УДК 512.813: 517.957.6

В. М. Федорчук[✉], В. І. Федорчук

ПРО СИМЕТРІЙНУ РЕДУКЦІЮ (1+3)-ВИМІРНОГО НЕОДНОРІДНОГО РІВНЯННЯ МОНЖА – АМПЕРА ДО АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Здійснено симетрійну редукцію (1+3)*-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера до алгебраїчних рівнянь. Наведено деякі результати, отримані з використанням класифікації тривимірних неспряжених підалгебр алгебри Лі групи Пуанкаре* $P(1,4)$.

Ключові слова: *симетрійна редукція, неоднорідне рівняння Монжа – Ампера, класифікація алгебр Лі, неспряжені підалгебри алгебр Лі, група Пуанкаре* $P(1,4)$.

Диференціальні рівняння є одним із основних інструментів для побудови математичних моделей процесів, які відбуваються в навколишньому світі. У багатьох випадках побудовані диференціальні рівняння мають нетривіальну симетрію. Для дослідження таких рівнянь можна, зокрема, використовувати класичний метод Лі – Овсяннікова [1, 17]. Із застосуванням цього підходу можна, зокрема, проводити симетрійну редукцію і будувати класи інваріантних розв'язків рівнянь, що досліджуються (див. [1, 9, 10, 13, 17, 18, 19], а також цитовану там літературу).

Для класифікації симетрійних редукцій та інваріантних розв'язків диференціальних рівнянь з нетривіальною симетрією авторами запропоновано [11] використовувати структурні властивості низькорозмірних неспряжених підалгебр того самого рангу алгебр Лі груп симетрії досліджуваних рівнянь.

При розв'язуванні різноманітних задач геометрії, геометричного аналізу, теорії струн, космології, геометричної оптики, оптимального переносу, одновимірної газової динаміки, метеорології та океанографії отримуються рівняння Монжа – Ампера в просторах різних вимірностей і різних типів. На сьогодні опубліковано значну кількість робіт, присвячених дослідженню таких рівнянь, зокрема [2, 7, 8, 14–16, 20–23] (див. також цитовану там літературу).

Пропонована робота присвячена вивченню взаємозв'язку структурних властивостей тривимірних неспряжених підалгебр [3] алгебри Лі групи $P(1,4)$, типів симетрійних редукцій та інваріантних розв'язків для (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера.

Внаслідок проведення симетрійної редукції досліджуваного рівняння отримали такі редуковані рівняння:

- алгебраїчні рівняння,
- лінійні звичайні диференціальні рівняння (ЗДР) першого порядку,
- нелінійні ЗДР першого порядку,
- нелінійні ЗДР другого порядку,
- диференціальні рівняння із частинними похідними.

Результати, що стосуються симетрійної редукції (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера до ЗДР першого порядку та його інваріантних розв'язків, можна знайти в [4, 12].

У цій роботі наведемо тільки отримані нами результати стосовно симетрійної редукції досліджуваного рівняння до алгебраїчних рівнянь. Для цього спочатку розглянемо деякі результати, що стосуються алгебри Лі групи $P(1,4)$ та її неспряжених підалгебр.

1. Алгебра Лі групи $P(1,4)$ та її неспряжені підалгебри. Група Пуанкаре $P(1,4)$ є групою поворотів і зсувів п'ятивимірного простору Мінков-

✉ vasfed@gmail.com

ського $M(1,4)$. Серед важливих для теоретичної і математичної фізики груп група $P(1,4)$ посідає особливе місце. Вона є найменшою групою, яка містить як підгрупи групи симетрії релятивістської фізики (група Пуанкаре $P(1,3)$) та нерелятивістської фізики (розширена група Галілея $\tilde{G}(1,3)$ [5]).

Алгебра Лі групи $P(1,4)$ задається 15-ма базисними елементами $M_{\mu\nu} = -M_{\nu\mu}$, $\mu,\nu = 0,1,2,3,4$, і P_μ, $\mu = 0,1,2,3,4$, які задовольняють комутаційні співвідношення

$$[P_\mu, P_\nu] = 0,$$

$$[M_{\mu\nu}, P_\sigma] = g_{\nu\sigma}P_\mu - g_{\mu\sigma}P_\nu,$$

$$[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho} + g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} - g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho},$$

де $g_{\mu\nu}$, $\mu,\nu = 0,1,2,3,4$, – метричний тензор з компонентами $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = -g_{44} = 1$ і $g_{\mu\nu} = 0$, якщо $\mu \neq \nu$.

У цій роботі розглядатимемо таке зображення [6] для алгебри Лі групи $P(1,4)$:

$$P_0 = \frac{\partial}{\partial x_0}, \quad P_1 = -\frac{\partial}{\partial x_1}, \quad P_2 = -\frac{\partial}{\partial x_2},$$

$$P_3 = -\frac{\partial}{\partial x_3}, \quad P_4 = -\frac{\partial}{\partial u}, \quad M_{\mu\nu} = x_\mu P_\nu - x_\nu P_\mu, \quad x_4 \equiv u.$$

Надалі перейдемо від $M_{\mu\nu}$ і P_μ до таких лінійних комбінацій:

$$G = M_{04}, \quad L_1 = M_{23}, \quad L_2 = -M_{13}, \quad L_3 = M_{12},$$

$$P_a = M_{a4} - M_{0a}, \quad C_a = M_{a4} + M_{0a}, \quad a = 1,2,3,$$

$$X_0 = \frac{P_0 - P_4}{2}, \quad X_k = P_k, \quad k = 1,2,3, \quad X_4 = \frac{P_0 + P_4}{2}.$$

Класифікацію всіх неспряжених підалгебр алгебри Лі групи $P(1,4)$ (вимірності яких не перевищують 3) в класи ізоморфних підалгебр проведено у праці [3]. Внаслідок виконаної класифікації встановлено, що тривимірні неспряжені підалгебри алгебри Лі групи $P(1,4)$ є таких типів: $3A_1$, $A_2 \oplus A_1$, $A_{3,1}$, $A_{3,2}$, $A_{3,3}$, $A_{3,4}$, $A_{3,6}$, $A_{3,7}^a$, $A_{3,8}$, $A_{3,9}$.

2. Про симетрійну редукцію (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера до алгебраїчних рівнянь. У цій роботі розглядаємо неоднорідне рівняння Монжа – Ампера вигляду

$$\det(u_{\mu\nu}) = \lambda(1 - u_\nu u^\nu)^3, \qquad \lambda \neq 0, \tag{1}$$

де

$$u = u(x), \qquad x = (x_0, x_1, x_2, x_3) \in M(1,3),$$

$$u_{\mu\nu} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_\mu \partial x_\nu}, \qquad u^\nu = g^{\nu\alpha}u_\alpha, \qquad u_\alpha \equiv \frac{\partial u}{\partial x_\alpha},$$

$$g_{\mu\nu} = (1,-1,-1,-1)\delta_{\mu\nu}, \qquad \mu,\nu,\alpha = 0,1,2,3,$$

$M(1,3)$ – (1+3)-вимірний простір Мінковського.

У 1983 р. В. І. Фущич і М. І. Сєров [6] вивчили симетрію і побудували багатопараметричні сім'ї точних розв'язків багатовимірного рівняння Монжа – Ампера. Із отриманих ними результатів, зокрема, випливає, що досліджуване неоднорідне рівняння (1) є інваріантним відносно групи $P(1,4)$.

Наведемо отримані нами результати, що стосуються симетрійної редукції досліджуваного рівняння до алгебраїчних рівнянь.

Підалгебри типу $3A_1$**.**

1. $\langle P_1 - \gamma X_3, \gamma > 0\rangle \oplus \langle P_2 - X_2 - \delta X_3, \delta \neq 0\rangle \oplus \langle X_4\rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0+u)^2 - (\gamma x_1 + \delta x_2 - x_3)(x_0+u) - \gamma x_1 = \varphi(\omega), \qquad \omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$\omega^4 + 2\omega^3 + (\delta^2 + \gamma^2 + 1)\omega^2 + 2\gamma^2\omega + \gamma^2 = 0.$$

Розв'язок (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера

$$(x_0+u)^4 + 2(x_0+u)^3 + (\delta^2+\gamma^2+1)(x_0+u)^2 + 2\gamma^2(x_0+u) + \gamma^2 = 0.$$

2. $\langle P_1 - \gamma X_3, \gamma > 0\rangle \oplus \langle P_2 - X_2\rangle \oplus \langle X_4\rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0+u)^2 - (\gamma x_1 - x_3)(x_0+u) - \gamma x_1 = \varphi(\omega), \qquad \omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$(\omega+1)(\gamma^2+\omega^2) = 0.$$

Розв'язки редукованого рівняння

$$\omega + 1 = 0, \qquad \gamma^2 + \omega^2 = 0.$$

Розв'язки (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера

$$x_0 + u + 1 = 0, \qquad (x_0+u)^2 + \gamma^2 = 0.$$

3. $\langle P_1\rangle \oplus \langle P_2 - X_2 - \delta X_3, \delta > 0\rangle \oplus \langle X_4\rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0+u) - \delta x_2 + x_3 = \varphi(\omega), \qquad \omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$(\omega+1)^2 + \delta^2 = 0.$$

Розв'язок (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера

$$(x_0+u+1)^2 + \delta^2 = 0.$$

Зауважимо, що ліві сторони анзаців ***1***, ***2***, ***3*** є поліномами від інваріанта $\omega = x_0 + u$.

4. $\langle P_1 - X_3\rangle \oplus \langle P_2\rangle \oplus \langle X_4\rangle$:

Анзац

$$x_3 - \frac{x_1}{x_0+u} = \varphi(\omega), \qquad \omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$\omega(\omega^2+1) = 0.$$

Розв'язки редукованого рівняння

$$\omega = 0, \qquad \omega^2 + 1 = 0.$$

Розв'язки (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера

$$x_0 + u = 0, \qquad (x_0 + u)^2 + 1 = 0.$$

5. $\langle P_3 - X_2 \rangle \oplus \langle X_1 \rangle \oplus \langle X_4 \rangle$:

Анзац

$$x_2 - \frac{x_3}{x_0 + u} = \varphi(\omega), \qquad \omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$\omega(\omega^2 + 1) = 0.$$

Розв'язки редукованого рівняння

$$\omega = 0, \qquad \omega^2 + 1 = 0.$$

Розв'язки (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа − Ампера

$$x_0 + u = 0, \qquad (x_0 + u)^2 + 1 = 0.$$

Підалгебри типу $A_{3,1}$.

1. $\langle 4X_4, P_1 - X_2 - \gamma X_3, P_2 + X_1 - \mu X_2 - \delta X_3, \gamma > 0, \delta \neq 0, \mu > 0 \rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0 + u)^2 - (\gamma x_1 + \delta x_2 - \mu x_3)(x_0 + u) + (\delta - \gamma\mu)x_1 - \gamma x_2 + x_3 = \varphi(\omega),$$

$$\omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$\omega^4 + 2\mu\omega^3 + (\delta^2 + \gamma^2 + \mu^2 + 2)\omega^2 + 2\mu(\gamma^2 + 1)\omega + (\delta - \gamma\mu)^2 + \gamma^2 + 1 = 0.$$

Розв'язок (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа − Ампера

$$(x_0 + u)^4 + 2\mu(x_0 + u)^3 + (\delta^2 + \gamma^2 + \mu^2 + 2)(x_0 + u)^2 +$$

$$+ 2\mu(\gamma^2 + 1)(x_0 + u) + (\delta - \gamma\mu)^2 + \gamma^2 + 1 = 0.$$

2. $\langle 4X_4, P_1 - X_2 - \gamma X_3, P_2 + X_1 - \mu X_2, \gamma > 0, \mu > 0 \rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0 + u)^2 - (\gamma x_1 - \mu x_3)(x_0 + u) - \gamma\mu x_1 - \gamma x_2 + x_3 = \varphi(\omega),$$

$$\omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$\omega^4 + 2\mu\omega^3 + (\gamma^2 + \mu^2 + 2)\omega^2 + 2\mu(\gamma^2 + 1)\omega + \gamma^2(\mu^2 + 1) + 1 = 0.$$

Розв'язок (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа − Ампера

$$(x_0 + u)^4 + 2\mu(x_0 + u)^3 + (\gamma^2 + \mu^2 + 2)(x_0 + u)^2 +$$

$$+ 2\mu(\gamma^2 + 1)(x_0 + u) + \gamma^2(\mu^2 + 1) + 1 = 0.$$

3. $\langle 4X_4, P_1 - X_2, P_2 + X_1 - \mu X_2 - \delta X_3, \delta > 0, \mu \neq 0 \rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0 + u)^2 - (\delta x_2 - \mu x_3)(x_0 + u) + \delta x_1 + x_3 = \varphi(\omega),$$

$$\omega = x_0 + u.$$

Редуковане рівняння

$$\omega^4 + 2\mu\omega^3 + (\delta^2 + \mu^2 + 2)\omega^2 + 2\mu\omega + \delta^2 + 1 = 0 .$$

Розв'язок (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа − Ампера

$$(x_0 + u)^4 + 2\mu(x_0 + u)^3 + (\delta^2 + \mu^2 + 2)(x_0 + u)^2 +$$

$$+ 2\mu(x_0 + u) + \delta^2 + 1 = 0 .$$

4. $\langle 4X_4, P_1 - X_2, P_2 + X_1 - \delta X_3, \delta > 0\rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0 + u)^2 - \delta x_2(x_0 + u) + \delta x_1 + x_3 = \varphi(\omega),$$

$$\omega = x_0 + u .$$

Редуковане рівняння

$$(\omega^2 + 1)(\omega^2 + \delta^2 + 1) = 0 .$$

Розв'язки редукованого рівняння

$$\omega^2 + 1 = 0, \qquad \omega^2 + \delta^2 + 1 = 0 .$$

Розв'язки (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа − Ампера

$$(x_0 + u)^2 + 1 = 0, \qquad (x_0 + u)^2 + \delta^2 + 1 = 0 .$$

5. $\langle 4X_4, P_1 - X_2 - \beta X_3, P_2 + X_1, \beta > 0\rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0 + u)^2 - \beta x_1(x_0 + u) - \beta x_2 + x_3 = \varphi(\omega),$$

$$\omega = x_0 + u .$$

Редуковане рівняння

$$(\omega^2 + 1)(\omega^2 + \beta^2 + 1) = 0 .$$

Розв'язки редукованого рівняння

$$\omega^2 + 1 = 0, \qquad \omega^2 + \beta^2 + 1 = 0 .$$

Розв'язки (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа − Ампера

$$(x_0 + u)^2 + 1 = 0, \qquad (x_0 + u)^2 + \beta^2 + 1 = 0 .$$

6. $\langle 4X_4, P_1 - X_2, P_2 + X_1 - \mu X_2, \mu \neq 0\rangle$:

Анзац

$$x_3(x_0 + u)^2 + \mu x_3(x_0 + u) + x_3 = \varphi(\omega),$$

$$\omega = x_0 + u .$$

Редуковане рівняння

$$\omega^2 + \mu\omega + 1 = 0 .$$

Розв'язок (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа − Ампера

$$(x_0 + u)^2 + \mu(x_0 + u) + 1 = 0 .$$

Зауважимо, що ліві сторони анзаців ***1***, ***2***, ..., ***6*** є поліномами від інваріанта

$$\omega = x_0 + u .$$

7. $\langle 2\mu X_4, P_3 - X_2, X_1 + \mu X_3, \mu > 0\rangle$:

Анзац

$$x_2 - \frac{x_3 - \mu x_1}{x_0 + u} = \varphi(\omega), \qquad \omega = x_0 + u .$$

Редуковане рівняння

$$\omega(\omega^2 + \mu^2 + 1) = 0 .$$

Розв'язки редукованого рівняння

$$\omega = 0, \qquad \omega^2 + \mu^2 + 1 = 0 .$$

Розв'язки (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера

$$x_0 + u = 0, \qquad (x_0 + u)^2 + \mu^2 + 1 = 0 .$$

Висновки. Встановлено взаємозв'язок між типами тривимірних неспряжених підалгебр алгебри Лі групи Пуанкаре $P(1,4)$ і симетрійними редукціями до алгебраїчних рівнянь для (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера. Наведено деякі інваріантні розв'язки досліджуваного рівняння.

Як вказано вище, тривимірні неспряжені підалгебри алгебри Лі групи $P(1,4)$ є таких типів [3]: $3A_1$, $A_2 \oplus A_1$, $A_{3,1}$, $A_{3,2}$, $A_{3,3}$, $A_{3,4}$, $A_{3,6}$, $A_{3,7}^a$, $A_{3,8}$, $A_{3,9}$.

Для (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера отримано редукції до алгебраїчних рівнянь для деяких неспряжених підалгебр двох типів: $3A_1$, $A_{3,1}$.

Побудовані нами розв'язки (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера є поліномами першого, другого та четвертого степенів від інваріанта $x_0 + u$.

1. *Овсянников Л. В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. – Москва: Наука, 1978. – 399 с.
   Те саме: *Ovsiannikov L. V.* Group analysis of differential equations. – New York etc.: Acad. Press, 1982. – xvi+416 p.
2. *Погорелов А. В.* Многомерная проблема Минковского. – Москва: Наука, 1975. – 95 с.
3. *Федорчук В. М., Федорчук В. І.* Про класифікацію низькорозмірних неспряжених підалгебр алгебри Лі групи Пуанкаре $P(1,4)$ // Симетрія і інтегровність рівнянь математичної фізики: Зб. праць Ін-ту математики НАН України / Відп. ред. А. Г. Нікітін. – 2006. – **3**, № 2. – С. 301–307.
4. *Федорчук В. М., Федорчук В. І.* Про редукцію (1+3)-вимірного неоднорідного рівняння Монжа – Ампера до диференціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку // Укр. мат. журн. – 2022. – **74**, № 3. – С. 418–426.
   – https://doi.org/10.37863/umzh.v74i3.6996.
5. *Фущич В. И., Никитин А. Г.* Симметрия уравнений квантовой механики. – Москва: Наука, 1990. – 400 с.
6. *Фущич В. И., Серов Н. И.* Симметрия и некоторые точные решения многомерного уравнения Монжа – Ампера // Докл. АН СССР. – 1983. – **273**, № 3. – С. 543–546.
7. *Хабиров С. В.* Применение контактных преобразований неоднородного уравнения Монжа – Ампера в одномерной газовой динамике // Докл. АН СССР. – 1990. – **310**, № 2. – С. 333–336.
   Те саме: *Khabirov S. V.* Application of contact transformations of the inhomogeneous Monge–Ampère equation in one-dimensional gas dynamics // Soviet Phys. Dokl. – 1990. – **35**, No. 1. – P. 29–30.
8. *Cullen M. J. P., Douglas R. J.* Applications of the Monge – Ampère equation and Monge transport problem to meteorology and oceanography // Proc. Conf. Mon-

ge – Ampère equation: Applications to geometry and optimization (Deerfield Beach, FL), 1997. – Contemp. Math., Vol. 226. – Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999. – P. 33–53.
9. *Fedorchuk V.* Symmetry reduction and exact solutions of the Euler – Lagrange – Born – Infeld, multidimensional Monge – Ampère and eikonal equations // J. Nonlinear Math. Phys. – 1995. – **2**, No. 3-4. – P. 329–333. – https://doi.org/10.2991/jnmp.1995.2.3-4.13.
10. *Fedorchuk V., Fedorchuk V.* Classification of symmetry reductions for the eikonal equation. – Lviv: Pidstryhach IAPMM of NAS of Ukraine, 2018. – 176 p.
11. *Fedorchuk V., Fedorchuk V.* On classification of symmetry reductions for partial differential equations // Некласичні задачі теорії диференціальних рівнянь: Зб. наук. праць, присвячений 80-річчю Б. Й. Пташника. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2017. – С. 241–255.
12. *Fedorchuk V. M., Fedorchuk V. I.* On symmetry reduction of the (1+3)-dimensional inhomogeneous Monge – Ampère equation to the first-order ODEs // Appl. Math. – 2020. – **11**, No. 11. – P. 1178–1195. – https://doi.org/10.4236/am.2020.1111080.
13. *Grundland A. M., Harnad J., Winternitz P.* Symmetry reduction for nonlinear relativistically invariant equations // J. Math. Phys. – 1984. – **25**, No. 4. – P. 791–806. – https://doi.org/10.1063/1.526224.
14. *Gutiérrez C. E., van Nguyen T.* On Monge – Ampère type equations arising in optimal transportation problems // Calcul. Var. Partial Differ. Equat. – 2007. – **28**, No. 3. – P. 275–316. – https://doi.org/10.1007/s00526-006-0045-x.
15. *Jiang F., Trudinger N. S.* On the second boundary value problem for Monge – Ampère type equations and geometric optics // Arch. Ration. Mech. Anal. – 2018. – **229**, No. 2. – P. 547–567. – https://doi.org/10.1007/s00205-018-1222-8.
16. *Kushner A., Lychagin V., Slovák J.* Lectures on geometry of Monge – Ampère equations with Maple // Nonlinear PDEs, their Geometry, and Applications / R. A. Kycia, M. Ulan, E. Schneider (Eds.). – Basel: Birkhäuser, 2019. – xvii+279 p. – (Chapt. 2. – P. 53–94.)
17. *Lie S.* Zur allgemeinen Theorie der partiellen Differentialgleichungen beliebiger Ordnung. – Leipzig: Berichte Sächs. Ges., 1895. – **47**. – S. 53–128.
18. *Nikitin A. G., Kuriksha O.* Invariant solutions for equations of axion electrodynamics // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. – 2012. – **17**, No. 12. – P. 4585–4601. – https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2012.04.009.
19. *Olver P. J.* Applications of Lie groups to differential equations. – New York: Springer–Verlag, 1986. – xxvi+497 p.
20. *Stępień Ł. T.* On some exact solutions of heavenly equations in four dimensions // AIP Advances. – 2020. – **10**. – Art. 065105. – https://doi.org/10.1063/1.5144327.
21. *Udrişte C., Bîlă N.* Symmetry group of Ţiţeica surfaces PDE // Balkan J. Geom. Appl. – 1999. – **4**, No. 2. – P. 123–140.
22. *Witten E.* Superstring perturbation theory via super Riemann surfaces: an overview // Pure Appl. Math. Quart. – 2019. – **15**, No. 1. – P. 517–607. – https://doi.org/10.4310/PAMQ.2019.v15.n1.a4.
23. *Yau Shing-Tung, Nadis Steve.* The shape of a life. One mathematician's search for the Universe's hidden geometry. – New Haven: Yale Univ. Press, 2019. – 328 p.

ON SYMMETRY REDUCTION OF THE (1+3)-DIMENSIONAL INHOMOGENEOUS MONGE – AMPÈRE EQUATION TO ALGEBRAIC EQUATIONS

The symmetry reduction of the (1+3)*-dimensional inhomogeneous Monge – Ampère equation to algebraic equations is carried out. Some results obtained by using the classification of three-dimensional nonconjugate subalgebras of the Lie algebra of the Poincaré group* $P(1,4)$ *are presented.*

Key words: *symmetry reduction, inhomogeneous Monge – Ampère equation, classification of the Lie algebras, nonconjugate subalgebras of the Lie algebras, the Poincaré group* $P(1,4)$.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
05.01.22