заломлення та відбивання від β , обумовлені деформацією.

Підставляючи подання (17) у перше та друге рівняння (16), зведемо задачу про визначення кутів β_I та β_R до послідовного розв'язування рівнянь (18), (19) стосовно невідомих Δ_I та Δ_R :

$$\rho^{(1)} \frac{\cos(\beta + \Delta_I)}{h} \int_0^{h/\cos(\beta + \Delta_I)} F(s) ds - \mu^{(1)} \rho \frac{\sin^2(\beta + \Delta_I)}{\sin^2 \alpha} = -\rho^{(1)} \mu,\tag{18}$$

$$\frac{\cos(\beta + \Delta_R)}{h} \int_0^{h/\cos(\beta + \Delta_R)} F(s) ds - \rho \bar{C}_I^2 \frac{\sin^2(\beta + \Delta_R)}{\sin^2 \beta} = -\mu,\tag{19}$$

де $F(x) = (2b + c)(\varepsilon_x(x, 0) + \varepsilon_{33}) + 2b\varepsilon_y(x, 0)$.

Оскільки акустична неоднорідність шару слабка, Δ_I та Δ_R є малими параметрами порівняно із β . У такому наближенні отримаємо

$$\begin{aligned}\Delta_I &= \frac{\frac{\sin \beta}{h} \int_0^{h/\cos \beta} F(s) ds}{2\mu + F\left(\frac{h}{\cos \beta}\right) - \frac{\cos \beta}{h} \int_0^{h/\cos \beta} F(s) ds}, \\ \Delta_R &= \frac{\left(\frac{\cos \beta}{h} \int_0^{h/\cos \beta} F(s) ds \sin^2 \beta_I - \rho \bar{C}_I^2 \sin^2 \beta\right) \operatorname{tg} \beta}{2\rho \bar{C}_I^2 \sin^2 \beta + \left\{F\left(\frac{h}{\cos \beta}\right) - \frac{\cos \beta}{h} \int_0^{h/\cos \beta} F(s) ds\right\} \sin^2 \beta_I}.\end{aligned}\tag{20}$$

Таким чином, уже в нульовому наближенні проявляється вплив неоднорідності акустичних властивостей шару, зумовленої деформацією, на хвильові процеси. Зокрема, виникає різниця $\Delta = \beta_I - \beta_R$ між кутами заломлення та відбивання хвилі у плоскопаралельному шарі, яка визначається формулою

$$\Delta = \frac{\left(\mu + \frac{\cos \beta_I}{h} \int_0^{h/\cos \beta_I} F(s) ds - \rho \bar{C}_I^2 \right) \text{tg} \beta_I}{2\rho \bar{C}_I^2 + F\left(\frac{h}{\cos \beta_I}\right) - \frac{\cos \beta_I}{h} \int_0^{h/\cos \beta_I} F(s) ds}. \quad (21)$$

Із першого та третього рівнянь (16) знаходимо кут заломлення хвилі у півпростір $\mathcal{S}^{(2)}$:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{C^{(2)}}{\bar{C}_I} \sin \beta_I\right) = \arcsin\left(\frac{C^{(2)}}{C^{(1)}} \sin \alpha\right).$$

Розв'язуючи систему рівнянь (14) стосовно амплітуд $\dot{W}_R^{(1)}$ та \dot{W}_I , а потім систему (15) стосовно амплітуд \dot{W}_R та $\dot{W}_I^{(2)}$ при відомих кутах β_I та β_R , отримуємо

$$\dot{W}_R^{(1)} = \dot{W}_I^{(1)} \frac{\mu^{(1)} \sin \beta_I - \sigma_I \text{tg} \alpha}{\mu^{(1)} \sin \beta_I + \sigma_I \text{tg} \alpha},$$

$$\dot{W}_I = \dot{W}_I^{(1)} \frac{2\mu^{(1)} \sin \beta_I}{\mu^{(1)} \sin \beta_I + \sigma_I \text{tg} \alpha}, \quad (22)$$

$$\dot{W}_R = \dot{W}_I \frac{v_I(\sigma_I \text{tg} \gamma - \mu^{(2)} \sin \beta_I) \sin \beta_R}{v_R(\mu^{(2)} \sin \beta_R - \sigma_R \text{tg} \gamma) \sin \beta_I},$$

$$\dot{W}_I^{(2)} = \dot{W}_I \frac{v_I(\sigma_I \sin \beta_R - \sigma_R \sin \beta_I) \text{tg} \gamma}{v_I^{(2)}(\mu^{(2)} \sin \beta_R - \sigma_R \text{tg} \gamma) \sin \beta_I}. \quad (23)$$

Зі співвідношень (22), (23) визначимо коефіцієнти відбивання і проходження хвилі через шар як відношення амплітуд $\dot{W}_R^{(1)}$ відбитої чи заломленої $\dot{W}_I^{(2)}$ хвиль до амплітуди $\dot{W}_I^{(1)}$ падаючої хвилі.

Коефіцієнти відбивання R у півпростір $\mathcal{S}^{(1)}$ та проходження T у півпростір $\mathcal{S}^{(2)}$ за енергією для плоскої хвилі SH -поляризації, які визначаються відношеннями густин середніх потоків енергії відбитої чи заломленої хвиль до густини потоку енергії падаючої хвилі у напрямку, перпендикулярному до межі поділу середовищ із різними акустичними властивостями, матимуть вигляд [2, с. 350]:

$$R = \frac{\dot{W}_R^{(1)} \bar{W}_R^{(1)}}{\dot{W}_I^{(1)} \bar{W}_I^{(1)}},$$

$$T = \frac{\dot{W}_I^{(2)} \bar{W}_I^{(2)}}{\dot{W}_I^{(1)} \bar{W}_I^{(1)}} \frac{C^{(1)} \mu^{(2)} \cos \gamma}{C^{(2)} \mu^{(1)} \cos \alpha}. \quad (24)$$

Із урахуванням формул (22), (23) співвідношення (24) набудуть вигляду

$$R = \left(\frac{\mu^{(1)} \sin \beta_I - \sigma_I \operatorname{tg} \alpha}{\mu^{(1)} \sin \beta_I + \sigma_I \operatorname{tg} \alpha} \right)^2,$$

$$T = \frac{4\mu^{(1)}\mu^{(2)} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma (\sigma_I \sin \beta_R - \sigma_R \sin \beta_I)^2}{(\mu^{(1)} \sin \beta_I + \sigma_I \operatorname{tg} \alpha)^2 (\mu^{(2)} \sin \beta_R - \sigma_R \operatorname{tg} \gamma)^2}. \quad (25)$$

4. Вплив залишкових напружень на параметри хвильового поля у шарі. Отриманий у нульовому наближенні розв'язок задачі (11) з крайовими умовами (14), (15) використали для дослідження відбивання та заломлення хвиль в системі двох ізотропних різномірних півпросторів, які розділяє шар із залишковими напруженнями. Напруження, зумовлені стрибками переміщень на відрізку $x_1 = 0$, наведено у [4].

Пружні властивості матеріалів вибирали так, щоб уникнути появи критичних кутів при відбиванні/заломленні на межах поділу середовищ. Матеріали півпростору $\mathcal{S}^{(1)}$ і шару \mathcal{S} вважали ідентичними, для них приймали $\rho^{(1)} = \rho = 2.77 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\mu^{(1)} = \mu = 2.74 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, $b = -4.802 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, $c = -3.361 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, а для півпростору $\mathcal{S}^{(2)}$ приймали $\rho^{(2)} = 8.9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\mu^{(2)} = 4.506 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$.

Рис. 2 – рис. 7 ілюструють вплив залишкових напружень на кути заломлення β_I та відбивання β_R , прирости фаз коливань $\delta_I = h\omega/(\bar{C}_I \cos \beta_I)$, $\delta_R = h\omega/\bar{C}_R \cos \beta_R$ для хвиль $w_I(x, t)$ і $w_R(x, t)$, що пройшли через шар, та показники відбивання R на межі розділу середовищ $\mathcal{S}^{(1)}$ і \mathcal{S} , а також проходження T хвилі на межі розділу \mathcal{S} та $\mathcal{S}^{(2)}$. Як бачимо, ці характеристики істотно залежать від кута падіння α та параметра ξ_I , що визначає точку входження променя в шар.

Криві на всіх рисунках відповідають значенням $\xi_I = -0.2, 0.2, 0.7$.

На рис. 2, рис. 3 зображено залежності від кута падіння α величин $\Delta_I = \beta_I - \beta$, $\Delta_R = \beta_R - \beta$.

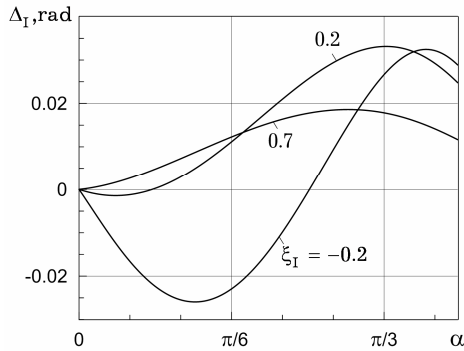


Рис. 2

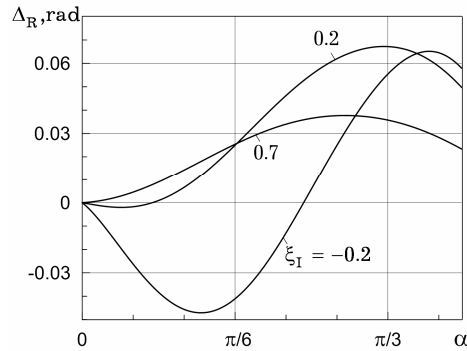


Рис. 3

На рис. 4, рис. 5 показано залежності параметрів $(\delta_I - \delta)/\delta$, $(\delta_R - \delta)/\delta$, де $\delta = h\omega/(C \cos \beta)$, від кута падіння α .

На рис. 6, рис. 7 зображено залежність показників відбивання R і проходження T хвилі від кута падіння хвилі α . Штриховими лініями тут наведено показники відбивання R і проходження T через шар без напружень.

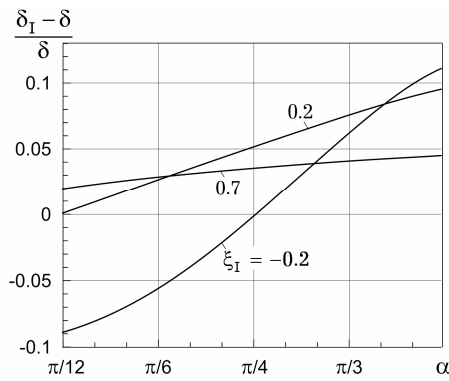


Рис. 4

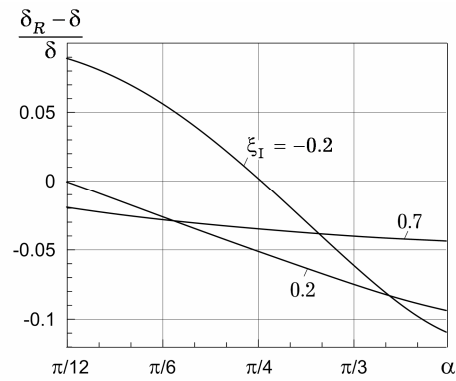


Рис. 5

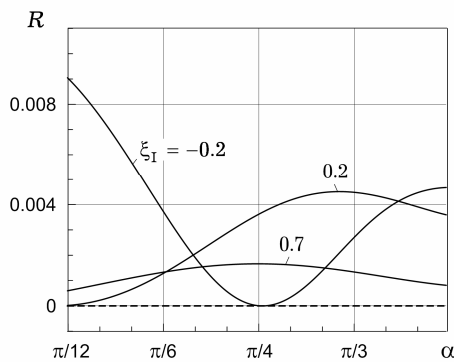


Рис. 6

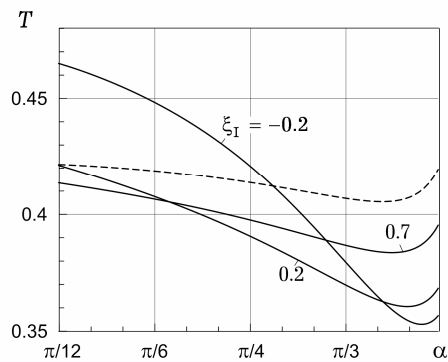


Рис. 7

Висновки. У наближенні геометричної оптики досліджено падіння плоскої ультразвукової хвилі SH -поляризації на неоднорідно деформований плоский шар, що розділяє два ізотропних пружних півпростори. Із використанням нульового наближення розроблено раніше ітераційного процесу для задачі поширення пружних збурень в неоднорідно деформованому тілі отримано вирази для амплітуд та кутів відбитих і заломлених хвиль у системі «пружний півпростір – шар – пружний півпростір», які є функціями середньоінтегральних уздовж напрямків поширення збурень значень компонент тензора початкової деформації. Аналітичні подання та числові результати показали вплив початкового напружено-деформованого стану у тілі на параметри відбивання/заломлення плоскої хвилі на межі розділу середовищ із різними акустичними властивостями. Таким чином, отримані співвідношення можна ефективно застосовувати для формулювання прямих та обернених задач неруйнівного визначення напружено-деформованого стану кусково-однорідних тіл із урахуванням процесів відбивання/заломлення на межі розділу середовищ.

1. Алешин Н. П., Бельй В. Е., Вopilкин А. Х., Воцанов А. К., Ермолов И. Н. Гурвич А. К. Методы акустического контроля металлов. – Москва: Машиностроение, 1989. – 456 с.
2. Гринченко В. Т., Вовк І. В., Маципура В. Т. Основи акустики. – Київ: Наук. думка, 2007. – 640 с.
3. Луговой П. З., Кошель В. І. Взаємодія плоскої вибухової хвилі з гірською виробкою еліптичного перетину // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – 2009. – Вип. 10. – С. 186–191.
4. Чекурін В. Ф. Варіаційний метод розв'язування задач томографії напруженого стану твердих тіл // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – **35**, № 5. – С. 23–32.
Te same: Chekurin V. F. Variational method for the solution of the problems of tomography of the stressed state of solids // Mater. Sci. – 1999. – **35**, No. 5. – P. 623–633.

5. Чекурін В. Ф., Кравчишин О. З. Пружні збурення в неоднорідно деформованих твердих тілах. – Львів: СПОЛЛОМ, 2008. – 152 с.
6. Chattopadhyay A., Rajneesh. Reflection and refraction of waves at the interface of an isotropic medium over a highly anisotropic medium // Acta Geophys. – 2006. – **54**, No. 3. – P. 239–249.
7. Tomar S. K., Kaur J. *SH*-waves at a corrugated interface between a dry sandy half-space and an anisotropic elastic half-space // Acta Mech. – 2007. – **190**, No. 1-4. – P. 1–28.
8. Sharma M. D. Effect of initial stress on reflection at the free surface of anisotropic elastic medium // J. Earth Syst. Sci. – 2007. – **116**, No. 6. – P. 537–551.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ *SH* -ПОЛЯРИЗАЦИИ С ДВУХМЕРНЫМ ПОЛЕМ ДЕФОРМАЦИИ В ПЛОСКОМ СЛОЕ

*В рамках разработанной ранее математической модели распространения малых упругих возмущений в неоднородно деформированном упругом континууме сформулирована стационарная задача взаимодействия ультразвуковой волны *SH*-поляризации с упругим слоем, находящимся в состоянии плоской деформации. Для решения задачи использована итерационная процедура. Изучено влияние параметров плоской деформации в среднеинтегральном приближении на процессы отражения и преломления волн в системе «упругое полупространство – слой – упругое полупространство».*

INTERACTION OF ULTRASONIC *SH* -POLARIZATION WAVE WITH 2D STRAIN FIELD IN A PLANE LAYER

*Within the framework of previously developed mathematical model of small elastic perturbations propagation in inhomogeneously deformed elastic continuum a stationary problem on interaction of a narrow ultrasonic beam of *SH*-polarization waves with an elastic layer under plane deformation is formulated. The problem is solved by the iterative method. The influence of directional mean strains on the wave reflection and refraction is studied.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
08.12.12