

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ ТЕЧІЇ ГАЗУ В ТРУБОПРОВІДІ, СПРИЧИНЕНІ ЛОКАЛЬНИМ ВИТОКОМ

Запропоновано математичну модель для опису перехідних процесів течії газу в довгому трубопроводі, які виникають за його локальної розгерметизації. Дослідження проведено в ізотермічному наближенні для різних моделей зовнішнього керування течією. На основі отриманих числових розв'язків відповідних крайових задач динаміки газу в трубопроводі досліджено параметри течії, які можна визначати емпірично і використовувати як вхідні дані для обернених задач ідентифікації витоків з магістральних газопроводів.

Ключові слова: рівняння динаміки газу, довгі трубопроводи, керування течією газу, локальна розгерметизація, перехідні процеси.

Неконтрольована розгерметизація магістральних газопроводів створює аварійно-небезпечні ситуації, екологічні загрози та ризики значних економічних втрат. Її, як правило, спричиняють наскрізні дефекти тіла труби, які виникають через корозійні процеси, порушення технології спорудження і правил експлуатації, а також розриви нитки трубопроводу, викликані тектонічними процесами, господарською діяльністю, профілактичними, діагностичними чи аварійно-відновлювальними роботами тощо.

Підвищення вимог технологічної та екологічної безпеки спонукають до пошуку методів і засобів виявлення витоків флюїдів. Для цього застосовують різноманітні системи контролю цілісності трубопроводів [16].

Відомі методи виявлення витоків можна класифікувати за різними ознаками: за принципами функціонування (наприклад, акустичні, оптичні, радіолокаційні, ІЧ-радіометричні), за характером даних, способами їх відбору та алгоритмами обробки, ступенем автоматизації процесів відбору даних тощо [17, 19, 20]. Серед них відмітимо методи обчислювального моніторингу (Real Time Transient Modeling – RTTM) [9], які базуються на даних вимірювання параметрів течії газу в трубі. Виявлення та ідентифікацію витоків при цьому здійснюють з використанням розв'язків крайових задач, сформульованих у рамках моделей, які описують перенесення маси, імпульсу та енергії в трубопроводі, а також з використанням емпіричних даних. Однією зі складових таких систем є програмне забезпечення, призначене для розв'язування крайових задач газової динаміки у реальному часі.

Для створення систем контролю цілісності газопроводів, які базуються на методах обчислювального моніторингу, необхідно дослідити інформативні параметри течії газу, що придатні для використання як вхідні дані для обернених задач визначення та ідентифікації витоків.

Проблему кількісного опису течії газу в трубопроводі з витоком досліджували [2, 18] у зв'язку з оцінюванням наслідків катастрофічної розгерметизації (розриву нитки трубопроводу). У статті [6] розглянуто стаціонарну течію газу в трубопроводі з малим локальним витоком і запропоновано метод виявлення витоку, визначення його інтенсивності та місця розгерметизації шляхом розв'язування відповідних обернених задач. У статті [7] сформульовано крайові задачі, які моделюють перехідні процеси, зумовлені локальною розгерметизацією, та отримано деякі числові результати.

Ця робота присвячена дослідженню перехідних процесів течії газу, які виникають у довгому трубопроводі за його раптової локальної розгерметизації. Метою є встановлення і кількісна оцінка параметрів течії, які можна визначати емпірично (під час експлуатації газопроводу) і використовувати як вхідні дані для систем виявлення та ідентифікації витоків. Об'єкт до-

✉ v.chekurin@gmail.com

слідження (довгий трубопровід) розглядаємо як модель секції лінійної частини магістрального газопроводу – ділянки між двома сусідніми компресорними станціями, довжина якої пересічно складає 100–150 км [4].

У роботі побудовано математичну модель для опису нестационарної течії газу в трубопроводі з витоком, у якій враховано зовнішнє керування течією. У рамках цієї моделі сформульовано відповідні крайові задачі газової динаміки і розроблено методику їх чисельного розв'язування. На цій основі з використанням ізотермічного наближення проведено кількісні дослідження параметрів течії газу в трубопроводі, які можна визначати емпірично на основі даних моніторингу тиску, швидкості течії і витрат газу в контрольних точках уздовж траси трубопроводу.

1. Математична модель течії газу в трубопроводі за наявності витоків. Дослідження проведемо в рамках одновимірної нестационарної моделі газової динаміки, яка описує течію в'язкого газу в довгому трубопроводі сталого внутрішнього діаметра труби D_{tube} [1, 10]. Модель є наближеною, оскільки отримується на основі відповідної тривимірної моделі шляхом осереднення параметрів течії в контрольному об'ємі (циліндричній області з діаметром D_{tube} , а довжина складає декілька внутрішніх діаметрів) і за певний проміжок часу. Це дозволило згладити дрібномасштабні флуктуації параметрів моделі, спричинені турбулентністю потоку, і розглядати параметри моделі (тиск газу P , швидкість руху газу V , його густину D , масовий потік $J = D \cdot V$) як функції від координати x уздовж траси трубопроводу і від часу t . Це спрощення обмежує застосовність моделі процесами у трубопроводах, просторові параметри яких у декілька разів перевищують внутрішній діаметр D_{tube} .

1.1. Ключова система рівнянь. В ізотермічному наближенні течію газу в трубі визначають два диференціальні рівняння із частинними похідними (рівняння балансу маси та імпульсу), а також термічне рівняння стану [6]. З урахуванням можливих витоків рівняння балансу в субстанціональній формі матимуть вигляд

$$\frac{dD}{dt} = -D \frac{\partial V}{\partial x} - \hat{L}_M, \quad (1)$$

$$D \frac{dV}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} - f_R D - gD \frac{dH}{dx}. \quad (2)$$

Тут $d/dt = \partial/\partial t + V \cdot \partial/\partial x$ – оператор субстанціональної похідної за часом, $\hat{L}_M = \hat{L}_M(x, t) \geq 0$ – функція, яка визначає швидкість втрати маси газу в одиниці об'єму труби внаслідок витоків через негерметичну стінку (її розмірність – кг/(м³ · с)), P – тиск газу, $H = H(x)$ – функція, що визначає вертикальний профіль траси трубопроводу, g – прискорення земного тяжіння, f_R – масова сила в'язких напружень, осереднена в перетині труби. Сила $f_R = f_R(x, t)$ визначається швидкістю $V(x, t)$ руху газу за формулою Дарсі – Вейсбаха [10, розд. 8.3]:

$$f_R = \frac{\lambda |V|}{2D_{\text{pipe}}} V, \quad (3)$$

де λ – безрозмірний коефіцієнт гідравлічного опору, залежний від числа Рейнольдса та шорсткості внутрішньої поверхні труби.

Зв'язок між тиском P газу, його густиною D і температурою T встановлюється термічним рівнянням стану [8]

$$P = ZR_g T D, \quad (4)$$

де $R_g \equiv R/\mu_g$, R – універсальна газова стала, μ_g – молярна маса газу, $Z = Z(D, T)$ – фактор стисливості (коефіцієнт надстисливості), яким враховується відхилення термодинамічних властивостей реального газу від моделі ідеального газу.

Функцію $Z(D, T)$ визначають термодинамічними методами з використанням емпіричних даних. Для цього, зокрема, застосовують її розвинення за степенями густини D : $Z = 1 + \sum_{k=1}^n C_k D^k$, де $C_k = C_k(T)$ – залежні від

температури T віріальні коефіцієнти, які знаходять співставленням формули (4) з даними вимірювань [8].

Зведемо систему (1), (2), (4) до безрозмірної форми. Для цього введемо безрозмірні координату $\xi \equiv x/L$, $\xi \in [0, 1]$, і часову змінну $\tau = t/t_t$, а також безрозмірні величини: густину газу $\rho \equiv D/D_t$, його тиск $p \equiv P/P_t$, температуру $\theta \equiv T/T_t$, швидкість руху $v \equiv V/V_t$, густину масового потоку $j \equiv J/J_t$. Тут L – довжина трубопроводу, t_t – характерний проміжок часу, D_t , P_t , T_t , J_t та V_t – характерні значення густини, тиску, температури газу, густини масового потоку та швидкості руху газу у трубопроводі. Проміжок часу t_t означимо як $t_t \equiv L/C_t$, де C_t – характерне значення швидкості звуку

в газі, яке знаходимо з рівняння стану (4) за формулою $C_t^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial D} \right|_{D=D_t, T=T_t} = R_g T_t$.

Параметри D_t , P_t та T_t пов'язані рівнянням стану (4): $P_t = Z_t R_g T_t D_t$, де $Z_t \equiv Z(D_t, T_t)$, а параметри J_t , D_t та V_t зв'язані співвідношенням $J_t = D_t V_t$. Температура T в ізотермічному наближенні є сталою величиною, тому можна прийняти $T = T_t$.

Оператор субстанціональної похідної за часом у введених безрозмірних змінних ξ , τ визначається як $d/d\tau = \partial/\partial\tau + \text{Ma} \cdot v \partial/\partial\xi$, де $\text{Ma} = V_t/C_t$ – характерне значення числа Маха течії. Враховуючи формулу (3), рівняння (1), (2), (4) зведемо до вигляду

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -\text{Ma} \cdot \frac{\partial j}{\partial \xi} - \text{Ma} \cdot \hat{\ell}_{\mathcal{M}}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial j}{\partial \tau} = -\text{Ma} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{j^2}{\rho} + \frac{1}{\text{Ma}^2} z \theta \rho \right) - \text{Ma} \cdot \beta \frac{|j|j}{\rho} - \text{Ma} \cdot \hat{\ell}_{\mathcal{M}} \frac{j}{\rho} - \text{Ma} \cdot \rho \frac{d\gamma}{d\xi}, \quad (6)$$

$$p = z \theta \rho. \quad (7)$$

Тут $\hat{\ell}_{\mathcal{M}} = \hat{L}_{\mathcal{M}} L / J_t$ – безрозмірний параметр, який визначає швидкість втрати маси газу в одиниці об'єму труби внаслідок витoku: $\hat{\ell}_{\mathcal{M}} = \hat{\ell}_{\mathcal{M}}(\xi, \tau)$; $\beta = 1/2 \cdot \lambda L / D_{\text{pipe}}$ – нормований коефіцієнт гідравлічного опору; $\gamma = \gamma(\xi) = H(\xi L) / H_t$ – безрозмірна функція від координати ξ , яка визначає вертикальний профіль осі газопроводу, $H_t \equiv V_t^2 / g$; $z = z(\rho, \theta) \equiv Z(\rho D_t, \theta T_t) / Z_t$ – нормований фактор стисливості газу.

Рівняння (5), (6) утворюють замкнену систему для ключових функцій $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$. В літературі, як правило, математичну модель динаміки газу в трубопроводі формулюють стосовно тиску $P(x, t)$ і швидкості $V(x, t)$. При цьому усі рівняння системи є нелінійними. З огляду на використання ключових функцій $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ перше рівняння системи (5), (6) є лінійним. У роботі [5] рівняння типу (5)–(7) записані для випадку герметичної труби.

Якщо вибрати за P_t , T_t та J_t середні значення тиску, температури та густини масового потоку газу, при яких пересічно експлуатують трубопровід, а потім з використанням рівняння стану (4) і співвідношення $V_t = J_t/D_t$ обчислити D_t та V_t , то функції $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$, знайдені як розв'язок системи (5), (6), набудуть значень порядку одиниці. Визначивши ключові функції шляхом розв'язування відповідної крайової задачі для цієї системи, за допомогою термічного рівняння стану (2) можна знайти функцію $p(\xi, \tau)$, а тоді обчислити параметри $D(x, t) = D_t \rho(x/L, t/t_t)$, $P(x, t) = P_t p(x/L, t/t_t)$, $J(x, t) = J_t j(x/L, t/t_t)$ та $V(x, t) = V_t v(x/L, t/t_t)$.

1.2. Моделі керування нестационарними режимами течії. Для формулювання крайових задач, які описують нестационарну течію газу в трубопроводі, необхідні початкові і крайові умови для системи (5), (6). Ця система має другий порядок похідних стосовно обох незалежних змінних τ і ξ . Тому слід визначити дві початкові і дві крайові умови для кожної задачі.

Початкові умови братимемо у вигляді

$$\rho|_{\tau=0} = \rho_0(\xi), \quad j|_{\tau=0} = j_0(\xi), \quad (8)$$

де $\rho_0(\xi)$ та $j_0(\xi)$ – задані функції, які визначають розподіли безрозмірних густини і масового потоку в трубі у момент часу $\tau = 0$.

Крайові умови визначають зовнішнє керування течією. Можна розглянути різні умови, що визначають зміну в часі значень ключових функцій системи (5), (6) на вході та виході трубопроводу. Обмежимося тут розглядом трьох типів лінійних крайових умов:

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{\text{in}}(\tau), \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{\text{out}}(\tau), \quad (9)$$

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{\text{in}}(\tau), \quad j|_{\xi=1} = j^{\text{out}}(\tau), \quad (10)$$

$$j|_{\xi=-1} = j^{\text{in}}(\tau), \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{\text{out}}(\tau), \quad (11)$$

де $\rho^{\text{in}}(\tau)$ і $\rho^{\text{out}}(\tau)$ та $j^{\text{in}}(\tau)$ і $j^{\text{out}}(\tau)$ – задані зовнішні функції (функції керування), які визначають зміну в часі густини та масового потоку на вході і виході трубопроводу.

Умови (9)–(11) відповідають трьом різним моделям зовнішнього керування нестационарною течією газу в трубопроводі:

модель керування I: – на вході тиск змінюється за законом $P^{\text{in}}(t)$, а на виході – за законом $P^{\text{out}}(t)$;

модель керування II: – на вході тиск змінюється за законом $P^{\text{in}}(t)$, а на виході густина масового потоку змінюється за законом $J^{\text{out}}(t)$;

модель керування III: – на вході густина масового потоку змінюється за законом $J^{\text{in}}(t)$, а на виході тиск змінюється за законом $P^{\text{out}}(t)$.

Комплектам крайових умов (9), (10) та (11) відповідають три крайові задачі:

$$\mathcal{BVP I} \quad - \quad (5), (6), (8), (9),$$

$$\mathcal{BVP II} \quad - \quad (5), (6), (8), (10),$$

$$\mathcal{BVP III} \quad - \quad (5), (6), (8), (11).$$

1.3. Модель стаціонарної течії. У стаціонарному режимі течії рівняння (5), (6) набувають вигляду

$$\frac{dj}{d\xi} + \hat{\ell}_M = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{j^2}{\rho} + \frac{1}{\text{Ma}^2} z \theta \rho \right) + \beta \frac{j^2}{\rho} + \hat{\ell}_M \frac{j}{\rho} + \rho \frac{d\gamma}{d\xi} = 0. \quad (13)$$

З рівняння (12) випливає, що

$$j(\xi) = j^{\text{in}} - j_M(\xi), \quad j_M(\xi) \equiv \int_0^\xi \hat{\ell}_M d\xi, \quad (14)$$

де j^{in} – значення безрозмірної густини масового потоку на вході, j_M – безрозмірна густина масового потоку, що витікає через негерметичну стінку труби.

З урахуванням (12) рівняння (13) зводимо до вигляду

$$\frac{d\rho}{d\xi} = -\text{Ma}^2 \rho \frac{\beta j^2 + \frac{\partial j^2}{\partial \xi} + \hat{\ell}_M j + \rho^2 \frac{d\gamma}{d\xi}}{\theta \rho^2 \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) - \text{Ma}^2 j^2}. \quad (15)$$

Отримане рівняння (15) є нелінійним звичайним диференціальним рівнянням першого порядку стосовно функції $\rho(\xi)$, яка визначає розподіл густини газу в трубопроводі при стаціонарній течії. Права частина цього рівняння визначена, якщо на вході задано потік j^{in} і функція витоку $\ell_M = \ell_M(\xi)$.

За відсутності витоку у рівнянні (15) слід покласти $\ell_M = 0$, $j = \text{const} = j^{\text{in}}$. В результаті отримуємо [5]

$$\frac{d\rho}{d\xi} = -\rho \frac{\beta j^2 + \rho^2 \frac{d\gamma}{d\xi}}{\frac{\theta}{\text{Ma}^2} \rho^2 \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right) - j^2}. \quad (16)$$

Для рівнянь (15), (16) достатньо задати одну крайову умову – або на лівому $\xi = -1$ або на правому $\xi = 1$ кінці відрізка визначення функції $\rho(\xi)$:

$$\rho|_{\xi=-1} = \rho^{\text{in}}, \quad \rho|_{\xi=1} = \rho^{\text{out}}, \quad (17)$$

де ρ^{in} та ρ^{out} – задані додатні дійсні числа, які визначають значення безрозмірної густини газу на вході та виході трубопроводу.

Умови (17₁) та (17₂) відповідають двом моделям керування стаціонарним режимом течії газу у трубопроводі. За першою моделлю стаціонарний режим задають значеннями густини масового потоку J^{in} та тиску P^{in} на вході трубопроводу, а за другою – потоку J^{out} та тиску P^{out} на виході. Цим двом моделям керування стаціонарним потоком відповідають такі задачі:

$$(15), (17_1) \quad - \quad \mathcal{VP} \text{ I},$$

$$(15), (17_2) \quad - \quad \mathcal{VP} \text{ II}.$$

1.4. Інформативні параметри течії. Розв'язавши крайову задачу $\mathcal{VP} \text{ I}$, знайдемо ключові функції $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$, а потім зможемо обчислити $j^{\text{in}}(\tau) \equiv j(-1, \tau)$ та $j^{\text{out}}(\tau) \equiv j(1, \tau)$ – внутрішні функції, які визначають зміну в часі масового потоку на вході та виході трубопроводу. Відповідні їм зовнішні функції $j_{\text{emp}}^{\text{in}}(\tau)$ та $j_{\text{emp}}^{\text{out}}(\tau)$ можна визначити емпірично, вимірю-

ючи зміни в часі значень масового потоку на вході $J_{\text{emp}}^{\text{in}}(t)$ та виході $J_{\text{emp}}^{\text{out}}(t)$. Тому за допомогою функцій $j^{\text{in}}(\tau)$ та $j^{\text{out}}(\tau)$ можна оцінювати емпіричні дані $j_{\text{emp}}^{\text{in}}(\tau)$ та $j_{\text{emp}}^{\text{out}}(\tau)$, які містять інформацію щодо нестационарної течії газу за умов керування (9) (за моделлю I). Натомість із розв'язку задачі *БВП II* можна обчислити іншу пару внутрішніх функцій – $j^{\text{in}}(\tau) \equiv j(0, \tau)$ та $\rho^{\text{out}}(\tau) \equiv \rho(1, \tau)$, які відображають реакцію системи на керування нестационарним процесом за моделлю II і дозволяють отримати апіорні оцінки відповідних інформативних параметрів – $j_{\text{emp}}^{\text{in}}(\tau)$ та $j_{\text{emp}}^{\text{out}}(\tau)$. За розв'язком задачі *БВП III* знайдемо дві функції: $\rho^{\text{in}}(\tau) \equiv \rho(0, \tau)$ та $j^{\text{out}}(\tau) \equiv j(1, \tau)$, за якими можна отримати апіорні оцінки інформативних параметрів $\rho_{\text{emp}}^{\text{in}}(\tau)$ та $j_{\text{emp}}^{\text{out}}(\tau)$, властивих для моделі керування III.

За отриманим розв'язком $\rho(\xi, \tau)$, $j(\xi, \tau)$ будь-якої із трьох розглянутих задач *БВП I*, *БВП II* чи *БВП III* можна обчислити залежності від часу густини і масового потоку у будь-якій контрольній точці $\xi_c \in [0, 1]$ вздовж траси трубопроводу: $\rho^c(\tau) = \rho(\xi_c, \tau)$, $j^c(\tau) = j(\xi_c, \tau)$. Такими точками можуть слугувати, зокрема, кранові вузли, які звичайно встановлюють на вході і виході кожної секції між двома компресорними станціями та через кожні 25–30 км вздовж його траси. Тут, як правило, є можливість вимірювання параметрів течії в трубопроводі [4]. Отже, розраховуючи $\rho^c(\tau)$ та $j^c(\tau)$, отримуємо апіорні оцінки для параметрів течії $\rho_{\text{emp}}^c(\tau)$ та $j_{\text{emp}}^c(\tau)$, які можна визначити емпірично шляхом вимірювання у цих точках тиску, температури і витрати газу. Можна обчислити також швидкість течії газу в контрольних точках $v^c(\tau) = j^c(\tau)/\rho^c(\tau)$ і отримати в такий спосіб апіорну оцінку для відповідного емпіричного параметра $v_{\text{emp}}^c(\tau)$, який можна визначити за допомогою ультразвукових вимірювачів [21].

Розв'язавши задачу *ІВП I* чи *ІВП II*, можемо обчислити значення густини $\rho^c = \rho(\xi_c)$ у будь-якій контрольній точці ξ^c , а також значення швидкості течії $v^c = j(\xi_c)/\rho(\xi_c)$, де $j(\xi_c)$ обчислюється за формулою (14). У такий спосіб отримуємо апіорні оцінки відповідних інформативних параметрів стаціонарної течії газу ρ_{emp}^c та v_{emp}^c , які можна визначити емпірично.

1.5. Модель малого локального витoku. Встановимо функцію витoku $\hat{\ell}_M(\xi, \tau)$, яка визначає об'ємні втрати маси та імпульсу газу в трубі внаслідок його витікання через наскрізний отвір у стінці труби. Обмежимося випадком локального витoku, коли розміри отвору, який утворився в результаті розгерметизації трубопроводу, є малими порівняно з діаметром труби D_{tube} , його площа S_L є малою порівняно з площею поперечного перерізу трубопроводу, а густина масового потоку витoku J_L – малою порівняно з густиною J потоку маси в трубопроводі.

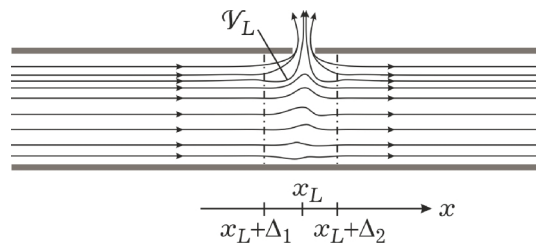


Рис. 1. Збурення потоку в околі локального витoku.

Витікання збурює потік на відрізку труби довжини $\Delta_x \equiv \Delta_1 + \Delta_2$ в околі місця x_L розгерметизації (рис. 1). Довжина зони збурення Δ_x , очевидно, залежить від площі отвору та параметрів течії (швидкості V і тиску P).

Нехай $\dot{M}_L = \dot{M}_L(t)$ – швидкість витікання маси газу з труби через негерметичну стінку (в кг/с), а $J_L = J_L(t)$ – потік газу, що витікає через отвір (в кг/(м² · с)). Тоді $\dot{M}_L = S_L J_L$. Приймаючи, що внаслідок витікання маса газу, об'єм якої дорівнює $S \cdot \Delta_x$, зникає в зоні \mathcal{V}_L збурення потоку, означимо параметр $\hat{L}_M \equiv DL_M$, розмірність якого кг/(м³ · с), як

$$\hat{L}_M(x, t) = J_L(t) \frac{\sigma_L}{\Delta_x} \delta_{\Delta_x}(x - x_L). \quad (18)$$

Тут $\sigma_L = S_L/S$ – відношення площі отвору до площі поперечного перетину труби, функція $\delta_{\Delta_x}(\cdot)$ визначає координатну залежність параметра \hat{L}_M в

області збурення потоку і задовольняє умову $\frac{1}{\Delta_x} \int_{-\Delta_1}^{\Delta_2} \delta_{\Delta_x}(x) dx = 1$.

У загальному можна припустити, що потік J_L у формулі (18) залежить від значень параметрів стану газу всередині труби (тиску P , густини D та температури T) в околі отвору, а також – від їхніх значень P' , D' та T' , відповідно, в середовищі, куди газ витікає. Цю залежність можна отримати за певних припущень із застосуванням термодинамічних методів.

Зокрема, використаємо відоме співвідношення [3], яке визначає установлену швидкість V_{steady} витікання газу із резервуару через малий отвір:

$$V_{\text{steady}} = \sqrt{2 \frac{\alpha}{\alpha - 1} \frac{P}{D} (1 - \psi^{(\alpha-1)/\alpha})}, \quad \psi \equiv P'/P. \quad (19)$$

Тут P та D – рівноважні значення тиску та густини газу в резервуарі, $\alpha = \alpha(D, T)$ – залежний від термодинамічного стану показник ізоентропи газу в резервуарі, який можна обчислити, використовуючи термічне рівняння стану (4), за формулою:

$$\alpha = - \frac{D}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial D} \right)_T \frac{C_p}{C_v}, \quad (20)$$

де C_p і C_v – питомі теплоємності газу за сталого тиску та густини відповідно, які визначають як функції параметрів стану: $C_p = C_p(D, T)$, $C_v = C_v(D, T)$ із калоричного рівняння стану [12, 13].

Приймаючи, що в малому околі біля місця розгерметизації газ перебуває у стані, близькому до рівноважного, застосуємо формулу (19) до витікання газу із трубопроводу. Для цього покладемо в ній $P = P_L$, $D = D_L$, $\alpha = \alpha_L$, де $P_L = P(x_L, t)$ та $D_L = D(x_L, t)$ – значення тиску та густини газу в околі малого отвору в стінці труби, а $\alpha_L = \alpha(D_L, T)$ – значення коефіцієнта α газу в трубі в околі місця розгерметизації.

При відомій швидкості V_{steady} ustalений потік J_{steady} витікання визначається як $J_{\text{steady}} = D' V_{\text{steady}}$. Формулу (19) отримано за припущення ізоентропності процесу витікання газу. Використовуючи це наближення і термічне рівняння стану (4), отримуємо

$$J_{\text{steady}} = D_L C_t \sqrt{2 \frac{\alpha_L}{\alpha_L - 1} Z_L \left(\psi^{2/\alpha_L} - \psi^{(\alpha_L+1)/\alpha_L} \right)}. \quad (21)$$

Зі зменшенням ψ швидкості V_{steady} і потік J_{steady} зростають. При значенні $\psi = \psi^* \equiv (2/(\alpha_L + 1))^{\alpha_L/(\alpha_L-1)}$ швидкість витоку досягає свого максимального значення $V_L = V_L^*$, яке дорівнює швидкості звуку [3]. Тому у випадку малих отворів і за достатньо високого тиску газу в трубопроводі потік J_{steady} не залежить від тиску P' у зовнішньому середовищі, а визначається лише параметрами стану газу в трубі в околі місця локальної розгерметизації.

Процесу витікання газу через отвір властива певна інерційність – від моменту t_L утворення наскрізного дефекту в тілі труби значення потоку $J_L(t)$ зростає від нуля до усталеного значення J_{steady} за певний проміжок часу Δ_t . Тому подамо потік у вигляді

$$J_L(t) = J_{\text{steady}} H_{\Delta_t}(t - t_L). \quad (22)$$

Тут $H_{\Delta_t}(t - t_L)$ – функція така, що $H_{\Delta_t}(t - t_L) = 0$, $t < t_L$, на проміжку $t \in [t_L, t_L + \Delta_t]$ функція $H_{\Delta_t}(t - t_L)$ монотонно зростає від нуля до одиниці і $H_{\Delta_t}(t - t_L) = 1$, $t \geq t_L + \Delta_t$.

Зведемо співвідношення (18), (22) до безрозмірної форми:

$$\hat{c}_M(\xi, \tau) = \rho_L K_L \frac{1}{\Delta_\xi} \delta_{\Delta_x}(\xi - \xi_L) H_{\Delta_\tau}(\tau - \tau_L). \quad (23)$$

Тут $j_L(\tau) \equiv J_L(t_L \tau)/J_t$, $\Delta_\xi \equiv \Delta_x/L$,

$$K_L = \frac{\sigma_L}{\text{Ma}} \sqrt{2 \frac{\alpha_L}{\alpha_L - 1} Z_L \left(\psi^{2/\alpha_L} - \psi^{(\alpha_L+1)/\alpha_L} \right)}. \quad (24)$$

Отримана наближена формула (23) визначає безрозмірну швидкість втрати маси газу в одиниці об'єму трубопроводу в околі малого отвору в стінці труби як функцію безрозмірних координати ξ і часу τ . Безрозмірний коефіцієнт K_L , як випливає із формули (24), залежить від площі отвору, параметрів стану газу в трубі в околі отвору і в зовнішньому середовищі. При достатньо малій площі отвору і високому тиску газу у трубопроводі, коли безрозмірний параметр ψ досягає критичного свого значення ψ^* , коефіцієнт K_L не залежить від тиску P' газу в зовнішньому середовищі.

Класична термодинаміка не надає інструментів для розрахунку функції $H_{\Delta_t}(\cdot)$, зокрема, для визначення параметра Δ_t . Також нема можливості розрахувати в рамках одновимірної моделі газової динаміки зону Δ_x потоку газу в околі витоку. Функції $\delta_{\Delta_\xi}(\cdot)$ і $H_{\Delta_\tau}(\cdot)$ можна задати феноменологічно, наприклад, у вигляді

$$\delta_{\Delta_\xi}(\xi - \xi_L) = \frac{4 \exp(-2(\xi - \xi_L)/\Delta_\xi)}{(1 + \exp(-2(\xi - \xi_L)/\Delta_\xi))^2},$$

$$H_{\Delta_\tau}(\tau - \tau_L) = \frac{1}{1 + \exp(-2(\tau - \tau_L)/\Delta_\tau)}, \quad (25)$$

розглядаючи Δ_x і Δ_t як параметри, що підлягають емпіричному визна-

ченню, або беручи до уваги, що $\Delta_x \ll L$, а $\Delta_t \ll t_t$, подати співвідношення (23) як

$$\hat{\ell}_M(\xi, \tau) = \rho_L K_L \delta(\xi - \xi_L) H(\tau - \tau_L). \quad (26)$$

Тут $\delta(\cdot)$ – дельта-функція Дірака, $H(\cdot)$ – одинична функція Гевісайда.

Формули (23) та (26) визначають «гладку» та «різку» функції витоку газу із трубопроводу.

2. Дослідження течії газу в трубопроводі за локальної розгерметизації. Розроблену математичну модель застосували для дослідження течії в трубопроводі за наявності в ньому локального витоку газу. Розглядали горизонтальний трубопровід довжини $L = 100$ км, діаметр якого 1.420 м і коефіцієнт гідравлічного опору $\lambda = 9.92 \cdot 10^{-3}$. Для обчислення безрозмірних змінних моделі вибирали такі характерні значення параметрів стану газу: температури $T_t = 300$ К, тиску $P_t = 6.65$ МПа, густини $D_t = 48.20$ кг/м³, густини масового потоку $J_t = 467.81$ кг/(м² · с). За цими даними обчислили значення нормованого коефіцієнта гідравлічного опору $\beta = 352.83$ і характерний проміжок часу $t_t = 252.13$ с.

В обчисленнях застосовували кубічне рівняння стану Папая [15], розраховуючи надстисливість $Z = Z(D, T)$ як функцію густини і температури.

2.1. Стаціонарний режим течії. Стаціонарний режим течії встановлюється через проміжок часу, значно більший ніж Δ_τ . Тому в цьому випадку в формулі (23) слід покласти $H_{\Delta_\tau}(\tau - \tau_L) = 1$. Для точкового витоку ця формула матиме вигляд

$$j_M(\xi) = \rho_L K_L H(\xi - \xi_L) = \rho_L K_L \begin{cases} 0, & \xi \in [0, \xi_L), \\ 1, & \xi \in [\xi_L, 1]. \end{cases} \quad (27)$$

Використовуючи подання (27), дослідили стаціонарну течію газу в трубопроводі залежно від координати витоку ξ_L , застосовуючи першу модель керування потоком. За цією моделлю розподіл $\rho(\xi)$ густини газу в трубі визначається задачею *IVP I*, у якій потік j^{in} і густина ρ^{in} на вході – задані невід’ємні дійсні числа (параметри керування стаціонарним потоком), а розподіл безрозмірної густини масового потоку $j(\xi)$ згідно з (14) визначається як

$$j(\xi) = j^{\text{in}} - \rho_L K_L H(\xi - \xi_L). \quad (28)$$

Чисельне розв’язування задачі (15), (17₁) проведено методом Рунге – Кутта з використанням відомого алгоритму RK45 [11, 14]. Деякі результати розрахунків подано на рис. 2–4 у вигляді графіків, обчислених при $K_L = 0.25$, $\rho^{\text{in}} = 0.9$. Криві **1**, **2**, **3** обчислено при $\xi_L = 0.2, 0.5, 0.8$ для різних значень безрозмірної густини потоку $j^{\text{in}} = 0.5, 0.7, 0.9$ (рис. 2–4 відповідно). Криві **4** на рисунках відповідають течії при відсутності витікання.

Аналізуючи наведені графіки, можемо зауважити, що за сталих тиску і масового потоку на вході витік спричиняє зростання тиску на виході порівняно з його значенням у випадку, коли труба є герметичною (див. криві **1**, **2**, **3**), а перепад тиску на вході і виході зменшується. З наближенням точки розгерметизації до виходу трубопроводу цей ефект зменшується. Це можна пояснити зниженням інтенсивності витоку, оскільки за сталого K_L зі зростанням ξ_L зменшується значення $\rho_L \equiv \rho(\xi_L)$ у формулі (28), тому що функція $\xi = \rho(\xi)$ є спадною.

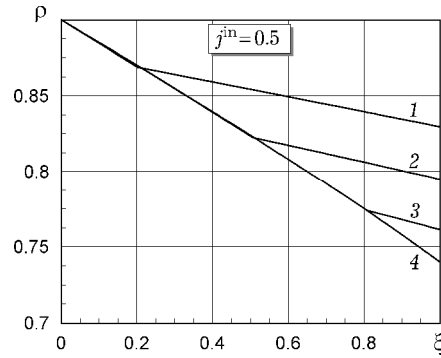


Рис. 2

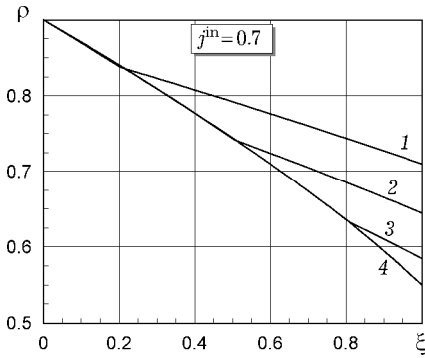


Рис. 3

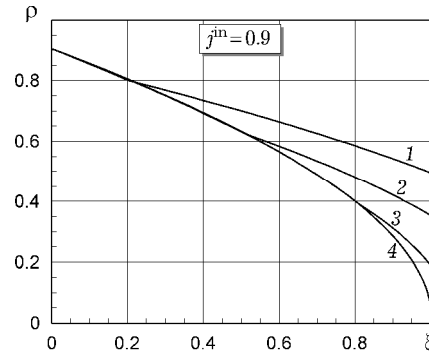


Рис. 4

2.2. Перехідні процеси течії, спричинені локальною розгерметизацією. Нехай $\rho_0(\xi)$ – розподіл безрозмірної густини стаціонарної течії газу в трубопроводі за відсутності витoku. Функцію $\rho_0(\xi)$ можна визначити, зокрема, розв’язавши задачу *IVP I*. За відомою функцією $\rho_0(\xi)$ можна обчислити значення $\rho_0^{\text{out}} = \rho_0(1)$ безрозмірної густини на виході.

Нехай у момент $\tau = 0$ у стінці труби на відстані ξ_L від входу $\xi = 0$ утворюється наскрізний отвір. Спричинений цим фактом перехідний процес описується ключовими функціями $\rho(\xi, \tau)$ та $j(\xi, \tau)$, які задовольняють систему (5), (6). Оскільки процес розпочинається зі стаціонарної течії, то за початкові умови для цієї системи виберемо

$$\rho|_{\tau=0} = \rho_0(\xi), \quad j|_{\tau=0} = j_0. \quad (29)$$

Перебіг перехідного процесу, очевидно, залежатиме від зовнішнього керування параметрами течії на вході та виході трубопроводу, тобто від крайових умов. Розглянемо крайові умови двох типів:

$$\rho|_{\xi=0} = \rho_0^{\text{in}}, \quad \rho|_{\xi=1} = \rho_0^{\text{out}}, \quad (30)$$

$$j|_{\xi=0} = j_0^{\text{in}}, \quad \rho|_{\xi=1} = \rho_0^{\text{out}}. \quad (31)$$

Умови (30) відповідають моделі керування *I*: значення тиску на вході та виході залишаються незмінними впродовж усього перехідного процесу аж до досягнення нового стаціонарного режиму, який описується рівнянням (15). Натомість умови (31) відповідають моделі керування *III*: упродовж перехідного процесу на вході незмінні значення зберігається масова витрата, а на виході – тиск.

Дослідження перехідних процесів проведено шляхом чисельного розв’язування нелінійних крайових задач (5), (6), (29), (30) і (5), (6), (29), (31). Спочатку, застосовуючи до рівнянь (5), (6) скінченнорізницьову апроксимацію, ці задачі зводимо до відповідних задач Коші для систем звичайних ди-

ференціальних рівнянь стосовно значень ключових функцій $\rho_k(\tau) \equiv \rho(\xi_k, \tau)$, $j_k(\tau) \equiv j(\xi_k, \tau)$ у вузлах $\xi_k \in X$ дискретної сітки X , побудованої на відрізку $0 \leq \xi \leq 1$. Розв'язки цих систем отримуємо з використанням методів Рунге – Кутта [11].

Для дослідження перехідних процесів за умов (30) (модель I керування течією) використовували модель витoku у формі (23), приймаючи $\Delta_x = 0.02$, $\Delta_\tau = 2$, $K_L = 0.25$. Вважали, що розгерметизація відбувається у точці з координатою $\xi_L = 0.5$. Окремі результати проведених досліджень, отримані для проміжку часу $\tau \in [0, 60]$, подано у вигляді графіків на рис. 5 – рис. 8.

На рис. 5 наведено залежності від координати ξ безрозмірної густини потоку j у фіксовані моменти часу $\tau = 0, 6, 12, 30, 60$, отримані з розв'язку задачі (5), (6), (29), (30). Горизонтальна штрихова лінія на рис. 5 відповідає початковому моменту часу $\tau = 0$. Стрілки вказують напрям зростання часу.

На рис. 6 наведено залежності від координати ξ безрозмірної густини ρ у моменти часу $\tau = 0$ (крива 1) та $\tau = 60$ (крива 2). Зі зростанням τ на відрізку $0 < \tau < 60$ криві $\rho(\xi, \tau)$ монотонно зсуваються від кривої 1 до кривої 2, не виходячи за межі області, утвореної кривими 1 та 2.

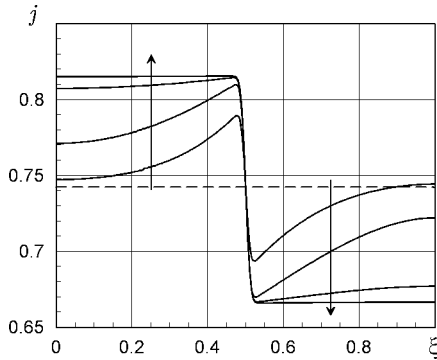


Рис. 5

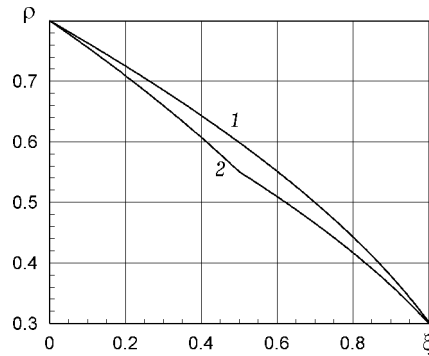
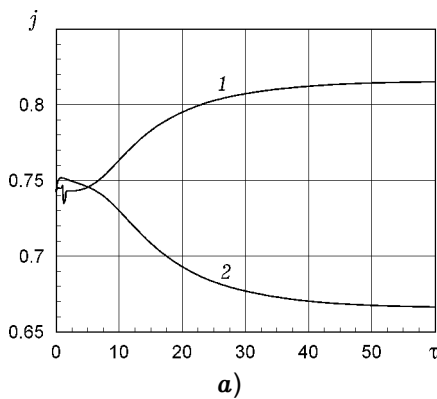
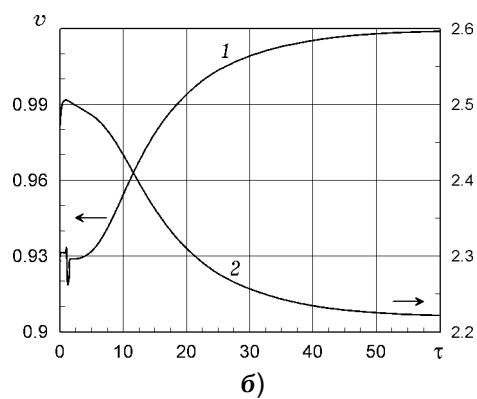


Рис. 6

Як видно з графіків на рис. 5 і рис. 6, стаціонарний режим течії встановлюється вже до моменту часу $\tau = 60$. Про це, зокрема, свідчить розподіл густини потоку j при $\tau = 60$ (рис. 5), характерний для стаціонарної течії за наявності локального витoku.



а)



б)

Рис. 7

На рис. 7 подано залежності від часу τ безрозмірних густини масового потоку j (рис. 7а) і швидкості течії v (рис. 7б) на вході (криві 1) та виході

(криві 2) трубопроводу, обчислені на основі розв'язку цієї задачі. Стрілки біля кривих 1 і 2 (рис. 7б) вказують на вертикальні осі, до яких ці криві віднесені.

На рис. 8 подано часові залежності безрозмірних густини ρ (рис. 8а) і швидкості течії v (рис. 8б) газу в точці ξ_L витоку (криві 1), а також на відстанях $0.15L$ від неї проти течії (криві 2) і за течією (криві 3).

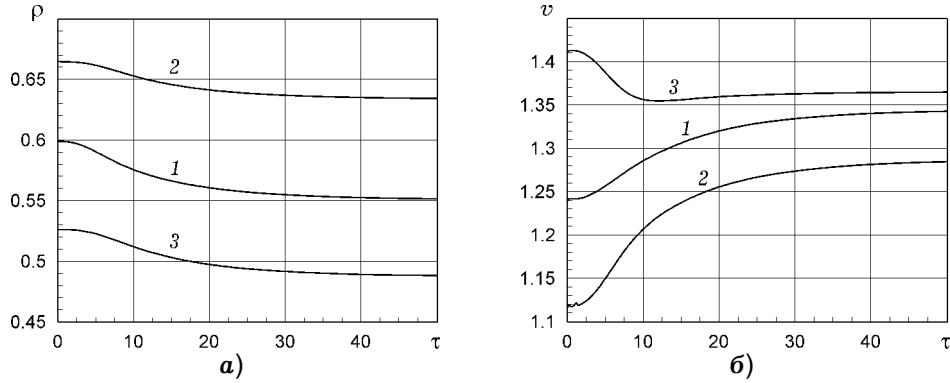


Рис. 8

Аналогічні дослідження проведено також і для моделі керування III. Тут також покладали $\xi_L = 0.5$, $K_L = 0.25$. Проте, на відміну попереднього випадку, у задачі (5), (6), (29), (31) використовували модель витоку в формі (26). Чисельний розв'язок для цієї задачі отримали для проміжку $\tau \in [0, 120]$. Відповідні графіки подано на рис. 9 – рис. 11.

На рис. 9 можна бачити розподіли безрозмірних густини потоку j і густини ρ газу у фіксовані моменти часу $\tau = 12, 24, 36, 60, 84, 120$. Для безрозмірного потоку у початковому режимі вибрали значення $j_0 = 0.95$ (на рис. 9а потік у початковому стані не показано). Початковий розподіл безрозмірної густини газу в трубопроводі зображено на рис. 9б пунктирною лінією.

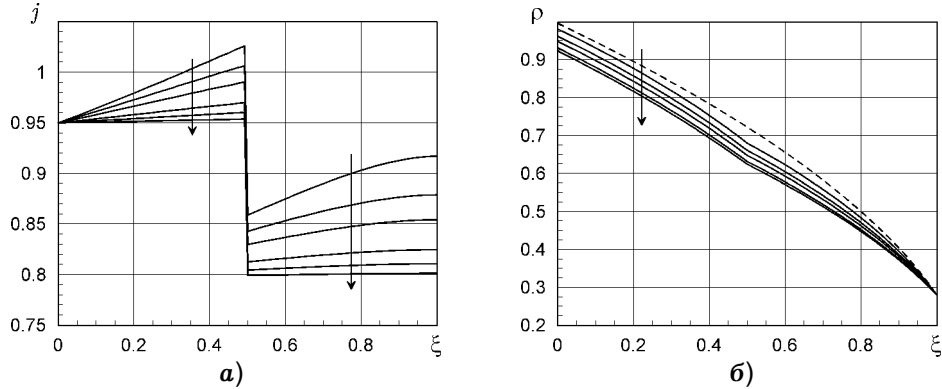


Рис. 9

На рис. 10а показано графіки зміни з часом безрозмірних густини $\rho^{\text{in}}(\tau)$ на вході (крива 1) і густини потоку $j^{\text{out}}(\tau)$ на виході (крива 2), а на рис. 10б – залежності від часу швидкості течії $v^{\text{in}}(\tau)$ на вході (крива 1) і $v^{\text{out}}(\tau)$ виході (крива 2).

На рис. 11 зображено залежності від часу τ безрозмірних густини газу ρ і швидкості течії v у перерізах $\xi = \xi_L$ (криві 1), $\xi = \xi_L - 0.15$ (криві 2) та $\xi = \xi_L + 0.15$ (криві 3). Криві 1 та 2 віднесені до лівої вертикальної осі, а криву 3 – до правої.

Графіки, подані на рис. 9 – рис. 11, дозволяють оцінити тривалість перехідного процесу. Як бачимо, у розглядуваному випадку III вона удвічі більша від тривалості процесу, який реалізується за моделлю керування I.

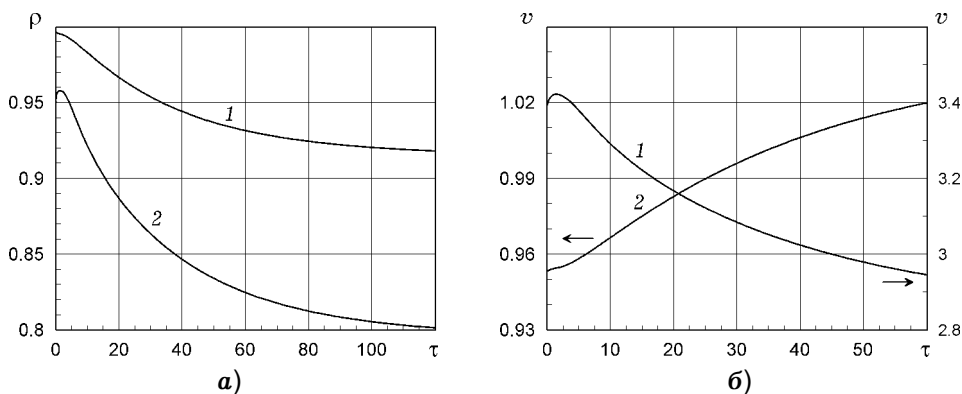


Рис. 10

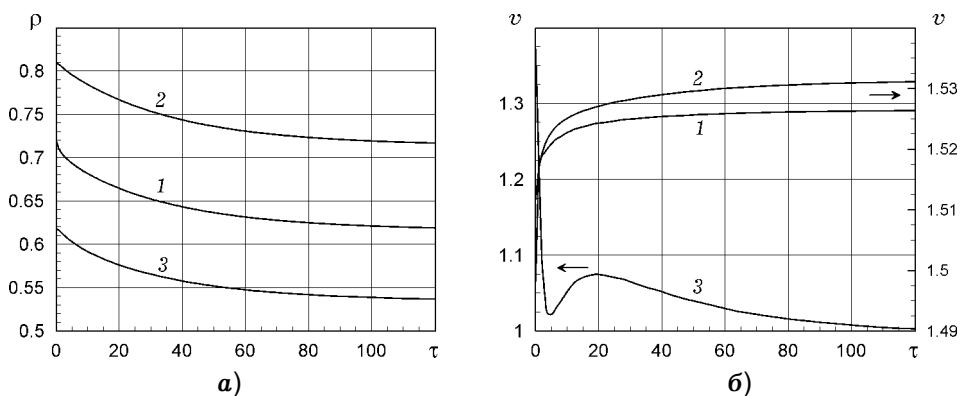


Рис. 11

Висновки. Розглянуто математичну модель для опису течії газу в довгому трубопроводі за наявності витікання через отвір у стінці труби. У моделі враховуються втрати маси та імпульсу, спричинені витіканням газу через дефект.

Однією зі складових розробленої моделі є вибір функції витоку, яка визначає координатну та часову залежності доданків у рівняннях балансу маси та імпульсу, що враховують втрату газу внаслідок витікання. Вираз для функції витоку маси газу отримано на основі відомих співвідношень термодинаміки, які визначають швидкість витікання газу із резервуару через малий отвір. Вона враховує локальний характер процесу витікання: запропонована функція витоку відмінна від нуля лише на малому порівняно з довжиною трубопроводу відрізьку і різко загасає поза його межами. Часовою залежністю функції витоку враховується швидкоплинність процесу: вихід на усталений режим течії газу, що витікає через дефект, відбувається за проміжок часу, малий порівняно із тривалістю перехідного процесу течії газу в трубопроводі. Тому похідна за часом від функції витоку відмінна від нуля на цьому проміжку і різко спадає до нуля поза його межами. Розглянуто два варіанти функції витоку. «Гладка» функція є неперервно диференційовною як за просторовою координатою, так і за часом. У випадку «різкої» функції витоку залежність від просторової координати визначає δ -функція Дірака, а часову – функція Гевісайда. У стаціонарному режимі функція витоку залежить лише від просторової координати.

У математичній моделі течії газу враховано також вплив умов зовнішнього керування течією на перехідний процес, спричинений розгерметизаці-

єю. Зовнішнє керування визначається крайовим умовами. Розглянуто три моделі керування. У моделі *I* на вході та виході задано значення тиску газу як функції часу, в моделі *II* задано залежності від часу тиску на вході та масового потоку на виході, а в моделі *III* на вході задано масовий потік, а на виході – тиск. У стаціонарному режимі керування течією визначають значення масового потоку на вході та тиску на вході або виході (параметри керування).

Запропоновану математичну модель застосували для вивчення стаціонарної течії газу в трубопроводі залежно від місця розгерметизації та параметрів керування стаціонарною течією. Дослідження провели шляхом чисельного розв'язування задач Коші для нелінійного звичайного диференціального рівняння першого порядку, яке описує розподіл безрозмірної густини в трубопроводі за стаціонарних умов. На основі проведених розрахунків встановлено, зокрема, що параметри течії в трубопроводі з витокком залежать від координати точки локальної розгерметизації та параметрів зовнішнього керування стаціонарною течією – значень масового потоку і тиску на вході.

Моделю застосували також для опису перехідних процесів течії газу, спричинених локальною розгерметизацією. Розглянули випадок розгерметизації, що відбувається в момент, коли трубопровід перебуває в стаціонарному режимі експлуатації. Сформульовано крайові задачі, що описують перебіг перехідних процесів за зовнішнього керування за моделями *I* та *III*. У першій задачі застосовано модель «гладкої» функції витікання, а в другій – «різкої». З використанням методу скінченних різниць розроблено методику чисельного розв'язування сформульованих задач. На основі отриманих розв'язків сформульованих задач встановлено, зокрема, що параметри перехідних процесів істотно залежать від зовнішнього керування течією. Так, наприклад, при застосуванні моделі керування *I* тривалість перехідного процесу дорівнює приблизно 60 безрозмірних одиниць часу (понад 4 години), тоді як для моделі керування *III* тривалість перехідного процесу є удвічі більшою.

Проведені дослідження дозволили виявити параметри течії, які можна вимірювати на діючому газопроводі і використовувати як вхідні дані для систем виявлення витоків: значення тиску, витрати і швидкості течії, виміряні в контрольних точках, рознесених вздовж траси трубопроводу. Тиск і температуру газу в трубі можна визначати за допомогою штатних вимірювальних пристроїв, які встановлено у контрольних точках. У деяких точках газопроводу встановлюють також прилади для вимірювання витрати, функціонування яких базується на звуженні потоку і вимірюванні перепаду тиску [13]. Для контролю течії в інших контрольних точках, в яких відсутні прилади вимірювання витрати, можна використовувати ультразвукові вимірювачі швидкості течії [21].

У цій роботі обмежилися розглядом ізотермічного наближення і використали доволі просте кубічне рівняння стану, оскільки її метою було оцінювання інформативних параметрів, а врахування теплообміну і використання точніших рівнянь стану не сильно вплине на результат таких обчислень. Водночас слід зазначити, що долучення до системи (5)–(7) рівняння теплообміну, яке впливає з балансу енергії, і калоричного рівняння стану не створює принципових труднощів у розв'язуванні задач, сформульованих в уточненій моделі. Алгоритм залишається без змін, тільки дещо зросте обсяг обчислень.

Результати проведених досліджень можна використати для розробки та удосконалення методології контролю цілісності магістральних газопроводів із використанням методів обчислювального моніторингу.

Дослідження проводилися у рамках Комплексної програми наукових досліджень НАН України «Надійність і довговічність матеріалів, конструкцій, обладнання та споруд» («РЕСУРС-2»).

1. Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Яковлев Е. И., Гарляускас А. И., Грачев В. В. Трубопроводный транспорт газа. – Москва: Наука, 1976. – 496 с.
2. Богомолов С. В., Гаврилюк К. В., Мухин С. И. Течение газа в трубопроводах при наличии стока // Мат. моделирование. – 1998. – **10**, № 11. – С. 82–92.
3. Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е. Техническая термодинамика. – Москва: Энергоатомиздат, 1983. – 408 с.
4. Правила безпечної експлуатації магістральних газопроводів. НПАОП 60.3-1.01-10. – <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0292-10>.
5. Чекурін В. Математична модель перехідних процесів перенесення маси та імпульсу в довгому газопроводі // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2010. – Вип. 11. – С. 210–219.
6. Чекурін В., Химко О. Математичні моделі для ідентифікації витoku в довгому газопроводі. Стационарний режим // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2017. – Вип. 25. – С. 157–169.
7. Чекурін В., Химко О. Чисельне дослідження перехідних процесів у довгому газопроводі, спричинених розгерметизацією // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2017. – Вип. 26. – С. 100–111.
8. AGA. Report No. 8: Compressibility factors of natural gas and other related hydrocarbon gases. – American Gas Association: Arlington, Virginia, 1994. – 204 p.
9. Geiger G. State-of-the-art in leak detection and localisation // In Proc. “Pipeline Technology 2006 Conference” (25 April 2006, Hannover). – <https://www.pipeline-conference.com/sites/default/files/papers/321%20Geiger.pdf>.
10. Gerhart P. M., Gerhart A. L., Hochstein J. I. Munson, Young, and Okiishi's fundamentals of fluid mechanics. – New York: Wiley, 2016. – 816 p.
11. Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations. II. Stiff and differential-algebraic problems. – Berlin: Springer, 2010. – xv+614 p.
12. Kunz O., Wagner W. The GERG-2008 wide range equation of state for natural gases and other mixtures: An expansion of GERG-2004 // J. Chem. Eng. Data. – 2012. – **57**, No. 11. – P. 3032–3091. – <https://doi.org/10.1021/je300655b>.
13. Marić I., Ivek I. Natural gas properties and flow computation // In: Natural Gas / Primoz Potocnik (ed.). – Rijeka: InTech, 2010. – 606 p. – (Chap. 21. – P. 501–530.) <http://www.intechopen.com/books/natural-gas/natural-gas-properties-and-flow-computation>.
14. Matheus J. H., Fink K. D. Numerical methods using Matlab. – New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2004. – viii+680 p.
15. Mohamadi-Baghmolaei M., Azin R., Osfouri S., Mohamadi-Baghmolaei R., Zarei Z. Prediction of gas compressibility factor using intelligent models // Natural Gas Industry **B**. – 2015. – **2**, No. 4. – P. 283–294. – <https://doi.org/10.1016/j.ngib.2015.09.001>.
16. Mora R. G., Hopkins P., Cote E. I., Shie T. Pipeline integrity management systems: A practical approach. – New York: ASME Press, 2016. – 350 p.
17. Murvay P.-S., Silea I. A survey on gas leak detection and localization techniques // J. Loss Prevent. Proc. – 2012. – **25**, No. 6. – P. 966–973. – <https://doi.org/10.1016/j.jlp.2012.05.010>.
18. Nouri-Borujerdi A. Transient modeling of gas flow in pipelines following catastrophic failure // Math. Comput. Model. – 2011. – **54**, No. 11–12. – P. 3037–3045. – <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2011.07.031>.
19. Shaw D., Phillips P., Baker R., Munoz E., Rehman H., Gibson C., Mayernik C. Leak detection study – DTPH56-11-D-000001: final report to U. S. Department of transportation pipeline and hazardous materials safety administration. – Worthington: Kiefner&Associates, Inc., 2012. – 281 p.
20. Sulaima M. F., Abdullah F., Jali M. H., Bukhari W. M., Nasir M. N. M., Baharom M. F. A feasibility study of internal and external based system for pipeline leak detection in upstream petroleum industry // Aust. J. Basic Appl. Sci. – 2014. – **8**, No. 3. – P. 204–210.
21. Ultrasonic flowmeters. FUS-LDS Leak detection system: Operating instructions. – Nürnberg: Siemens AG, August 2012. – 128 p. https://cache.industry.siemens.com/dl/files/989/23909989/att_99750/v1/FUS-LDS_manual_EN_A5E03687684-02.pdf.

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ТРУБОПРОВОДЕ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ЛОКАЛЬНОЙ УТЕЧКОЙ

Предложена математическая модель для описания переходных процессов течения газа в длинном трубопроводе, возникающих при его локальной разгерметизации. Исследования проведены в изотермическом приближении для разных моделей внешнего управления течением. На основе численно полученных решений соответствующих краевых задач динамики газа в трубопроводе исследованы параметры течения, которые можно определять эмпирически и использовать в качестве входных данных для обратных задач идентификации утечек из магистральных газопроводов.

Ключевые слова: уравнения динамики газа, длинные трубопроводы, управление течением газа, локальная разгерметизация, переходные процессы.

TRANSIENT PROCESSES OF GAS FLOW IN A PIPELINE CAUSED BY A LOCAL LEAKAGE

Mathematical model is proposed to describe the transient gas flow in a long pipeline caused by its local depressurization. The studies were carried out in the isothermal approximation for various models of external flow control. Based on the numerical solutions of the corresponding boundary-value problems of gas dynamics in the pipeline, the flow parameters that can be determined empirically and used as input data for inverse problems for leaks identifying in gas mains were studied.

Key words: equations of gas dynamics, long pipelines, gas flow control, local depressurization, transient processes.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
01.10.19