УДК 536.2

В. А. Шевчук, О. П. Гаврись

ВИБІР ІТЕРАТИВНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ПІВПРОСТОРУ ПРИ РАДІАЦІЙНОМУ ОХОЛОДЖЕННІ

Для розв'язання нелінійної нестаціонарної задачі радіаційної взаємодії півпростору із зовнішнім середовищем застосовано методи зведення до нелінійного інтегрального рівняння типу Вольтерра, простої ітерації, послідовних наближень та квазілінеаризації. На підставі проведеного порівняльного аналізу ефективності застосування цих підходів щодо розв'язування такого класу задач показано кращу збіжність підходу на основі методу квазілінеаризації.

Вступ. Однією з проблем, що виникають при дослідженні та розрахунку температурних полів елементів конструкцій в процесі їх радіаційної взаємодії із зовнішнім середовищем, є вибір ефективного методу розв'язування відповідних нелінійних нестаціонарних крайових задач теплопровідності та побудови їх наближених розв'язків.

Основними способами розв'язування нелінійних крайових задач є їх лінеаризація, використання числових методів, побудова ітераційних схем, застосування варіаційного чи інтегрального методів, методу збурень [2, 7, 8].

Серед підходів, що застосовуються до розв'язання задач теплопровідності з нелінійною граничною умовою, є зведення до еквівалентного нелінійного інтегрального рівняння типу Вольтерра за допомогою функцій Ґріна [3, 9], інтегрального перетворення Лапласа [13, 18, 21], методу теплових потенціалів [4]. Для розв'язування цього нелінійного інтегрального рівняння у [3, 18] використано метод послідовних наближень, у [9] – лінійні сплайни, у [15] – неявний метод Рунге – Кутта. У [13] при розв'язуванні інтегрального рівняння застосовано спрощуючу процедуру для отримання асимптотичних розв'язків для великих і малих часів. У [4, 21] нелінійні інтегральні рівняння зводяться до нелінійних алгебричних рівнянь.

Різні варіанти методу послідовних наближень розв'язування задач променево-конвективної взаємодії тіл з зовнішнім середовищем були розглянуті у [5, 8, 12].

У роботах [19, 20] для визначення температурного поля в тілах при радіаційно-конвективному теплообміні з зовнішнім середовищем застосовано спрощуючі моделі із зосередженими параметрами (lumped models).

Одним з ефективних підходів до побудови наближених розв'язків нелінійних задач такого класу є метод квазілінеаризації [1, 11, 16, 17], який, порівняно з іншими методами, має вищу швидкість збіжності до розв'язку вихідного рівняння.

У роботі [14] для розв'язування нелінійної контактно-крайової задачі нестаціонарної теплопровідності застосовано процедуру квазілінеаризації граничної і контактної умов і використано метод скінченних різниць.

У цій роботі проведено порівняльний аналіз результатів розрахунків нестаціонарного температурного поля у півпросторі при його радіаційному охолодженні з використанням методів зведення вихідної задачі до нелінійного інтегрального рівняння типу Вольтерра, простої ітерації, послідовних наближень та квазілінеаризації, на підставі якого показано кращу збіжність підходу на основі методу квазілінеаризації.

1. Постановка задачі. Розглядаємо однорідний півпростір $0 \le x < \infty$, в якому в початковий момент часу $\tau = 0$ задано деякий рівномірний розподіл абсолютної температури T_0. З поверхні півпростору $x = 0$ відбувається променева тепловіддача в зовнішнє середовище з нульовою температурою $T_c = 0$.

Розподіл температури $T(x,\tau)$ у півпросторі описується розв'язком рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial \tau}, \tag{1}$$

де $a = \dfrac{\lambda}{\omega}$ – температуропровідність матеріалу півпростору; λ і ω – його коефіцієнти теплопровідності та теплоємності.

Цей розв'язок задовольняє початкову умову

$$T(x,0) = T_0, \tag{2}$$

нелінійну граничну умову радіаційного охолодження на поверхні півпростору

$$\lambda \frac{\partial T(0,\tau)}{\partial x} = \varepsilon\sigma_0 T^4(0,\tau) \tag{3}$$

та умову на безмежності

$$\lim_{x\to\infty} T(x,\tau) = T_0. \tag{4}$$

Тут ε – ступінь чорноти поверхні півпростору; σ_0 – стала Стефана–Больцмана.

2. Побудова наближених розв'язків задачі (1)–(4).

2.1. Зведення до інтегрального рівняння типу Вольтерра. У [3] цю задачу розв'язано шляхом зведення її до нелінійного інтегрального рівняння типу Вольтерра за допомогою функції Ґріна.

Для визначення температури поверхні $x = 0$ півпростору отримано таке інтегральне рівняння:

$$T(0,\tau) = T_0 - \frac{\mu\sqrt{a}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{T^4(0,\tau_0)}{\sqrt{\tau-\tau_0}}\, d\tau_0, \qquad \mu = \frac{\varepsilon\sigma_0}{\lambda}. \tag{5}$$

Після введення нових змінних $z = \dfrac{\tau}{\gamma^2}$, $\zeta = \dfrac{\tau_0}{\gamma^2}$, де $\gamma = \dfrac{\sqrt{\pi}}{\mu T_0^3 \sqrt{a}}$, та нової функції $\varphi(z) = \dfrac{T^4(0,\gamma^2 z)}{T_0^4}$, отримано рівняння

$$\varphi(z) = \left[1 - \int_0^z \frac{\varphi(\zeta)}{\sqrt{z-\zeta}}\, d\zeta\right]^4. \tag{6}$$

Якщо рівняння (6) буде розв'язане, тоді $T(0,\tau) = T_0 \sqrt[4]{\varphi\left(\dfrac{\tau}{\gamma^2}\right)}$, а розподіл температури в півпросторі визначатиметься співвідношенням

$$T(x,\tau) = T_0 \left[1 - \frac{\mu\sqrt{a}\, T_0^3}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{\varphi\left(\dfrac{\tau_0}{\gamma^2}\right)}{\sqrt{\tau-\tau_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a(\tau-\tau_0)}\right) d\tau_0\right]. \tag{7}$$

Доведено, що розв'язок рівняння (6) існує, єдиний і може бути отриманий методом послідовних наближень:

$$\varphi_k(z) = \left[1 - \int_0^z \frac{\varphi_{k-1}(\zeta)}{\sqrt{z-\zeta}}\, d\zeta\right]^4, \qquad k = 1,2,3,\ldots. \tag{8}$$

Показано, що при відомій функції $\varphi_0(z)$, меншій від розв'язку, $\varphi_0(z) \le \varphi(z)$, послідовні наближення $\varphi_k(z)$ наближаються до розв'язку рівняння (6) з різних сторін.

2.2. Метод простої ітерації. До розв'язання крайової задачі (1)–(4) застосуємо метод простої ітерації [6]. Уведемо безрозмірну координату $X = \dfrac{x}{\ell}$ і безрозмірну температуру $\Theta(X, \mathrm{Fo}) = \dfrac{T}{T_0}$. Тоді задача в безрозмірних величинах набуде вигляду

$$\frac{\partial^2 \Theta(X, \mathrm{Fo})}{\partial X^2} = \frac{\partial \Theta(X, \mathrm{Fo})}{\partial \mathrm{Fo}}, \tag{9}$$

$$\Theta(X, 0) = 1, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \Theta(0, \mathrm{Fo})}{\partial X} = \mathrm{Sk}\Theta^4(0, \mathrm{Fo}), \tag{11}$$

$$\lim_{X \to \infty} \Theta(X, \mathrm{Fo}) = 1, \tag{12}$$

де ℓ – вибрана одиниця масштабу; $\mathrm{Fo} = \dfrac{a\tau}{\ell^2}$ – число Фур'є; $\mathrm{Sk} = \dfrac{\varepsilon\sigma_0 \ell T_0^3}{\lambda}$ – критерій Старка.

Граничну умову (11) подамо у вигляді

$$\frac{\partial \Theta(0, \mathrm{Fo})}{\partial X} = q^*(\mathrm{Fo}), \tag{13}$$

де $q^*(\mathrm{Fo}) = \mathrm{Sk}\Theta^4(0, \mathrm{Fo})$.

Таким чином, задача (9)–(12) звелась до задачі про охолодження півпростору зі змінним у часі тепловим потоком.

За допомогою інтегрального перетворення Лапласа отримаємо наближений аналітичний розв'язок задачі (9), (10), (12), (13):

$$\Theta(X, \mathrm{Fo}) = 1 - q^* \left[2\sqrt{\frac{\mathrm{Fo}}{\pi}} \exp(-\xi^2) - X \operatorname{erfc}(\xi) \right], \tag{14}$$

де $\xi = \dfrac{X}{2\sqrt{\mathrm{Fo}}}$; $\operatorname{erfc}(\xi) = 1 - \operatorname{erf}(\xi)$; $\operatorname{erf}(\xi)$ – функція помилок Ґаусса [10].

Вираз (14) строго задовольняє граничні умови (12), (13), початкову умову (10), а при $q^* = \mathrm{const}$ співпадає з точним розв'язком.

За заданим початковим наближенням Θ_0 ітераційну схему для визначення температури у півпросторі запишемо так:

$$q_k^*(\mathrm{Fo}) = \mathrm{Sk}\Theta_{k-1}^4(0, \mathrm{Fo}),$$

$$\Theta_k(X, \mathrm{Fo}) = 1 - q_k^* \left[2\sqrt{\frac{\mathrm{Fo}}{\pi}} \exp(-\xi^2) - X \operatorname{erfc}(\xi) \right], \qquad k = 1, 2, 3, \ldots. \tag{15}$$

2.3. Метод послідовних наближень. Застосуємо метод послідовних наближень до розв'язання крайової задачі (9)–(12).

Для цього подамо нелінійну граничну умову (11) у такому лінеаризованому вигляді [5]:

$$\frac{\partial \Theta(0, \mathrm{Fo})}{\partial X} = \mathrm{Bi}^*(\mathrm{Fo})\Theta(0, \mathrm{Fo}), \tag{16}$$

де $\mathrm{Bi}^*(\mathrm{Fo}) = \mathrm{Sk}\Theta^3(0, \mathrm{Fo})$.

Таким чином, задача (9)–(12) звелась до задачі про охолодження півпростору зі змінним коефіцієнтом теплообміну. За наближений аналітичний розв'язок задачі (9), (10), (12), (16) візьмемо співвідношення [10]

$$\Theta(X, \mathrm{Fo}) = 1 - \operatorname{erfc}(\xi) + \exp(\mathrm{Bi}^* X + \mathrm{Bi}^{*2}\mathrm{Fo}) \operatorname{erfc}(\xi + \mathrm{Bi}^* \sqrt{\mathrm{Fo}}). \tag{17}$$

Вираз (17) строго задовольняє граничні умови (12), (16), початкову умову (10), а при $\mathrm{Bi}^* = \mathrm{const}$ співпадає з точним розв'язком [10].

При заданому початковому наближенні Θ_0 ітераційна схема для визначення температури у півпросторі матиме вигляд

$$\mathrm{Bi}_k^*(\mathrm{Fo}) = \mathrm{Sk}\Theta_{k-1}^3(0,\mathrm{Fo}),$$

$$\Theta_k(X,\mathrm{Fo}) = 1 - \mathrm{erfc}(\xi) + \exp(\mathrm{Bi}_k^* X + \mathrm{Bi}_k^{*2}\mathrm{Fo})\mathrm{erfc}(\xi + \mathrm{Bi}_k^*\sqrt{\mathrm{Fo}}),$$

$$k = 1,2,3,\ldots. \tag{18}$$

2.4. Квазілінеаризація. Ідея квазілінеаризації ґрунтується на узагальненні відомого методу Ньютона – Рафсона [1]. Метод квазілінеаризації дозволяє не лише лінеаризувати нелінійну крайову задачу, але й отримати послідовність функцій, які квадратично збігаються до розв'язку вихідного рівняння [11].

Крайову задачу для k-го наближення подамо так:

$$\frac{\partial^2\Theta_k(X,\mathrm{Fo})}{\partial X^2} = \frac{\partial\Theta_k(X,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}, \tag{19}$$

$$\Theta_k(X,0) = 1, \tag{20}$$

$$\frac{\partial\Theta_k(0,\mathrm{Fo})}{\partial X} = f\big(\Theta_k(0,\mathrm{Fo})\big), \qquad f(\Theta) = \mathrm{Sk}\Theta^4, \tag{21}$$

$$\lim_{X\to\infty}\Theta_k(X,\mathrm{Fo}) = 1. \tag{22}$$

Для квазілінеаризації нелінійної граничної умови (21) використаємо співвідношення [1, 17]

$$f(\Theta_k) = f(\Theta_{k-1}) + f'(\Theta_{k-1})(\Theta_k - \Theta_{k-1}), \qquad k = 1,2,3,\ldots. \tag{23}$$

Тоді ця гранична умова матиме такий вигляд:

$$\frac{\partial\Theta_k(0,\mathrm{Fo})}{\partial X} = \mathrm{Bi}_k^*(\mathrm{Fo})\Theta_k(0,\mathrm{Fo}) + q_k^*(\mathrm{Fo}), \tag{24}$$

де $\mathrm{Bi}_k^*(\mathrm{Fo}) = 4\mathrm{Sk}\Theta_{k-1}^3(0,\mathrm{Fo})$; $q_k^*(\mathrm{Fo}) = -3\mathrm{Sk}\Theta_{k-1}^4(0,\mathrm{Fo})$.

Використовуючи отриманий за допомогою інтегрального перетворення Лапласа наближений аналітичний розв'язок задачі (19), (20), (22), (24) і задаючи початкове наближення Θ_0, ітераційну схему для визначення температури у півпросторі запишемо наступним чином:

$$\mathrm{Bi}_k^*(\mathrm{Fo}) = 4\mathrm{Sk}\Theta_{k-1}^3(0,\mathrm{Fo}), \qquad q_k^*(\mathrm{Fo}) = -3\mathrm{Sk}\Theta_{k-1}^4(0,\mathrm{Fo}),$$

$$\Theta_k(X,\mathrm{Fo}) = 1 - \left(1 + \frac{q_k^*}{\mathrm{Bi}_k^*}\right)\Big[\mathrm{erfc}(\xi) - \exp(\mathrm{Bi}_k^* X + \mathrm{Bi}_k^{*2}\mathrm{Fo})\mathrm{erfc}\big(\xi +$$

$$+ \mathrm{Bi}_k^*\sqrt{\mathrm{Fo}}\big)\Big], \qquad k = 1,2,3,\ldots. \tag{25}$$

3. Числові результати. Для проведення порівняльного аналізу результатів розрахунків зміни в часом температури поверхні півпростору за променевого охолодження в зовнішнє середовище, наведених у [3], з результатами розрахунків такої ж температури, отриманими за допомогою методів простої ітерації, послідовних наближень і квазілінеаризації, було встановлено взаємозв'язок між значеннями функції $\varphi(z)$ і температури $\Theta(0,\mathrm{Fo})$:

$$\varphi_k(z) = \Theta_k^4(0,\mathrm{Fo}), \qquad k = 1,2,3,\ldots, \qquad z = \frac{1}{\pi}\mathrm{Sk}^2\mathrm{Fo}. \tag{26}$$

Зауважимо, що у табл. 1 подано уточнені значення наближень φ_2, φ_3, φ_4 та φ_5, визначених за співвідношенням (8), порівняно з такими ж наближеннями з [3]. У розрахунках за нульове наближення вибрано $\varphi_0 = 0$ для ітераційної схеми (8) і $\Theta_0 = 0$ – для ітераційних схем (15), (18) і (25).

Таблиця 1

z \ φ_k		Зведення до інтегрального рівняння	Проста ітерація	Послідовні наближення	Квазілінеаризація
0.00005	φ_1	1	1	1	1
	φ_2	0.9446	0.9446	0.9452	0.9469
	φ_3	0.9470	0.9454	0.9474	0.9469
	φ_4	0.9469	0.9476	0.9473	0.9469
	φ_5	0.9469	0.9475	0.9473	0.9469
0.0005	φ_1	1	1	1	1
	φ_2	0.8328	0.8328	0.8381	0.8525
	φ_3	0.8536	0.8398	0.8565	0.8517
	φ_4	0.8514	0.8580	0.8543	0.8517
	φ_5	0.8516	0.8551	0.8546	0.8517
0.001	φ_1	1	1	1	1
	φ_2	0.7700	0.7700	0.7800	0.8059
	φ_3	0.8088	0.7833	0.8131	0.8040
	φ_4	0.8031	0.8161	0.8079	0.8040
	φ_5	0.8039	0.8090	0.8087	0.8040
0.005	φ_1	1	1	1	1
	φ_2	0.5434	0.5434	0.5806	0.6671
	φ_3	0.6888	0.5958	0.6932	0.6554
	φ_4	0.6457	0.7032	0.6591	0.6556
	φ_5	0.6569	0.6577	0.6691	0.6556
0.01	φ_1	1	1	1	1
	φ_2	0.4096	0.4096	0.4693	0.6014
	φ_3	0.6482	0.4979	0.6445	0.5790
	φ_4	0.5539	0.6573	0.5754	0.5794
	φ_5	0.5857	0.5690	0.6009	0.5793
0.03	φ_1	1	1	1	1
	φ_2	0.1825	0.1825	0.2837	0.5053
	φ_3	0.6433	0.3581	0.5953	0.4535
	φ_4	0.3596	0.5887	0.4149	0.4543
	φ_5	0.4987	0.4016	0.5060	0.4542

Як бачимо з табл. 1, при $z = 0.00005$ значення φ_5, обчислені за методами зведення до інтегрального рівняння та квазілінеаризації, співпадають (причому за методом квазілінеаризації це значення досягається на другій ітерації, а при зведенні до інтегрального рівняння – на четвертій), а значення, обчислені за методами простої ітерації і послідовних наближень, відрізняються незначно.

Зі збільшенням параметра z швидкість самозбіжності методу квазілінеаризації залишається високою порівняно зі значним сповільненням самозбіжності методів простої ітерації та послідовних наближень. Останній факт проілюстровано даними розрахунку швидкості самозбіжності (кількість ітерацій, необхідних для досягнення точності до чотирьох значущих цифр) залежно від значення параметра z (табл. 2).

Таблиця 2

z	k		
	Проста ітерація	Послідовні наближення	Квазілінеаризація
0.00005	5	4	2
0.0005	7	6	3
0.001	9	6	3
0.005	12	9	4
0.01	16	10	5
0.03	54	18	5

Висновки. На підставі отриманих числових результатів і проведеного порівняльного аналізу швидкості збіжності розглянутих методів показано переваги застосування методу квазілінеаризації до розв'язання нелінійної задачі теплопровідності для півпростору з променевою тепловіддачею. Встановлено високу швидкість збіжності методу квазілінеаризації в широкому діапазоні зміни часового параметра z.

1. *Беллман Р., Калаба Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. – Москва: Мир, 1968. – 183 с.
2. *Беляев Н. М., Рядно А. А.* Методы нестационарной теплопроводности. – Москва: Высш. шк., 1978. – 328 с.
3. *Березовский А. А.* Нелинейные краевые задачи теплоизлучающего тела. – Киев: Наук. думка, 1968. – 165 с.
4. *Бурка А. Л.* Несимметричный нагрев радиацией и конвекцией бесконечной пластины // Прикл. механика и техн. физика. – 1966. – № 2. – С. 126–127.
   Те саме: *Burka A. L.* Asymmetric radiative-convective heating of an infinite plate // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 1966. – **7**, No. 2. – P. 85–86.
5. *Видин Ю. В.* Неустановившееся температурное поле в плите при совместном действии теплового излучения и конвекции // Инж.-физ. журн. – 1967. – **12**, № 5. – С. 669–671.
   Те саме: *Vidin Yu. V.* Unsteady temperature field in a slab with simultaneous thermal radiation and convection // J. Eng. Phys. Thermophys. – 1967. – **12**, No. 5. – P. 362–363.
6. *Иванов В. В.* Методы вычисления на ЭВМ: Справ. пособие. – Киев: Наук. думка, 1986. – 584 с.
7. *Коздоба Л. А.* Методы решения нелинейных задач теплопроводности. – Москва: Наука, 1975. – 227 с.
8. *Кушнір Р. М., Попович В. С.* Термопружність термочутливих тіл. – Львів: Сполом, 2009. – 412 с. – Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра: В 5 т. – Т. 3.
9. *Кушнір Р. М., Процюк Б. В., Синюта В. М.* Температурні напруження та переміщення в багатошаровій пластині з нелінійними умовами теплообміну // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – **38**, № 6. – С. 31–38.
   Те саме: *Kushnir R. M., Protsyuk B. V., Synyuta V. M.* Temperature stresses and displacements in a multilayer plate with nonlinear conditions of heat exchange // Mater. Sci. – 2002. – **38**, No. 6. – P. 798–808.
10. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. – Москва: Высш. шк., 1967. – 600 с.
11. *На Ц.* Вычислительные методы прикладных граничных задач. – Москва: Высш. шк., 1982. – 296 с.

12. *Попович В. С., Вовк О. М., Гарматій Г. Ю.* Дослідження статичного термопружного стану термочутливого порожнистого циліндра за конвективно-променевого теплообміну з довкіллям // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – **54,** № 4. – С. 151–158.
   Те саме: *Popovych V. S., Vovk O. M., Harmatii H. Yu.* Investigation of the static thermoelastic state of a thermosensitive hollow cylinder under convective-radiant heat exchange with environment // J. Math. Sci. – 2012. – **187**, No. 6. – P. 726–736.
13. *Саломатов В. В.* К расчету радиационного охлаждения твердых тел // Инж.-физ. журн. – 1969. – **17**, № 1. – С. 127–134.
   Те саме: *Salomatov V. V.* Calculating the radiation cooling of solids // J. Eng. Phys. Thermophys. – 1969. – **17**, No. 1. – P. 880–885.
14. *Турій О.* Нелінійна контактно-крайова задача термомеханіки для опромінюваної двошарової пластини, з’єднаної проміжковим шаром // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2009. – Вип. 9. – С. 118–132.
15. *Abdalkhani J.* The nonlinear cooling of a semi-infinite solid – implicit Runge–Kutta (IRK) methods // Appl. Math. Comput. – 1992. – **52,** No. 2-3. – P. 233–237.
16. *Campo A.* A quasilinearization approach for the transient response of bodies with surface radiation // Lett. Heat Mass Transf. – 1977. – **4,** No. 4. – P. 291–298.
17. *Campo A.* Fin effectiveness under combined cooling via the quasilinearization method // Nucl. Eng. Design. – 1975. – **33**, No. 3. – P. 353–356.
18. *Crosbie A. L., Viskanta R.* Transient heating or cooling of a plate by combined convection and radiation // Int. J. Heat Mass Transf. – 1968. – **11,** No. 2. – P. 305–317.
19. *Kupiec K., Komorowicz T.* Simplified model of transient radiative cooling of spherical body // Int. J. Therm. Sci. – 2010. – **49**, No. 7. – P. 1175–1182.
20. *Tan Z., Su G., Su J.* Improved lumped models for combined convective and radiative cooling of a wall // Appl. Therm. Eng. – 2009. – **29**, No. 11-12. – P. 2439–2443.
21. *Villasenor R.* A comparative study between an integral equation approach and a finite difference formulation for heat diffusion with nonlinear boundary conditions // Appl. Math. Model. – 1994. – **18**, No. 6. – P. 321–327.

ВЫБОР ИТЕРАТИВНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА ПРИ РАДИАЦИОННОМ ОХЛАЖДЕНИИ

Для решения нелинейной нестационарной задачи радиационного взаимодействия полупространства с окружающей средой применены методы сведения к нелинейному интегральному уравнению типа Вольтерра, простой итерации, последовательных приближений и квазилинеаризации. На основании проведенного сравнительного анализа эффективности применения этих подходов к решению такого класса задач показана лучшая сходимость подхода на основе метода квазилинеаризации.

CHOICE OF ITERATIVE METHOD FOR SOLVING NONLINEAR NONSTATIONARY HEAT CONDUCTION PROBLEM FOR HALF-SPACE UNDER RADIATIVE COOLING

To solve the problem of nonlinear nonstationary radiative interaction of a half-space with the environment, the methods of reducing to the nonlinear integral equation of Volterra type, the simple iteration, successive approximations and quasilinearization are used. A comparative analysis of the effectiveness of the approaches to solving this class of problems is performed, on the basis of which better convergence of the approach based on the method of quasilinearization is shown.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
15.03.13