

ДИФРАКЦІЯ ХВИЛИ РЕЛЕЯ НА ПОДАТЛИВОМУ ВКЛЮЧЕННІ У ПРУЖНОМУ ПІВПРОСТОРІ

Розглянуто тривимірну динамічну задачу дифракції плоскої хвилі Релея на круговому податливому включенні у пружному півпросторі. Для розв'язання задачі використано метод граничних інтегральних рівнянь. Проаналізовано коефіцієнти інтенсивності динамічних напружень поблизу точок контуру включення.

Дослідження параметрів хвильового поля у тілах з неоднорідностями структури становить практичний інтерес для задач сейсмології, неруйнівних методів контролю та діагностики, оцінки міцності конструкцій тощо. Питанням дифракції пружних хвиль на тріщинах і включеннях від ударних і гармонічних у часі навантажень присвячено роботи [2, 4, 9, 12–15]. Більшість отриманих результатів стосувалась випадку безмежних тіл. Водночас наявність у тілі поверхні може призвести до появи поверхневих хвиль і, як наслідок, до більш складної картини дифракційного поля [6, 8, 10, 11]. Переважно при дослідженні тонкостінних дефектів обмежувались розглядом тріщин і жорстких включень. Окремий інтерес представляють тонкостінні дефекти типу податливих включень, якими моделюють «заліковані тріщини», тобто тріщини, заповнені певним зв'язуючим матеріалом [1, 7, 16, с. 115–184]. Відповідні задачі є важливими для відновлювальних технологій. У пропонованій праці розв'язано тривимірну динамічну задачу про падіння поверхневої хвилі Релея на податливе включення у пружному півпросторі.

Розглянемо пружний ізотропний півпростір (матрицю) з вільною від навантаження поверхнею S_0 , який містить плоске податливе включення. Неоднорідність займає кругову область S_1 радіуса a , перпендикулярну до поверхні S_0 тіла. Вибрані декартові системи координат $O_0x_{10}x_{20}x_{30}$, $O_1x_{11}x_{21}x_{31}$ та глибину залягання d включення показано на рис. 1. Півпростору відповідає область $x_{30} \leq 0$, а про-

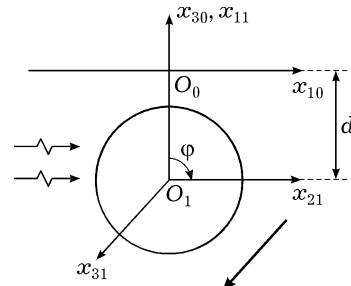


Рис. 1

тилежним поверхням S_1^\pm неоднорідності – значення $x_{31} = \pm 0$. Включення перебуває в умовах ідеального механічного контакту з матрицею, що забезпечує когерентність міжфазних поверхонь.

У тілі вздовж додатного напрямку осі O_0x_{10} поширюється плоска гармонічна в часі t з частотою ω хвиля Релея. Амплітудні значення ініційованих нею переміщень у тілі визначені співвідношеннями [11]

$$\begin{aligned} u_1^{\text{in}}(\mathbf{x}_0) &= C \exp[i\omega_2 \eta_3 x_{10}] [P_1(x_{30}) - 2g_1 g_2 g_3^{-1} P_2(x_{30})], \\ u_2^{\text{in}}(\mathbf{x}_0) &= iC g_1 \exp[i\omega_2 \eta_3 x_{10}] [\eta_3^{-1} P_1(x_{30}) - 2\eta_3 g_3^{-1} P_2(x_{30})], \\ u_3(\mathbf{x}_0) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де

$$\begin{aligned} P_j(x_{30}) &= \exp(-\omega_2 g_j x_{30}), \quad g_j = \sqrt{\eta_3^2 - \eta_j^2}, \quad j = 1, 2, \\ g_3 &= 2\eta_3^2 - 1, \quad \eta_\ell = c_2/c_\ell, \quad \ell = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

c_1, c_2 і c_3 – швидкості поширення у тілі поздовжньої, поперечної та релеєвської хвиль, відповідно; $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця; C – довільна стала; $\omega_j = \omega/c_j, j = 1, 2$. Параметри η_ℓ для ізотропного середовища є такими [3]:

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}}, \quad \eta_2 = 1, \quad \eta_3 = \frac{1+0.206\mu}{0.874+0.376\mu},$$

де μ – коефіцієнт Пуассона матеріалу півпростору.

Амплітудні значення зусиль на місці розташування включення отримаємо, застосувавши співвідношення закону Гука до переміщень (1):

$$N_{31}(\mathbf{x}_1, \omega) = iC\eta_3^{-1} \frac{\mu G}{1-\mu} \omega_2 \exp(i\omega_2 \eta_3 x_{21}) P_1(d - x_{11}),$$

$$N_{11}(\mathbf{x}_1, \omega) = N_{21}(\mathbf{x}_1, \omega) = 0, \quad \mathbf{x}_1 \in S_1,$$

де G – модуль зсуву матеріалу.

Геометричні параметри і механічні характеристики матеріалу включення задовольняють такі умови [7]: малість товщини дефекту відносно його діаметра $h = 2\delta_1 a$ ($\delta_1 \ll 1$) і відносно довжини $\omega_2 h \ll 1$ збуджувальної хвилі, а також умову малості жорсткості $G_1 = \delta_2 G$ ($\delta_2 \ll 1$) матеріалу включення відносно матеріалу матриці. Наявність дефекту і вільної поверхні тіла призводить до виникнення додаткових переміщень $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \mathbf{u}_1(\mathbf{x})$ і напружень $\boldsymbol{\sigma}_0(\mathbf{x}), \boldsymbol{\sigma}_1(\mathbf{x})$. Тому загальне хвильове поле у тілі подамо у вигляді

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^{\text{in}}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) + \mathbf{u}_1(\mathbf{x}).$$

Задача визначення напружено-деформованого стану у півпросторі з включенням зводиться до розв'язання диференціального рівняння руху відносно вектора переміщень $\mathbf{u}(u_1, u_2, u_3)$:

$$\omega_1^{-2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \omega_2^{-2} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) + \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

із граничними умовами

$$\begin{aligned} \sigma_{j31}(\mathbf{x}_1, \omega) &= \delta_{j3} f \Delta u_{31}(\mathbf{x}_1, \omega), \quad \mathbf{x}_1 \in S_1, \\ \sigma_{j0}(\mathbf{x}_0, \omega) &= 0, \quad j = 1, 2, 3, \quad \mathbf{x}_0 \in S_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут $\nabla = \nabla\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right)$, $f = \frac{2(1-\mu_1)G_1}{(1-2\mu_1)h}$; Δu_{31} – стрибок нормальних переміщень в області S_1 розташування включення; μ_1 – коефіцієнт Пуассона матеріалу включення; δ_{ji} – символ Кронекера.

Для розв'язання поставленої задачі застосуємо метод граничних інтегральних рівнянь [5, 7, 18]. Компоненти векторів переміщень $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \mathbf{u}_1(\mathbf{x})$ вибираємо у вигляді [5, с. 223–230]

$$\begin{aligned} u_{jn} &= \frac{\partial H_{jn}^2}{\partial x_{3n}} + \frac{\partial(H_{3n}^1 - 2H_{3n}^2)}{\partial x_{jn}} + \left(\frac{\partial H_{jn}^2}{\partial x_{1n}} + \frac{\partial H_{jn}^2}{\partial x_{2n}} + \frac{\partial H_{jn}^2}{\partial x_{3n}} \right) \delta_{j3} + \\ &+ \frac{2}{\omega_2^2} \frac{\partial}{\partial x_{jn}} \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_{in}} \left[\frac{\partial(H_{3n}^1 - H_{3n}^2)}{\partial x_{in}} - \frac{\partial(H_{in}^1 - H_{in}^2)}{\partial x_{3n}} \right], \\ &j = 1, 2, 3 \dots, \quad n = 0, 1, \end{aligned} \quad (4)$$

де H_{jn}^k – потенціали Гельмгольца у формі

$$H_{jn}^k(\mathbf{x}_n) = \iint_{S_n} \Delta u_{jn}(\boldsymbol{\xi}) \Phi^k(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\xi}) dS_{\boldsymbol{\xi}},$$

$$\Phi^k(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\exp(i\omega_k |\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\xi}|)}{|\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\xi}|}, \quad k = 1, 2.$$

Тут $|\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\xi}|$ – відстань між точкою $\mathbf{x}_n(x_{1n}, x_{2n}, x_{3n})$ тіла, $n = 0, 1$, і точкою $\boldsymbol{\xi}(\xi_1, \xi_2, 0)$ області S_n інтегрування. Невідомі густини Δu_{j0} , $j=1, 2, 3$, характеризують переміщення точок поверхні півпростору; $\Delta u_{11}(\mathbf{x}_1) = \Delta u_{21}(\mathbf{x}_1) = 0$. Вибором переміщень у вигляді (4) автоматично задовольняємо умови випромінювання на безмежності.

Використовуючи результати робіт [6, 7], задачу (2), (3) зводимо до розв'язання двовимірного граничного інтегрального рівняння типу потенціалу Гельмгольца відносно невідомої функції $\Delta u_{31}(\mathbf{x}_1, \omega)$:

$$\begin{aligned} f\Delta u_{31}(\mathbf{x}_1) - \frac{4G}{\omega_2^2} \iint_{S_1} \Delta u_{31}(\boldsymbol{\xi}) \sum_{m=1}^2 \frac{\mathcal{L}_m(\mathbf{x}_1^{(m)}, \boldsymbol{\xi})}{|\mathbf{x}_1^{(m)} - \boldsymbol{\xi}|^5} dS_{\boldsymbol{\xi}} - \\ - \frac{8G}{\omega_2^2} \iint_{S_1} \Delta u_{31}(\boldsymbol{\xi}) \int_0^{\infty} \frac{\tau}{R(\tau)} \mathcal{M}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}, \tau) d\tau dS_{\boldsymbol{\xi}} = \\ = -N_{31}(\mathbf{x}_1, \omega), \quad \mathbf{x}_1 \in S_1, \end{aligned} \quad (5)$$

де $R(\tau) = R_3^2(\tau) - \tau^2 R_1(\tau) R_2(\tau)$ – функція Релея [17, р. 202–206],

$$R_j(\tau) = \sqrt{\tau^2 - \omega_j^2}, \quad j = 1, 2, \quad R_3(\tau) = \tau^2 - \frac{\omega_2^2}{2},$$

а

$$|\mathbf{x}_1^{(m)} - \boldsymbol{\xi}| = \sqrt{(2d\delta_{2m} - (\delta_{2m} - \delta_{1m})x_{11} - \xi_1)^2 + (x_{21} - \xi_2)^2}.$$

Поява функції $R(\tau)$ і напівбезмежного інтеграла зумовлені задоволенням граничних умов на поверхні півпростору. Особливість рівняння (5) полягає у відсутності інтегрування уздовж безмежної поверхні S_0 півпростору, що важливо для застосування числових методів під час розв'язання поставленої задачі.

Ядра $\mathcal{L}_m(\mathbf{x}_1^{(m)}, \boldsymbol{\xi})$ рівняння (5) мають таку структуру:

$$\mathcal{L}_m(\mathbf{x}_1^{(m)}, \boldsymbol{\xi}) = \sum_{j=1}^2 (-1)^{j+1} \mathcal{K}_j(|\mathbf{x}_1^{(m)} - \boldsymbol{\xi}|) \exp(i\omega_j |\mathbf{x}_1^{(m)} - \boldsymbol{\xi}|),$$

$$\mathcal{K}_j(z) = 9 - 9i\omega_j z - (5\omega_2^2 - \omega_j^2)z^2 - i\omega_j(2\omega_j^2 - \omega_2^2)z^3 + \frac{\delta_{1j}(2\omega_1^2 - \omega_2^2)^2}{4} z^4.$$

Структура ядра $\mathcal{M}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}, \tau)$ виписана у роботі [6].

Особливість рівняння (5) міститься в ядрі $\mathcal{L}_1(\mathbf{x}_1^{(1)}, \boldsymbol{\xi})$. Розвинувши його в ряд в околі точки $\mathbf{x}_1(x_{11}, x_{21})$ та здійснивши граничний перехід при $\omega \rightarrow 0$, отримаємо [6]

$$\mathcal{L}_1(\mathbf{x}_1^{(1)}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}|^3} + \frac{A\omega_2^2}{|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}|} + \mathcal{F}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}), \quad (6)$$

де

$$\mathcal{F}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}) = \mathcal{L}_1(\mathbf{x}_1^{(1)}, \boldsymbol{\xi}) - \frac{1}{|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}|^3} - \frac{A\omega_2^2}{|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}|},$$

$$|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}| = \sqrt{(x_{11} - \xi_1)^2 + (x_{21} - \xi_2)^2},$$

$$A = \frac{1-\mu}{4} (3 - 4\eta_1^2 + 3\eta_1^4).$$

З рівності (6) випливає, що рівняння (5) має сильну $|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}|^{-3}$ та слабку $|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}|^{-1}$ особливості в точці $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}_1$. З огляду на умову відсутності стрибка зміщень протилежних поверхонь включення на його контурі, невідому густину $\Delta u_{31}(\boldsymbol{\xi}, \omega)$ рівняння (5) подамо у вигляді [7]

$$\Delta u_{31}(\boldsymbol{\xi}, \omega) = \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \alpha(\boldsymbol{\xi}, \omega), \quad (7)$$

де $\alpha(\boldsymbol{\xi}, \omega)$ – невідома неперервно диференційовна в області S_1 функція.

Використовуючи співвідношення (6) і (7), запишемо регулярне подання рівняння (5):

$$\begin{aligned} & \sum_{\ell=0}^2 \frac{1}{\ell!} \sum_{m=0}^{2-\ell} \frac{1}{m!} [I_{\ell m 3}(\mathbf{x}_1) - \tilde{I}_{\ell m 3}(\mathbf{x}_1)] \frac{\partial^{\ell+m} \alpha(\mathbf{x}_1, \omega)}{\partial x_{11}^{\ell} \partial x_{21}^m} + \\ & + A\omega_2^2 [I_{001}(\mathbf{x}_1) - \tilde{I}_{001}(\mathbf{x}_1)] \alpha(\mathbf{x}_1, \omega) + \\ & + \frac{4(1-\mu)}{\omega_2^2} \iint_{S_1^0} \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \alpha(\boldsymbol{\xi}, \omega) \frac{\mathcal{L}_1(\mathbf{x}_1^{(1)}, \boldsymbol{\xi})}{|\mathbf{x}_1^{(1)} - \boldsymbol{\xi}|} dS_{\boldsymbol{\xi}} + \\ & + \frac{4(1-\mu)}{\omega_2^2} \iint_{S_1} \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \alpha(\boldsymbol{\xi}, \omega) \frac{\mathcal{L}_2(\mathbf{x}_1^{(2)}, \boldsymbol{\xi})}{|\mathbf{x}_1^{(2)} - \boldsymbol{\xi}|} dS_{\boldsymbol{\xi}} - \\ & - \frac{8(1-\mu)}{\omega_2^2} \iint_{S_1} \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \alpha(\boldsymbol{\xi}, \omega) \int_0^{\infty} \frac{\tau}{R(\tau)} \mathcal{M}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}, \tau) d\tau dS_{\boldsymbol{\xi}} = \\ & = \frac{1-\mu}{G} N_{31}(\mathbf{x}_1), \quad \mathbf{x}_1 \in S_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Інтеграли

$$I_{\ell m n}(\mathbf{x}_1) = \iint_{S_1} \frac{(\xi_1 - x_{11})^{\ell} (\xi_2 - x_{21})^m}{|\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\xi}|^n} \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} dS_{\boldsymbol{\xi}} \quad (9)$$

обчислено аналітично, їхні значення наведено у [6]. Інтеграли $\tilde{I}_{\ell m n}(\mathbf{x}_1)$ також мають вигляд (9), але інтегрування в них здійснюється уздовж області S_1^0 , утвореної вилученням з S_1 круга наперед заданого малого радіуса ε з центром у точці $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}_1$. Ці інтеграли обчислюють чисельно.

При числовому обчисленні інтеграла

$$I(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}) = \int_0^{\infty} \frac{\tau}{R(\tau)} \mathcal{M}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\xi}, \tau) d\tau$$

проміжок інтегрування $[0, \infty)$ розбивали на 3 інтервали: $[0, \omega_1]$, $[\omega_1, \omega_2]$ і $[\omega_2, \infty)$. Гілки радикалів $R_j(\tau)$, $j = 1, 2$, на кожному з цих інтервалів вибирали згідно з умовами випромінювання на безмежності:

$$R_j(\tau) = \sqrt{\tau^2 - \omega_j^2} = \begin{cases} \sqrt{\tau^2 - \omega_j^2}, & \omega_j < \tau, \\ -i\sqrt{\omega_j^2 - \tau^2}, & \omega_j > \tau. \end{cases}$$

На проміжку $[\omega_2, \infty)$ проведено регуляризацію Канторовича – Лебедева для обчислення особливих інтегралів, оскільки функція Релея $R(\tau)$ на цій ділянці завжди має дійсний корінь. Для значень коефіцієнта Пуассона $\mu < 0.2637$ функція $R(\tau)$ додатково має ще 2 дійсних корені [17, р. 202–206] на інтервалі $[0, \omega_1]$.

Рівняння (8) розв'язували чисельно. Частинні похідні замінювали скінченнорізнцевими аналогами. Дискретизацію кругової області тріщини проводили у полярній системі координат. Крок розбиття за кутовою координатою φ становив 10° та $0.1a$ – за радіальною координатою r . Область S_1 покривали чотирикутними граничними елементами з центрами в точках коллокацій, у межах кожного елемента дискретне значення функції $\Delta u_{31}(\mathbf{x}_1, \omega)$ приймали сталим.

За допомогою розв'язків $\alpha(\mathbf{x}_1)$ рівняння (8) на контурі області S_1 коефіцієнти інтенсивності динамічних напружень (КІДН) визначали за формулами

$$K_I(\varphi, \omega) = -\frac{2G\pi\sqrt{\pi a}}{1-\mu}\alpha(a, \varphi, \omega), \quad K_{II}(\varphi, \omega) = K_{III}(\varphi, \omega) = 0.$$

У роботі обчислювали нормований КІДН

$$\tilde{K}_I = \frac{|K_I|}{B},$$

де $B = \frac{2\mu G}{1-\mu}\pi\sqrt{\pi a}C\eta_3^{-1}$ – стала величина.

Розрахунки виконано для значень коефіцієнтів Пуассона матеріалів матриці і включення $\mu = \mu_1 = 0.3$, зведеної частоти $\omega_2 a \in [0.4, 2.0]$, товщини включення $h = 0.01a$ і глибини залягання включення $d = 1.2a$. На рис. 2, рис. 3 показано частотні залежності \tilde{K}_I для різних точок контуру включення і співвідношень жорсткостей $\tilde{G} = G_1/G$ матеріалів включення і матриці. Криві на рис. 2 побудовано для значень кутової координати $\varphi = 0, 90, 180, 270^\circ$ точок контуру включення при $\tilde{G} = 0.0$ (тріщина) і $\tilde{G} = 0.02$ (відповідно рис. 2а і рис. 2б). Криві \tilde{K}_I на рис. 3 побудовано при фіксованому значенні $\varphi = 0^\circ$ для $\tilde{G} = 0.0, 0.005, 0.01, 0.015, 0.02$.

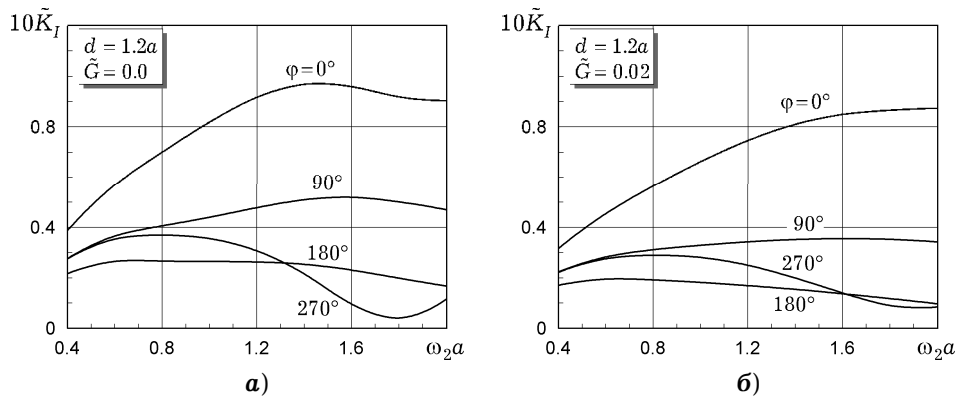


Рис. 2

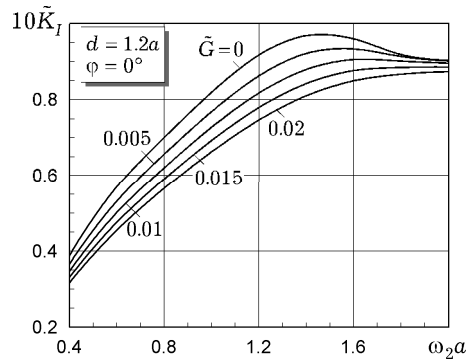


Рис. 3

Бачимо, що зростання частоти призводить до збільшення КІДН, причому найбільшого значення \tilde{K}_I досягають у точці контуру включення, найближче розташований до поверхні тіла. У точці з кутовою координатою $\varphi = 270^\circ$ (рис. 2) значення КІДН зі збільшенням $\omega_2 a$ спочатку зростають, а потім – спадають, досягаючи найменших серед інших точок контуру включення значень. Підвищення жорсткості матеріалу дефекту супроводжується зменшенням значень КІДН і зростанням зведеної частоти $\omega_2 a$ з максимальним значенням \tilde{K}_I у спектрі, що розглядається. Аналогічне явище зауважено у [7] для випадку безмежного тіла. На рис. 3 криві при $\omega_2 a \sim 2.0$ зливаються, що свідчить про існування частот, за яких жорсткість матеріалу включення не впливає на значення КІДН.

1. *Галазюк В. А., Сулим Г. Т.* Напружено-деформований стан необмеженого середовища із «залікованою» дисковою тріщиною // Доп. НАН України. – 2013. – № 10. – С. 65–69.
2. *Глушков Е. В., Глушкова Н. В.* Дифракция упругих волн на пространственных трещинах произвольной в плане формы // Прикл. математика и механика. – 1996. – **60**, № 2. – С. 282–289.
Te same: *Glushkov Ye. V., Glushkova N. V.* Diffraction of elastic waves by three-dimensional cracks of arbitrary shape in a plane // J. Appl. Math. Mech. – 1996. – **60**, No 2. – P. 277–283.
3. *Гришин А. С.* Релеевские волны в изотропной среде. Аналитические решения и аппроксимации // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2001. – № 1. – С. 48–52.
4. *Зволинский Н. В., Шхинек К. Н., Чумиков Н. И.* Взаимодействие плоской волны с разрезом в упругой среде // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1983. – № 4. – С. 36–46.
5. *Кит Г. С., Хай М. В.* Метод потенциалов в трехмерных задачах термоупругости тел с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1989. – 283 с.
6. *Кит Г. С., Станкевич В. Э.* Дифракция хвилі Релея на поверхневій тріщині у півпросторі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2002. – **45**, № 3. – С. 118–123.
7. *Мыхас'ків В. В., Бутрак І. О., Лаушник І. П.* Взаимодействие дискового податливого включения с трещиной при падении упругой волны // Прикл. механика и техн. физика. – 2013. – **54**, № 3. – С. 141–148.
Te same: *Mykhas'kiv V. V., Butrak I. O., Laushnik I. P.* Interaction between a compliant disk-shaped inclusion and a crack upon incidence of an elastic wave // J. Appl. Mech. Techn. Phys. – 2013. – **54**, No. 3. – P. 465–471.
8. *Попов В. Г.* Взаимодействие плоской гармонической волны Рэлея с тонким жестким краевым включением, сцепленным с упругой средой // Прикл. математика и механика. – 1997. – **61**, № 2. – С. 255–262.
Te same: *Popov V. G.* Interaction of a plane harmonic Rayleigh wave with a thin rigid edge inclusion coupled with an elastic medium // J. Appl. Math. Mech. – 1997. – **61**, No. 2. – P. 245–252.
9. *Попов В. Г., Улановский А. Э.* Сравнительный анализ дифракционных полей при прохождении упругих волн через дефекты различной природы // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1995. – № 4. – С. 99–109.

10. Станкевич В. З., Хай М. В. Исследование взаимодействия трещин в упругом полупространстве под ударной нагрузкой посредством граничных интегральных уравнений // Прикл. механика. – 2002. – **38**, № 4. – С. 69–76.
Te same: Stankevich V. Z., Khai M. V. Study into the interaction of cracks in an elastic half-space under a shock load by means of boundary integral equations // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, No. 4. – P. 440–446.
11. Boström A., Grahn T., Niklasson A. J. Scattering of elastic waves by a rectangular crack in an anisotropic half-space // Wave Motion. – 2003. – **38**, No. 2. – P. 91–107.
12. Castro I., Tadeu A. Coupling of the BEM with the MFS for the numerical simulation of frequency domain 2-D elastic wave propagation in the presence of elastic inclusions and cracks // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2012. – **36**, No. 2. – P. 169–180.
13. Kanaun S. Scattering of monochromatic elastic waves on a planar crack of arbitrary shape // Wave Motion. – 2014. – **51**, No. 2. – P. 360–381.
14. Matus V. V., Kunets Ya. I. Null field method of SH-wave scattering by partially debonded elastic inclusion // DIPED-2008: Proc. 13th Int. Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory. – Lviv – Tbilisi, 2008. – P. 176–178.
15. Mykhas'kiv V. Transient response of a plane rigid inclusion to an incident wave in an elastic solid // Wave motion. – 2005. – **41**, No. 2. – P. 133–144.
16. Panasyuk V. V., Marukha V. I., Sylovanyuk V. P. Injection technologies for the repair of damaged concrete structures. – Dordrecht: Springer, 2014. – xi+230 p.
17. Pujol J. Elastic wave propagation and generation in seismology. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003. – 462 p.
18. Skalsky V., Stankevych O., Serhiyenko O. Wave displacement field at a half-space surface caused by an internal crack under twisting load // Wave Motion. – 2013. – **50**, No. 2. – P. 326–333.

ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ РЭЛЕЯ НА ПОДАТЛИВОМ ВКЛЮЧЕНИИ В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Рассмотрена трехмерная динамическая задача дифракции плоской волны Рэлея на круговом податливом включении в упругом полупространстве. Для решения задачи использован метод граничных интегральных уравнений. Проанализированы коэффициенты интенсивности динамических напряжений вблизи точек контура включения.

RAYLEIGH WAVE DIFFRACTION ON COMPLIANT INCLUSION IN AN ELASTIC HALF-SPACE

The three-dimensional dynamic problem of Rayleigh plane wave diffraction on the circular compliant inclusion in elastic half-space is considered. The boundary integral equations method for solving of the problem is used. The dynamic stress intensity factors in the vicinity of the contour points of inclusion are analyzed.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
23.12.15