УДК 537.8+517.9+514.7

В. О. Пелих, Ю. В. Тайстра✉

ОСОБЛИВОСТІ КУТОВОГО РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ВІД ЧОРНОЇ ДІРИ КЕРРА

На основі розгляду алгебраїчно-спеціальних розв'язків рівнянь Максвелла в просторі-часі Керра отримано точні вирази для поляризаційних характеристик електромагнітних хвиль, випромінених з околу чорної діри, та виявлено асиметрію залежності кута еліптичності від полярного кута для фундаментальної моди та перших гармонік поляризованого випромінювання. Цим створено основу нового методу визначення власного кутового моменту чорної діри Керра. Вказано, що існування сингулярних точок розв'язку у локальному ортонормованому репері є наслідком теореми Пуанкаре – Броуера.

Ключові слова: *рівняння Максвелла, простір-час Керра, алгебраїчно-спеціальне поле, поляризаційний еліпс.*

Вступ. Останні чотири десятиліття були роками інтенсивного теоретичного вивчення процесів, пов'язаних із передбаченням, а в останні роки – з існуванням чорних дір. Спільною рисою цих досліджень є використання наближених методів, що пов'язано зі складністю основних рівнянь, які описують процеси в околі чорних дір, – сильною зв'язаністю систем рівнянь і їх нелінійністю. Зокрема, сильно зв'язаною, тобто і через другі похідні, є система рівнянь Максвелла у просторі-часі Керра, що є перешкодою для проведення якісного аналізу процесів на всіх інтервалах зміни параметрів і координат.

Для отримання її розв'язків в аналітичному вигляді використовуємо запропонований в [1] метод ізотропного репера Ньюмена – Пенроуза у його спінорній інтерпретації, виокремлюючи для розгляду клас алгебраїчно-спеціальних полів Максвелла як полів, головні ізотропні спінори яких узгоджено із кратними головними спінорами спінора Вейля. Такий підхід дозволив провести відокремлення або ж розщеплення (decoupling, splitting) рівнянь системи до не пов'язаних між собою та застосувати, на відміну від усіх інших досліджень у цьому напрямку, теорію рівнянь із частинними похідними першого порядку, уникнувши підвищення порядку рівнянь і застосування тотожностей Тюкольського – Старобінського. На цьому шляху було отримано загальний – у певному класі полів – розв'язок і розв'язки з відокремленими змінними [13], які описують поширення випромінювання, генерованого в околі чорної діри Керра. Цей підхід дозволяє дати повний якісний аналіз поведінки випромінювання на всіх інтервалах зміни параметрів і координат.

Метою цієї роботи є отримання на основі вказаного підходу висновків стосовно кутового розподілу потоку поляризованого електромагнітного випромінювання з околу чорної діри Керра.

1. Розв'язок з відокремленими змінними, що описує хвилі, випромінені з околу чорної діри Керра. Розглянемо частковий розв'язок рівнянь Максвелла у просторі-часі Керра, який описує вільні хвилі (pure radiation), випромінені з околу чорної діри Керра («вихідне» поле), і тому є ізотропним та однонапрямленим (one-way) полем (ОІП) з неперервним спектром. У спінорній базі, асоційованій з ізотропною тетрадою Ньюмена – Пенроуза за калібрування Кіннерслі, цей розв'язок визначається компонентою спінора Максвелла $\varphi_2(t, r, \theta, \phi)$, яка набуває вигляду [2, 13]

✉ ythelloworld@gmail.com

$$\varphi_2 = \frac{C_m(\omega)}{(r - ia\cos\theta)\sin\theta} e^{i\omega\eta_1 + im\eta_2} e^{-a\omega\cos\theta} \left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^m,$$

$$\eta_1 = t - r - M\ln\Delta - \frac{M^2}{\sqrt{M^2 - a^2}} \ln\left(\frac{r - r_+}{r - r_-}\right),$$

$$\eta_2 = \phi - \frac{a}{2\sqrt{M^2 - a^2}} \ln\left(\frac{r - r_+}{r - r_-}\right), \qquad (1)$$

де $C_m(\omega)$ – довільна комплексна стала, $C_m(\omega) = c_1 + ic_2$; t, r, θ, ϕ – координати Бойєра – Ліндквіста, $-\infty < t < \infty$, $r_+ < r < \infty$, $0 < \theta < \pi$, $0 \le \phi < 2\pi$; $r_\pm = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}$ – відповідно, зовнішній і внутрішній горизонти подій; M, a – маса та питомий кутовий момент чорної діри Керра; $\omega \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}$ – частота та кутовий момент електромагнітної хвилі; $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2$.

Тензор Максвелла F_{ab}, що відповідає цьому розв'язку, у глобальних координатах має такі компоненти:

$$F_{ab} = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & -\frac{a}{\Delta}P & -\frac{1}{\sin\theta}Q & P \\ \frac{a}{\Delta}P & 0 & \frac{\Sigma}{\Delta\sin\theta}Q & -\frac{r^2+a^2}{\Delta}P \\ \frac{1}{\sin\theta}Q & -\frac{\Sigma}{\Delta\sin\theta}Q & 0 & -aQ\sin\theta \\ -P & \frac{r^2+a^2}{\Delta}P & aQ\sin\theta & 0 \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

де

$$P = (c_1\sin(\omega\eta_1 + m\eta_2) + c_2\cos(\omega\eta_1 + m\eta_2))e^{-a\omega\cos\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^m,$$

$$Q = (c_1\cos(\omega\eta_1 + m\eta_2) - c_2\sin(\omega\eta_1 + m\eta_2))e^{-a\omega\cos\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^m,$$

$$\Sigma = r^2 + a^2\cos^2\theta.$$

Залежність від ω, а також індекса m при константах c_1, c_2 опущено для компактнішого запису.

У кутовому рівнянні Тюкольського точки $\theta = 0$ і $\theta = \pi$ є регулярними сингулярними точками. Старобінський [3], Тюкольський [14], Старобінський і Чурілов [4] та Чандрасекар [7] виключали з розгляду кутового рівняння розв'язки із особливостями. Це дозволило Тюкольському збудувати глобальний розв'язок у вигляді розвинення за сфероїдними гармоніками, використаний згодом багатьма авторами для вивчення процесу супервипромінювання, але не цілком придатний для точного якісного аналізу інших аспектів впливу гравітаційного поля на електромагнітне чи інші поля.

Природа сингулярності у точках $\theta = 0$ і $\theta = \pi$ кутового рівняння на осі обертання є відносно добре відомою. Особливість на півосі $\theta = 0$ як у розв'язку Керра, так і у розв'язках рівнянь полів на фоні простору Керра є наслідком використання системи координат Бойєра – Ліндквіста, яка узагальнює на простір Керра сферичну систему координат з її особливістю на півосі $\theta = 0$. Оскільки у розв'язку Керра при $r = 0$ метрика не перестає бути визначеною, допустимими є і значення $r < 0$, тому у рівняннях виникає додаткова особлива піввісь $\theta = \pi$. Проте особливості на осі обертання ані метричного тензора простору Керра, ані розв'язків рівнянь електромагнітного поля на фоні простору Керра не мають інваріантного характеру − на ній єдиний інваріант геометрії Керра і інваріанти електромагнітного поля не мають особливостей, а метрична квадратична форма аналітично продовжується на неї (за винятком точок на горизонті). Конструктивно особливості на осі метрики Керра в координатах Бойєра − Ліндквіста усуваються переходом до координат Керра − Шілда [6].

Тривіальність неінваріантного (координатного) характеру особливостей на осі у розв'язках рівнянь Максвелла і, тим самим, фізична змістовність розв'язків, неодноразово підкреслювалась, починаючи, наскільки нам відомо, з Картера [6], підтверджувалася Коннорсом, Піраном і Старком [8], Фроловим і Зельніковим [9], Єзєрським і Смолкою [10].

У роботі [11] Менон, розвиваючи модель Бленфорда − Знаєка, яка ґрунтується на безсиловій електродинаміці, підкреслив фізичну змістовність локальних розв'язків, визначених скрізь поза віссю симетрії чорної діри Керра, та використав їх. Такий же підхід застосовується авторами і інших досліджень моделі Бленфорда − Знаєка.

Існування регулярної сингулярності на осі не є перешкодою також для числового знаходженні власних значень кутового рівняння Чандрасекара − Пейджа, яке описує поведінку поля Дірака в околі чорної діри Керра скрізь, за винятком малих областей біля полюсів, визначених умовами $\theta_{\min} = 10^{-6} \div 10^{-9}$ та $\pi - \theta_{\min} = \pi - \left(10^{-6} \div 10^{-9}\right)$ [12].

До цього часу залишалось нез'ясованим питання про те, чи не може бути свідченням нефізичності алгебраїчно-спеціальних розв'язків рівнянь Максвелла (і Дірака) існування особливості на полюсах у визначених цими розв'язками фізично вимірюваних величинах, тобто визначених не відносно глобальної системи координат, а відносно локальної ортонормованої бази. Це питання з'ясуємо при розгляді ортонормованої тетради Кіннерслі.

2. Компоненти поля у ортонормованій тетраді Кіннерслі. Для отримання величин, які зіставлятимуться зі спостережуваними даними, необхідно «спроектувати» тензор на локальну систему відліку спостерігача, яка геометрично задається локальною ортонормованою базою. Отримані компоненти тензора в локальній системі відліку спостерігача називають *фізичними компонентами поля* [5].

На основі ізотропної тетради Кіннерслі

$$e^a_{(0)} = 1/\sqrt{2}\left(\ell^a + n^a\right),$$

$$e^a_{(1)} = 1/\sqrt{2}\left(\ell^a - n^a\right),$$

$$e^a_{(2)} = 1/\sqrt{2}\left(m^a + \bar{m}^a\right),$$

$$e^a_{(3)} = i/\sqrt{2}\left(m^a - \bar{m}^a\right)$$

виберемо локальну систему відліку спостерігача і назвемо її *локальною ортонормованою тетрадою Кіннерслі* (ЛОТК):

$$e^a_{(0)} = \left[\left(r^2 + a^2\right)\left(\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{2\Sigma}\right), 1 - \frac{\Delta}{2\Sigma}, 0, a\left(\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{2\Sigma}\right)\right],$$

$$e^a_{(1)} = \left[\left(r^2 + a^2\right)\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{2\Sigma}\right), 1 + \frac{\Delta}{2\Sigma}, 0, a\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{2\Sigma}\right)\right],$$

$$e^a_{(2)} = \left[\frac{a^2 \sin\theta\cos\theta}{\Sigma}, 0, \frac{r}{\Sigma}, \frac{a\cos\theta}{\Sigma\sin\theta}\right],$$

$$e^a_{(3)} = \left[-\frac{ar\sin\theta}{\Sigma}, 0, \frac{a\cos\theta}{\Sigma}, -\frac{r}{\Sigma\sin\theta}\right]. \tag{3}$$

Як бачимо, векторні поля $e^a_{(2)}$ та $e^a_{(3)}$ (3) належать до нетривіального векторного розшарування TS^2 на топологічній сфері, тому, за теоремою Пуанкаре – Броуера, існує точка, в якій орторепер буде виродженим, а вимірювані величини у ньому – невизначеними. Таким чином, сингулярності у розв'язках рівнянь Максвелла мають координатний і топологічний характер, тому самі розв'язки, хоча не є глобально визначеними, мають фізичний зміст скрізь поза особливими точками, і їх розгляд дає можливість отримати висновки стосовно впливу гравітаційного поля на поля, що не є алгебраїчно-спеціальними.

Фізичні компоненти поля Максвелла $E_{\hat{1}}$, $E_{\hat{2}}$ в ЛОТК пов'язані з компонентою φ_2 у спіновій діаді таким співвідношенням:

$$\varphi_2 = -E_{\hat{1}} - iE_{\hat{2}}. \tag{4}$$

Зі співвідношення (4) з використанням отриманого авторами у [2] розв'язку з відокремленими змінними отримуємо локальні складові напруженості електричного поля $E_{\hat{1}}$, $E_{\hat{2}}$, визначені скрізь поза віссю обертання:

$$E_{\hat{1}} = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}\,\frac{e^{-a\omega\cos\theta}}{\sqrt{\Sigma}\sin\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^m \times$$
$$\times \sin\left(\omega\eta_1 + m\eta_2 - \mathrm{arctg}\left(\frac{c_1}{c_2}\right) + \mathrm{arctg}\left(\frac{a\cos\theta}{r}\right)\right),$$

$$E_{\hat{2}} = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}\,\frac{e^{-a\omega\cos\theta}}{\sqrt{\Sigma}\sin\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^m \times$$
$$\times \cos\left(\omega\eta_1 + m\eta_2 - \mathrm{arctg}\left(\frac{c_1}{c_2}\right) + \mathrm{arctg}\left(\frac{a\cos\theta}{r}\right)\right).$$

Константи c_1, c_2 визначають енергію випроміненої хвилі. Амплітуди $E_{0\hat{1}}$, $E_{0\hat{2}}$ компонент $E_{\hat{1}}$, $E_{\hat{2}}$ однакові, різниця фаз становить $\pi/2$, тому хвиля є циркулярно-поляризованою. Знак перед ω визначає поляризацію хвилі: при знакові « + » хвиля має праву кругову поляризацію, при « – » – ліву.

У роботі [13] вивчено властивості часткових розв'язків на полюсах залежно від значень азимутального власного числа.

Обчислимо параметри Стокса випроміненої хвилі:

$$S_0 = E_{0\hat{1}}^2 + E_{0\hat{2}}^2 = 2(c_1^2 + c_2^2)\frac{e^{-2a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin^2\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{2m},$$

$$S_1 = E_{0\hat{1}}^2 - E_{0\hat{2}}^2 = 0,$$

$$S_2 = 2E_{0\hat{1}}E_{0\hat{2}}\cos\delta = 0,$$

$$S_3 = 2E_{0\hat{1}}E_{0\hat{2}}\sin\delta = \pm 2(c_1^2 + c_2^2)\frac{e^{-2a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin^2\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{2m}. \tag{5}$$

Її кути еліптичності та орієнтації

$$\psi = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{S_2}{S_1} = 0,$$

$$\chi = \frac{1}{2}\arcsin\frac{S_3}{S_0} = \pm\frac{\pi}{4} \tag{6}$$

є постійними, що означає, що спостерігач бачить право- чи ліво-циркулярно поляризовану хвилю.

3. Поляризаційні властивості хвиль, що описуються алгебраїчно-спеціальним розв'язком. Оскільки вибране електромагнітне поле є пробним, система рівнянь Максвелла для ОІП є лінійною, її розв'язки можуть бути отримані як суперпозиція полів (1) з різними значеннями ω та m. Розглянемо суперпозицію полів однакової частоти правої і лівої циркулярних поляризацій у випадку. коли азимутальні числа є протилежними ($m_R = -m_L = m$):

$$\varphi_2^T = \varphi_2^R + \varphi_2^L, \tag{7}$$

де

$$\varphi_2^R = \frac{C_m(\omega)}{(r - ia\cos\theta)\sin\theta} e^{i\omega\eta_1 + im\eta_2} e^{-a\omega\cos\theta} \left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^m,$$

$$\varphi_2^L = \frac{D_m(\omega)}{(r - ia\cos\theta)\sin\theta} e^{-i\omega\eta_1 - im\eta_2} e^{a\omega\cos\theta} \left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{-m},$$

$$D_m(\omega) = d_1 + id_2.$$

Використовуючи (4) і (7), отримуємо

$$\varphi_2^R + \varphi_2^L = -E_{\hat{1}}^T - iE_{\hat{2}}^T$$

та

$$E_{\hat{1}}^T = B_1 \cos(\omega\eta_1 + m\eta_2 - \operatorname{arctg}(\gamma_1)),$$

$$E_{\hat{2}}^T = B_2 \cos(\omega\eta_1 + m\eta_2 - \operatorname{arctg}(\gamma_2)),$$

$$B_1 = \Big((c_1^2 + c_2^2)A_R^2\Sigma + (d_1^2 + d_2^2)A_L^2\Sigma +$$
$$+ 2A_R A_L\big((c_1 d_1 - c_2 d_2)(r^2 - a^2\cos^2\theta) - 2(c_1 d_2 + c_2 d_1) ra\cos\theta\big)\Big)^{1/2},$$

$$B_2 = \Big((c_1^2 + c_2^2)A_R^2\Sigma + (d_1^2 + d_2^2)A_L^2\Sigma -$$
$$- 2A_R A_L\big((c_1 d_1 - c_2 d_2)(r^2 - a^2\cos^2\theta) - 2(c_1 d_2 + c_2 d_1) ra\cos\theta\big)\Big)^{1/2},$$

$$\gamma_1 = \frac{\left(d_1 - c_1 \frac{A_R}{A_L}\right)\frac{a\cos\theta}{r} + d_2 - c_2\frac{A_R}{A_L}}{-\left(d_2 + c_2\frac{A_R}{A_L}\right)\frac{a\cos\theta}{r} + d_1 + c_1\frac{A_R}{A_L}},$$

$$\gamma_2 = \frac{\left(d_2 - c_2 \frac{A_R}{A_L}\right)\frac{a\cos\theta}{r} - d_1 + c_1\frac{A_R}{A_L}}{\left(d_1 + c_1\frac{A_R}{A_L}\right)\frac{a\cos\theta}{r} + d_2 + c_2\frac{A_R}{A_L}},$$

$$A_R = \frac{e^{-a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^m,$$

$$A_L = \frac{e^{a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{-m}.$$

Параметри Стокса утвореної хвилі мають вигляд

$$S_0 = 2\left((c_1^2 + c_2^2)\frac{e^{-2a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin^2\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{2m} + \right.$$

$$\left. + (d_1^2 + d_2^2)\frac{e^{2a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin^2\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{-2m}\right),$$

$$S_1 = \frac{4}{\Sigma^2\sin^2\theta}\left((c_1d_1 - c_2d_2)(r^2 - a^2\cos^2\theta) - 2(c_1d_2 + c_2d_1)ra\cos\theta\right),$$

$$S_2 = \frac{4}{\Sigma^2\sin^2\theta}\left((c_1d_2 + c_2d_1)(r^2 - a^2\cos^2\theta) + 2(c_1d_1 - c_2d_2)ra\cos\theta\right),$$

$$S_3 = 2\Sigma\left((c_1^2 + c_2^2)\frac{e^{-2a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin^2\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{2m} - \right.$$

$$\left. - (d_1^2 + d_2^2)\frac{e^{2a\omega\cos\theta}}{\Sigma\sin^2\theta}\left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{-2m}\right),$$

а її кути орієнтації та еліптичності є такими:

$$\psi = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{c_1d_2 + c_2d_1}{c_1d_1 - c_2d_2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{a\cos\theta}{r}\right), \tag{8}$$

$$\chi = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{\dfrac{c_1^2 + c_2^2}{d_1^2 + d_2^2}\left(\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{4m} e^{-4a\omega\cos\theta} - 1}{\dfrac{c_1^2 + c_2^2}{d_1^2 + d_2^2}\left(\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{4m} e^{-4a\omega\cos\theta} + 1}\right). \tag{9}$$

Залежність кута еліптичності (9) від θ визначається добутком степеневої функції з показником m та показникової, показник якої залежить від ω. Запишемо формули для кута еліптичності при $\theta \to 0$ і $\theta \to \pi$. Обмежимось розглядом випадків, коли $m = -1$, $m = 1$ та $m = 0$.

Випадок $m = 1$:

$$\chi|_{\theta\to 0} = -\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\frac{c_1^2 + c_2^2}{d_1^2 + d_2^2}e^{-2a\omega}\theta^2 + O(\theta^4),$$

$$\chi|_{\theta\to \pi} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\frac{d_1^2 + d_2^2}{c_1^2 + c_2^2}e^{-2a\omega}(\theta - \pi)^2 + O((\theta - \pi)^4).$$

Випадок $m = -1$:

$$\chi|_{\theta\to 0} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\frac{d_1^2 + d_2^2}{c_1^2 + c_2^2}e^{2a\omega}\theta^2 + O(\theta^4),$$

$$\chi|_{\theta\to \pi} = -\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\frac{c_1^2 + c_2^2}{d_1^2 + d_2^2}e^{2a\omega}(\theta - \pi)^2 + O((\theta - \pi)^4).$$

Випадок $m = 0$:

$$\chi|_{\theta\to 0} = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{(c_1^2 + c_2^2)e^{-4a\omega} - d_1^2 - d_2^2}{(c_1^2 + c_2^2)e^{-4a\omega} + d_1^2 + d_2^2}\right) +$$

$$+ \frac{\sqrt{\dfrac{c_1^2 + c_2^2}{d_1^2 + d_2^2}}\, a\omega e^{-2a\omega}}{\left(\dfrac{c_1^2 + c_2^2}{d_1^2 + d_2^2}\right)e^{-4a\omega} + 1}\theta^2 + O(\theta^4),$$

$$\chi|_{\theta\to\pi} = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{(c_1^2+c_2^2)e^{4a\omega}-d_1^2-d_2^2}{(c_1^2+c_2^2)e^{4a\omega}+d_1^2+d_2^2}\right)-$$

$$-\frac{\sqrt{\dfrac{c_1^2+c_2^2}{d_1^2+d_2^2}}\,a\omega e^{2a\omega}}{\left(\dfrac{c_1^2+c_2^2}{d_1^2+d_2^2}\right)e^{4a\omega}+1}(\theta-\pi)^2+O\big((\theta-\pi)^4\big)\,.$$

Висновки. Розгляд алгебраїчно-спеціальних розв'язків рівнянь Максвелла у просторі Керра дозволяє отримати точні вирази для кутів еліптичності і поляризації хвилі, випроміненої з околу чорної діри, та виявляє асиметрію поведінки її кута еліптичності відносно екваторіальної площини, зумовлену впливом обертання чорної діри на власний кутовий момент хвилі. Відкриття цієї асиметрії створює основу нового методу визначення власного кутового моменту чорної діри Керра.

1. *Пелих В. О., Тайстра Ю. В.* Клас загальних розв'язків рівнянь Максвелла у просторі Керра // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2016. – **59,** № 1. – С. 48–57.
   Те саме: *Pelykh V. O., Taistra Yu. V.* A class of general solutions of the Maxwell equations in the Kerr space-time // J. Math. Sci. – 2018. – **229**, No. 2. – P. 162–173. – https://doi.org/10.1007/s10958-018-3668-5.
2. *Пелих В. О., Тайстра Ю. В.* Однонапрямлені ізотропні поля у просторі Керра // Укр. фіз. журн. – 2017. – **62**, № 11. – С. 1000–1006.
   – https://doi.org/10.15407/ujpe62.11.1007.
3. *Старобинский А. А.* Усиление волн при отражении от вращающейся «черной дыры» // Журн. эксперим. теорет. физики. – 1973. – **64**, № 1. – С. 48–57.
   Те саме: *Starobinskiĭ A. A.* Amplification of waves during reflection from a rotating “black hole” // Sov. Phys.–JETP. – 1973. – **37**, No. 1. – P. 28–32.
4. *Старобинский А. А., Чурилов С. М.* Усиление электромагнитных и гравитационных волн при рассеянии во вращающейся «черной дыре» // Журн. эксперим. теорет. физики. – 1974. – **65**, № 1. – С. 3–11.
   Те саме: *Starobinskiĭ A. A., Churilov S. M.* Amplification of electromagnetic and gravitational waves scattered by a rotating «black hole» // Sov. Phys.–JETP. 1974. – **38**, No. 1. – P. 1–5.
5. *Bardeen J. M., Press W. H., Teukolsky S. A.* Rotating black holes: Locally nonrotating frames, energy extraction, and scalar synchrotron radiation // The Astrophys. Journal. – 1972. – **178**. – P. 347–369.
6. *Carter B.* Global structure of the Kerr family of gravitational fields // Phys. Rev. – 1968. – **174**. – P. 1559–1571.
7. *Chandrasekhar S.* The mathematical theory of black holes. – New York: Oxford Univ. Press, 1983. – 668 p.
8. *Connors P. A., Piran, T., Stark R. F.* Polarization features of X-ray radiation emitted near black holes // The Astrophys. Journal. – 1980. – **235**. – P. 224–244.
9. *Frolov V. P., Zelnikov A.* Introduction to black hole physics. – Oxford Univ. Press, 2011. – 488 p.
10. *Jezierski J., Smolka T.* A geometric description of Maxwell field in a Kerr space-time // Class. Quantum Grav. – 2016. – **33**. – P. 125035.
11. *Menon G.* Force-free currents and the Newman-Penrose tetrad of a Kerr black hole: exact local solutions // Phys. Rev. **D**. – 2015. – **92**. – P. 024054.
12. *Neznamov V. P., Safronov I. I.* The effective method to calculate eigenvalues of Chandrasekhar-Page angular equations // Int. J. Modern Phys. **D**. – 2016. – **25**, No. 10. – P. 1650091.
13. *Pelykh V. O., Taistra Y. V.* Solution with separable variables for null one-way Maxwell field in Kerr space-time // Acta Physica Polonica B. Proceedings supplement. – 2017. –**10**, No. 2. – P. 387–390.
    – https://doi.org/10.5506/APhysPolBSupp.10.387.
14. *Teukolsky S. A.* Perturbations of a rotating black hole. I. Fundamental equations for gravitational, electromagnetic, and neutrino–field perturbations // The Astrophys. Journal. – 1973. – **185**. – P. 635–648. – https://doi.org/10.1086/152444.

ОСОБЕННОСТИ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ КЕРРА

На основе рассмотрения алгебраически-специальных решений уравнений Максвелла в пространстве-времени Керра получены точные выражения для поляризационных характеристик электромагнитных волн, излученных в окрестности черной дыры, и выявлена асимметрия зависимости угла эллиптичности от полярного угла для фундаментальной моды и первых гармоник поляризованного излучения. Этим создана основа нового метода определения собственного углового момента черной дыры Керра. Указано, что существование сингулярных точек решения в локальном ортонормированном репере является следствием теоремы Пуанкаре – Броуэра.

Ключевые слова: *уравнения Максвелла, пространство-время Керра, алгебраически-специальное поле, поляризационный эллипс.*

PECULIARITIES OF ANGULAR DISTRIBUTION OF ELECTROMAGNETIC RADIATION FROM THE KERR BLACK HOLE

Based on the consideration of algebraically-special solutions of Maxwell's equations in Kerr space-time, exact expressions for the polarization characteristics of electromagnetic waves emitted from the vicinity of a black hole are obtained. The asymmetry of the dependence of the ellipticity angle on the polar angle for the fundamental mode and the first harmonics of polarized radiation is revealed. This created the basis for a new method for determining the intrinsic angular momentum of a Kerr black hole. It is stated that the existence of singular points of a solution in a local orthonormal frame is a consequence of the Poincare – Brouwer theorem.

Key words: *the Maxwell equations, Kerr space-time, algebraically-special field, polarization ellipse.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
01.12.19