

О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ

С использованием метода конечных элементов проанализировано напряженно-деформированное состояние пространственных тел, ограниченных цилиндрическими поверхностями с направляющими в виде конфокальных эллипсов. При этом для вывода разрешающих уравнений использована эллиптическая система координат. Сравнены перемещения в некруговом цилиндре при различных значениях полуосей эллипсов в поперечном сечении.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние; эллиптические цилиндры; метод конечных элементов.

Изучению напряженно-деформированного состояния круговых цилиндров как в пространственной постановке, так и с использованием различных оболочечных теорий посвящено значительное количество работ. Механическому поведению цилиндрических оболочек с некруговым поперечным сечением под действием различных нагрузок посвящена обзорная статья [17]. Трехмерные задачи статики и динамики для некруговых цилиндров с использованием некоторых допущений решены ранее [1, 4–6, 12–14]. Задачам о напряженном состоянии гофрированных цилиндров в трехмерной постановке посвящена работа [9]. Точные решения некоторых задач теории упругости для гиперболических цилиндров приведены в публикациях [10, 11]. Колебания и волны в эллиптических цилиндрах с помощью аналитических методов исследованы в работах [15, 16, 18].

В настоящей статье предложено решение задачи о напряженно-деформированном состоянии (НДС) пространственных тел, ограниченных цилиндрическими поверхностями с направляющими в виде конфокальных эллипсов с использованием метода конечных элементов. При этом для описания НДС тела использованы эллиптические координаты.

Введем прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$. Рассматриваемое тело свяжем с трехмерной цилиндрической системой координат, в сечении которой $z = \text{const}$ не полярные, а эллиптические плоские координаты x, h .

Связь между двумя координатными системами запишем так [8]:

$$x = c \cosh x \cos h, \quad y = c \sinh x \sin h, \quad z = z. \quad (1)$$

Коэффициенты Ламе системы координат $Oxhz$:

$$H_x = H_h = H = c \sqrt{\sinh^2 x + \sin^2 h} = c \sqrt{\frac{1}{2} (\cosh 2x - \cos 2h)}, \quad H_z = 1. \quad (2)$$

Соотношения Коши в используемой системе координат имеют вид

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{1}{H} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial H}{\partial h} u_h, \quad e_h = \frac{1}{H} \frac{\partial u_h}{\partial h} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial H}{\partial x} u_x, \\ e_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad e_{xh} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\partial u_x}{\partial h} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_h}{\partial x} \right), \\ e_{xz} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial u_x}{\partial z}, \quad e_{hz} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_z}{\partial h} \right) + \frac{\partial u_h}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3)$$

✉ yaremch@gmail.com

Зависимость между напряжениями и деформациями:

$$\begin{aligned} s_x &= c_{11}e_x + c_{12}e_h + c_{13}e_z, & s_h &= c_{12}e_x + c_{22}e_h + c_{23}e_z, \\ s_z &= c_{13}e_x + c_{23}e_h + c_{33}e_z, & s_{xh} &= 2c_{44}e_{xh}, & s_{xz} &= 2c_{55}e_{xz}, & s_{hz} &= 2c_{66}e_{hz}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для изотропного тела

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = l + 2m, \quad c_{12} = c_{13} = c_{23} = l, \quad c_{44} = c_{55} = c_{66} = m, \quad (5)$$

где $m = E / (2 + 2n)$, $l = 2m / (1 - 2n)$, n и E – коэффициент Пуассона и модуль Юнга.

Пусть цилиндр замкнут, имеет длину L и ограничен в системе координат Oxz поверхностями $x = x_1$ и $x = x_2$. На внутреннюю его поверхность $x = x_1$ действует нормальное равномерно распределенное давление q . Тогда потенциальную энергию деформации можно записать в виде

$$\begin{aligned} P &= \int_0^L \int_0^{x_2} \int_0^{x_1} \frac{1}{2} (s_x e_x + s_h e_h + s_z e_z) + s_{xh} e_{xh} + s_{xz} e_{xz} + s_{hz} e_{hz} \, H^2 dz dh dx - \\ &- q \int_0^L \int_0^{x_2} \int_0^{x_1} u_x H dz dh. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя выражения (2)–(4), запишем (6) в перемещениях:

$$\begin{aligned} &\int_0^L \int_0^{x_2} \int_0^{x_1} \left[\frac{c_{11}}{2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{c_{22}}{2} \frac{\partial^2 u_h}{\partial h^2} + \frac{c_{44}}{2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial h^2} + \frac{c_{44}}{2} \frac{\partial^2 u_h}{\partial x^2} + \frac{c_{55}}{2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \right. \\ &+ \frac{c_{66}}{2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial h^2} + \frac{c^2 D c_{33}}{2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{c^2 D c_{55}}{2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + \\ &+ \frac{c^2 D c_{66}}{2} \frac{\partial^2 u_h}{\partial z^2} + \frac{\sinh 2x \sin 2h (c_{12} + c_{44})}{4D^2} u_x u_h + \\ &+ \frac{c_{12} \sin 2h}{2D} u_h \frac{\partial u_h}{\partial h} + \frac{c_{12} \sinh 2x}{2D} u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \\ &+ \frac{c c_{13} \sin 2h}{2\sqrt{D}} u_h \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{c c_{23} \sinh 2x}{2\sqrt{D}} u_x \frac{\partial u_z}{\partial z} + \\ &+ \frac{c_{22} \sinh 2x}{2D} u_x \frac{\partial u_h}{\partial h} - \frac{c_{44} \sin 2h}{2D} u_x \frac{\partial u_x}{\partial h} - \\ &- \frac{c_{44} \sinh 2x}{2D} u_h \frac{\partial u_x}{\partial h} - \frac{c_{44} \sin 2h}{2D} u_x \frac{\partial u_h}{\partial x} - \\ &- \frac{c_{44} \sinh 2x}{2D} u_h \frac{\partial u_h}{\partial x} + \frac{c_{22} \sinh^2 2x + c_{44} \sin^2 2h}{8D^2} u_x^2 + \\ &+ \frac{c_{44} \sinh^2 2x + c_{11} \sin^2 2h}{8D^2} u_h^2 + \frac{c_{11} \sin 2h}{2D} u_h \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_h}{\partial h} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \\ &+ c c_{13} \sqrt{D} \frac{\partial u_z}{\partial z} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c c_{23} \sqrt{D} \frac{\partial u_z}{\partial z} \frac{\partial u_h}{\partial h} + c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial h} \frac{\partial u_h}{\partial x} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + c_{55} \sqrt{D} \frac{\int u_z}{\int x} \frac{\int u_x}{\int z} + c_{66} \sqrt{D} \frac{\int u_h}{\int z} \frac{\int u_z \ddot{u}}{\int h} dz dh dx - \\
& - q \int_0^L \int_0^h \ddot{u}_x H dz dh, \tag{7}
\end{aligned}$$

где $D = \cosh^2 x - \cos^2 h$.

Для определения перемещений в цилиндре воспользуемся методом конечных элементов, следуя которому

$$u_x = u_{xi} N_i, \quad u_h = u_{hi} N_i, \quad u_z = u_{zi} N_i, \tag{8}$$

где u_{xi} , u_{hi} , u_{zi} – перемещения в узлах конечного элемента, N_i – функции формы. Здесь и далее предполагаем суммирование по парным индексам. Из формулы (7) следует, что система уравнений для определения узловых перемещений в элементе, занимающем объем V и с площадью S грани, на которую действует нагрузка q , такова:

$$\begin{aligned}
& \int_V \ddot{u}_e \left(c_{11} (u_{xi} N_{xi}) N_{xj} + c_{44} (u_{xi} N_{hi}) N_{hj} + c^2 D c_{55} (u_{xi} N_{zi}) N_{zj} + \right. \\
& + \frac{c_{12} \sinh 2x}{2D} ((u_{xi} N_{xi}) N_j + (u_{xi} N_i) N_{xj}) + \\
& + \frac{c_{22} \sinh^2 2x + c_{44} \sin^2 2h}{4D^2} (u_{xi} N_i) N_j - \\
& - \frac{c_{44} \sin 2h}{2D} ((u_{xi} N_{hi}) N_j + (u_{xi} N_i) N_{hj}) + \\
& + \frac{\sinh 2x \sin 2h (c_{12} + c_{44})}{4D^2} (u_{hi} N_i) N_j + \\
& + \frac{c_{22} \sinh 2x}{2D} (u_{hi} N_{hi}) N_j - \frac{c_{44} \sinh 2x}{2D} (u_{hi} N_i) N_{hj} - \\
& - \frac{c_{44} \sin 2h}{2D} (u_{hi} N_{xi}) N_j + c_{44} (u_{hi} N_{xi}) N_{hj} + \\
& + \frac{c_{11} \sin 2h}{2D} (u_{hi} N_i) N_{xj} + c_{12} (u_{hi} N_{hi}) N_{xj} + c_{13} \sqrt{D} (u_{zi} N_{zi}) N_{xj} + \\
& + c_{55} \sqrt{D} (u_{zi} N_{xi}) N_{zj} + \frac{c_{23} \sinh 2x}{2\sqrt{D}} (u_{zi} N_{zi}) N_j \dot{u} \Big|_u dV - \\
& - q \int_S \ddot{u}_j H dS = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_V \ddot{u}_e \left(\frac{c_{22} \sinh 2x}{2D} (u_{xi} N_i) N_{hj} - \frac{c_{44} \sinh 2x}{2D} (u_{xi} N_{hi}) N_j - \right. \\
& - \frac{c_{44} \sin 2h}{2D} (u_{xi} N_i) N_{xj} + \frac{\sinh 2x \sin 2h (c_{12} + c_{44})}{4D^2} (u_{xi} N_i) N_j + \\
& + c_{44} (u_{xi} N_{hi}) N_{xj} + \frac{c_{11} \sin 2h}{2D} (u_{xi} N_{xi}) N_j + \\
& + c_{12} (u_{xi} N_{xi}) N_{hj} + c_{22} (u_{hi} N_{hi}) N_{hj} + c_{44} (u_{hi} N_{xj}) N_{xj} + \\
& + c^2 D c_{66} (u_{hi} N_{zi}) N_{zi} + \frac{c_{12} \sin 2h}{2D} ((u_{hi} N_{hi}) N_j + (u_{hi} N_i) N_{hj}) - \\
& - \frac{c_{44} \sinh 2x}{2D} ((u_{hi} N_{xi}) N_j + (u_{hi} N_i) N_{xj}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{c_{44} \sinh^2 2x + c_{11} \sin^2 2h}{4D^2} (u_{hi} N_i) N_j + \\
& + \frac{cc_{13} \sin 2h}{2\sqrt{D}} (u_{zi} N_{zi}) N_j + cc_{23} \sqrt{D} (u_{zi} N_{zi}) N_{hj} + \\
& + cc_{66} \sqrt{D} (u_{zi} N_{hi}) N_{zj} \dot{u} dV = 0, \\
\oint_V \dot{e} & \frac{cc_{23} \sinh 2x}{2\sqrt{D}} (u_{xi} N_i) N_{zj} + cc_{13} \sqrt{D} (u_{xi} N_{xi}) N_{zj} + \\
& + cc_{55} \sqrt{D} (u_{xi} N_{zi}) N_{xj} + cc_{66} \sqrt{D} (u_{hi} N_{zi}) N_{hj} + \\
& + \frac{cc_{13} \sin 2h}{2\sqrt{D}} (u_{hi} N_i) N_{zj} + cc_{23} \sqrt{D} (u_{hi} N_{hi}) N_{zj} + \\
& + c_{55} (u_{zi} N_{xi}) N_{xj} + c_{66} (u_{zi} N_{hi}) N_{hj} + \\
& + c^2 D c_{33} (u_{zi} N_{zi}) N_{zj} \dot{u} dV = 0. \tag{9}
\end{aligned}$$

Здесь N_{xi} , N_{hi} , N_{zi} – частные производные по x , h , z от функций формы.

Далее при расчетах использовали восьмиузловые элементы в виде параллелепипедов [7]. Интегралы в (9) вычисляли методом Гаусса (трехмерные – в 27 точках, двумерные – в девяти). Полученная после ансамблирования система для совокупности всех элементов решена методом Гаусса.

Рассмотрим замкнутые полые цилиндры, "срединная" поверхность которых – цилиндрическая поверхность с направляющей в виде эллипса с полуосями a и b . Термин "срединная" в кавычках, так как в данном случае он не совпадает с определением в теории оболочек.

Чтобы определить уравнение этого эллипса в системе координат Oxh , необходимо решить уравнение $a \sinh x = b \cosh x$, корень которого $x_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{a+b}{a-b}$. Таким образом, уравнение "срединного" эллипса имеет вид $x = c_0 \cosh x_0 \cosh h$, $y = c_0 \sinh x_0 \cos h$, $0 \leq h \leq 2\pi$, $c_0 = a / \cosh x_0$.

Пусть длина цилиндра $L = 20$, $ab = 100$, $x_0 = 0.05 \leq x \leq x_0 + 0.05$, его торцы жестко закреплены, материал, из которого он изготовлен, изотропный с коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$. Исследуем изменения перемещений на внутренней поверхности цилиндра в зависимости от формы эллипса в поперечном сечении. Проведем расчеты для различных значений меньшей полуоси эллипса $b = 9.999; 9; 8; 7; 6.25$ (на рис. 1 показаны поперечные сечения цилиндра для $b = 9.999; 8; 6.25$). Задача из-за соображений симметрии решена в областях $[0; L/2] \times [0; \pi/2] \times [x_0 - 0.05; x_0 + 0.05]$. Так как в данном случае размеры тела по координате x незначительны, для оценки точности рассмотрим такие три варианта разбиения области на элементы по x , h , z : (i) – $6 \times 10 \times 15$, (ii) – $8 \times 15 \times 20$, (iii) – $10 \times 20 \times 25$.

В табл. 1 приведены геометрические параметры исследуемых цилиндров, а также значения перемещений $u_x E / q$ на внутренней их поверхности при $z = L/2$ (h_a – толщина цилиндра при $h = 0$, h_b – при $h = \pi/2$; очевидно, что расстояние между конфокальными эллипсами можно однозначно определить только в вершинах, поэтому понятие "толщина" в других точках $h = \text{const}$ цилиндра, строго говоря, не определено). Интересно отметить, что в данной конфигурации толщина h_a для всех вариантов цилиндров очень близка к значению $b/10$, аналогично, как и h_b к $a/10$.

Параметр $b = 9.999$ выбран специально, чтобы сравнить полученное решение с осесимметричной деформацией кругового цилиндра. Тогда эллиптический цилиндр будет очень близок к круговому с внутренним радиусом 9.51 и толщиной 1. Эта задача решена методом конечных элементов [2] на области $[0; L/2] \times [9.51; 10.51]$, которую разбили на 100×100 прямоугольных элементов. Значение $u_r E / q$ здесь равно 96.193 и очень близко к значениям, полученным для соответствующего эллиптического цилиндра.

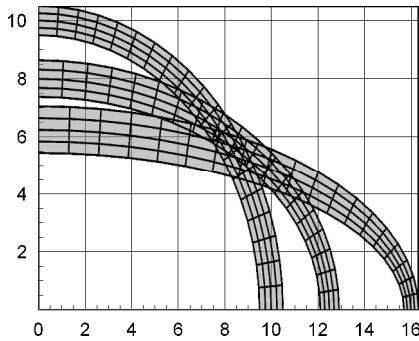


Рис. 1

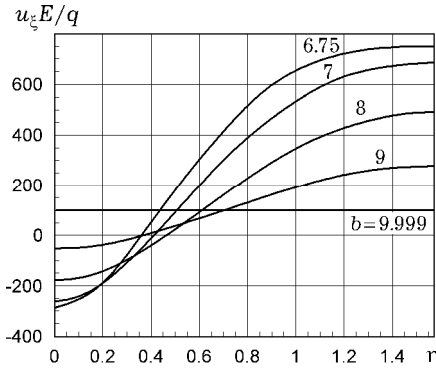


Рис. 2

Таблица 1

b	h_a	h_b	$u_x E / q$					
			$h = 0$			$h = p / 2$		
			(i)	(ii)	(iii)	(i)	(ii)	(iii)
9,999	1.0003	1.0005	96.953	96.565	96.378	97.246	96.872	96.690
9	0.9003	1.1115	-39.364	-48.232	-52.124	266.15	272.04	274.15
8	0.8003	1.2505	-146.12	-167.84	-178.24	470.63	482.09	486.06
7	0,7002	1.4291	-205.26	-243.40	-263.38	658.19	673.88	679.64
6,25	0.6252	1.6006	-206.91	-255.55	-282.83	722.49	738.08	744.44

На рис. 2 показано распределение перемещение $u_x E / q$ на внутренней поверхности цилиндра в сечении $z = L / 2$ в зависимости от значения b . Как видно из рис. 2 и таблицы 1, с отклонением цилиндра от кругового, перемещения при $h = p / 2$ значительно возрастают при уменьшении параметра b , несмотря на то, что в этом месте толщина также заметно растет. Так, при $b = 9$ перемещения увеличиваются почти в 3 раза, а при $b = 8$ – почти в 5 раз по сравнению с круговым цилиндром.

Также можно отметить, что уже при $b = 9$ в окрестности $h = 0$ наблюдаются перемещения в направлении, противоположном действию силы, и с уменьшением b этот эффект усиливается.

1. Григоренко А. Я. Ефимова Т. Л. Распространение упругих волн в некруговом полом анизотропном цилиндре // Прикл. механика. – 1997. – 33, № 12. – С. 3–19.
То же: Grigorenko A. Ya., Efimova T. L. Propagation of elastic waves in a noncircular hollow anisotropic cylinder // Int. Appl. Mech. – 1997. – 33, No. 7. – P. 513–518. – <https://doi.org/10.1007/BF02700729>
2. Григоренко А. Я. Яремченко С. Н. Расчет напряженно-деформированного состояния неоднородных полых цилиндров // Прикл. механика. – 2016. – 52, № 4. – С. 16–24.
То же: Grigorenko A. Ya., Yaremchenko S. N. Analysis of the stress-strain state of inhomogeneous hollow cylinders // Int. Appl. Mech. – 2016. – 52, No. 4. – P. 958–965. – <https://doi.org/10.1007/s10778-016-0757-3>

3. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Влияние изменения параметров кривизны на напряженное состояние полых цилиндров с поперечным сечением в виде вогнутых полугофров // Прикл. механика. – 2018. – 54, № 3. – С. 27–35.
То же: Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Effect of change in the curvature parameters on the stress state of concave corrugated hollow cylinders // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, No. 3. – P. 266–273.
– <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0879-x>
4. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Исследование напряженного состояния полых эллиптических цилиндров при изменении их эксцентриситета и толщины // Прикл. механика. – 2002. – 38, № 8. – С. 69–84.
То же: Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Stress analysis of hollow elliptic cylinders with variable eccentricity and thickness // Int. Appl. Mech. – 2002. – 38, No. 8. – P. 954–966. – <https://doi.org/10.1023/A:1021271914571>
5. Григоренко Я. М., Рожок Л. С. Слоистые неоднородные полые цилиндры с вогнутым гофрированным поперечным сечением под действием внутреннего давления // Прикл. механика. – 2018. – 54, № 5. – С. 47–54.
То же: Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Layered inhomogeneous hollow cylinders with concave corrugations under internal pressure // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, No. 5. – P. 531–538. – <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0905-z>
6. Григоренко Я. М., Влайков Г. Г., Шевченко С. Н. Напряженное состояние толстостенных цилиндрических оболочек некругового поперечного сечения // Прикл. механика. – 1986. – 22, № 4. – С. 37–43.
То же: Grigorenko Ya. M., Vlaikov G. G., Shevchenko A. N. Stress state of thick-walled cylindrical shells of noncircular cross section // Soviet Appl. Mech. – 1986. – 22, No. 4. – P. 332–338. – <https://doi.org/10.1007/BF00886985>
7. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – Москва: Мир, 1975. – 554 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – Москва: Наука, 1974. – 832 с.
9. Немеш Ю. Н., Чернопиский Д. И. Некоторые трехмерные граничные задачи для продольно гофрированных толстостенных цилиндров // Прикл. механика. – 1978. – 14, № 3. – С. 34–44.
То же: Nemish Yu. N., Chernopiskii D. I. Certain three-dimensional boundary-value problems for longitudinally corrugated thick-walled cylinders // Soviet Appl. Mech. – 1978. – 14, No. 3. – P. 249–257.
– <https://doi.org/10.1007/BF00884513>
10. Подільчук Ю. М. Деформація пружного параболічного циліндра // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1971. – № 7. – С. 628–631.
11. Улитко А. Ф. Векторные разложения в пространственной теории упругости. – Киев: Академперіодика, 2002. – 342 с.
12. Grigorenko A. Ya., Vlaikov G. G. Investigation of the static and dynamic behaviour of anisotropic cylindrical bodies with noncircular cross-section // Int. J. Solids Struct. – 2004. – 41, No. 9 – 10. – P. 2781–2798.
– <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2003.11.002>
13. Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Equilibrium of elastic hollow inhomogeneous cylinders of corrugated elliptic cross-section // J. Eng. Math. – 2006. – 54. – P. 145–157.
<https://doi.org/10.1007/s10665-005-5572-5>
14. Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Equilibrium of elastic hollow inhomogeneous cylinders with a cross sections in the form of convex semi-corrugations // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – 57, № 4. – С. 109–120.
То же: Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S. Equilibrium of elastic hollow inhomogeneous cylinders with cross sections in the form of convex semicorrugations // J. Math. Sci. – 2017. – 220, No. 2. – P. 133–148.
– <https://doi.org/10.1007/s10958-016-3172-8>
15. Hasheminejad S. M., Ghaheri A. Free vibration analysis of a finite-length isotropic solid elliptic cylinder using exact three dimensional elasticity theory // Appl. Math. Modelling. – 2013. – 37, No. 20–21 – P. 8725–8741.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.03.066>
16. Hasheminejad S. M., Ghaheri A. Free vibration analysis of elastic elliptic cylinders with an eccentric elliptic cavity // Int. J. Mech. Sci. – 2016 – 108–109. – P. 144–156. – <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.01.018>
17. Soldatos K. P. Mechanics of cylindrical shells with non-circular cross-section: A survey // Appl. Mech. Rev. – 1999. – 52, No. 8. – P. 237–274.
– <https://doi.org/10.1115/1.3098937>

- 18 Wong P. K., Miklowitz J., Scott R. A. Propagation of harmonic flexural waves in an infinite elastic rod of elliptical cross section // J. Acoust. Soc. Am.— 1966 — 40. — P. 393–398. — <https://doi.org/10.1121/1.1910085>

ПРО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЕЛІПТИЧНИХ ЦИЛІНДРІВ У ПРОСТОРОВІЙ ПОСТАНОВЦІ

З використанням методу скінченних елементів проаналізовано напружено-деформований стан просторових тіл, обмежених циліндричними поверхнями з напрямними у вигляді конфокальних еліпсів. При цьому для виведення розв'язувальних рівнянь використана еліптична система координат. Порівняно переміщення в циліндрі за різних значень півосей еліпсів у поперечному перерізі.

Ключові слова. напружено-деформований стан; еліптичні циліндри; метод скінченних елементів.

ON STRESS-STRAIN STATE OF ELLIPTICAL CYLINDERS IN SPATIAL FORMULATION

The stress-strain state of solids bounded by cylindrical surfaces with guides in the form of confocal ellipses is analyzed in a spatial formulation by making use of the finite element method. In this case, an elliptic coordinate system was used to derive the resolving equations. The displacements in the cylinder are compared for various values of the semiaxes of ellipses in the cross section.

Key words: stress-strain state, elliptical cylinders, finite element method.

Ин-т механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Получено
13.08.19