

ТРИЩИНА СКРУТУ В БІМАТЕРІАЛІ З РІЗНОТИПНИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ КОНТАКТУ НА ІНТЕРФЕЙСІ

Досліджено задачу про статичне навантаження пружного біматеріалу з двох півпросторів, послабленого внутрішньою круговою тріщиною скруту. Розглянуто випадки ідеального контакту на інтерфейсі та контакту через тонкий пружний податливий прошарок, який моделюється пружинними крайовими умовами. Задачу розв'язано методом граничних інтегральних рівнянь. Виконано аналіз залежностей статичних коефіцієнтів інтенсивності напружень в околі тріщини від крайових умов контакту на інтерфейсі, співвідношення жорсткостей матеріалів, глибини залягання дефекту та товщини прошарку.

Ключові слова: пружний біматеріал, тріщина скруту, пружинні крайові умови, статичний коефіцієнт інтенсивності напружень, метод граничних інтегральних рівнянь.

Широке використання композитних матеріалів ламінатної структури у промисловості продиктоване їхніми покращеними характеристиками міцності, надійністю та терміном експлуатації [13, 14]. Водночас встановлено, що в процесі обслуговування конструкцій з таких матеріалів відбуваються накопичення мікропошкоджень на інтерфейсних поверхнях із подальшим руйнуванням когезійних та клейових зв'язків на них. За додаткової наявності в тілах внутрішніх тонкостінних дефектів відбувається перерозподіл напружено-деформованого стану композитів, послаблення міцнісних параметрів та терміну роботи. Тому важливими є дослідження, спрямовані на аналіз взаємодії внутрішніх структурних дефектів з інтерфейсами за різнотипних форм (ідеального, неідеального) контакту на них [4]. Зазначену проблему частково можна вирішити шляхом розробки ефективних числових методів. Так, зокрема, в роботі [5] інтерфейсну тріщинувату зону замінено еквівалентним гомогенізованим ефективним середовищем, яке моделюється пружинними крайовими умовами. У подальшому вказану модель використано для дослідження характеристик хвильового поля у низькочастотному спектрі коливань [7, 8, 10]. Водночас впливу різнотипних умов контакту на інтерфейсній поверхні на інтенсивність напружень поблизу внутрішніх тріщин приділялося недостатньо уваги [3].

У розглядуваній роботі досліджено статичну взаємодію кругової тріщини скруту з інтерфейсною поверхнею для випадку півпросторів, що ідеально контактують, та за наявності тонкого податливого прошарку між ними. Задачу розв'язано методом граничних інтегральних рівнянь, який показав свою ефективність при дослідженні напружено-деформованого стану кусково-однорідних тіл із тріщинами [1, 11, 12, 15].

1. Постановка задачі. Розглянемо пружний біматеріал, який складається з двох ізотропних півпросторів A і B , матеріали яких характеризуються модулями зсуву G_D , коефіцієнтами Пуассона ν_D та густинами ρ_D , $D = A, B$. У нижньому півпросторі B розміщена дискова тріщина, яка займає плоску кругову область S радіуса a , паралельну до інтерфейсної поверхні S_0 і розташована на глибині d від неї (рис. 1). Протилежні поверхні тріщини S^\pm зазнають дії самозрівноважених крутних зусиль:

$$N_j^+(\mathbf{x}) = -N_j^-(\mathbf{x}) = (-1)^{j+1} \frac{x_{3-j}}{a} N_0, \quad j = 1, 2, \quad \mathbf{x} \in S, \quad N_0 = \text{const}, \quad N_3(\mathbf{x}) = 0.$$

✉ zvizloivan0@gmail.com

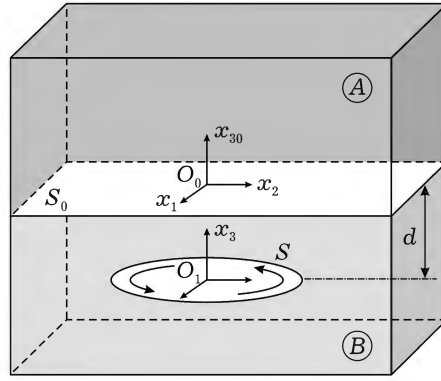


Рис. 1

Розглядаємо два випадки спряження півпросторів. У випадку *I* на поверхні S_0 поділу між півпросторами виконуються умови ідеального механічного контакту.

У випадку *II* півпростори контактують через тонкий податливий прошарок товщини h , матеріал якого характеризується модулем зсуву G_0 , $G_0 < G_D$. На інтерфейсній поверхні S_0 (серединній поверхні тонкого прошарку) вибираємо декартову систему координат $O_0 x_1 x_2 x_{30}$, а в площині розміщення тріщини вибираємо декартову систему координат $O_1 x_1 x_2 x_3$ таким чином, щоб область S дефекту (тріщини) містилася в площині $x_1 O_1 x_2$, а координатні осі x_{30} , x_3 лежали на одній прямій (рис. 1).

Задача про визначення напружено-деформованого стану біматеріалу з тріщиною під дією прикладених навантажень зводиться до розв'язання диференціальних рівнянь рівноваги відносно векторів переміщень

$$\Delta_3 \mathbf{u}^D = 0, \quad D = A, B, \quad (1)$$

з двома групами крайових умов. Перша група характеризує тип умов ідеального механічного контакту півпросторів на інтерфейсній поверхні S_0 . Так, умови контакту для випадку *I* мають вигляд

$$u_j^A(\mathbf{x}) = u_j^B(\mathbf{x}), \quad \sigma_{j3}^A(\mathbf{x}) = \sigma_{j3}^B(\mathbf{x}), \quad j = 1, 2, \quad \mathbf{x} \in S_0,$$

$$u_3^D(\mathbf{x}) = 0, \quad \sigma_{33}^D(\mathbf{x}) = 0. \quad (2)$$

Умови неідеального контакту через тонкий пружний податливий прошарок винесені на його серединну поверхню S_0 і описуються пружинними крайовими умовами [3], які постулюють лінійну залежність компонент напружень від різниці відповідних переміщень на поверхнях прошарку:

$$\sigma_{j3}^A(\mathbf{x}) = \sigma_{j3}^B(\mathbf{x}) = \frac{G_0}{h} \left[u_j^B(\mathbf{x}) - u_j^A(\mathbf{x}) \right], \quad j = 1, 2. \quad (3)$$

Другу групу крайових умов задачі задаємо в області S розміщення тріщини:

$$\sigma_{j3}^B(\mathbf{x}) = (-1)^{j+1} \frac{x_{3-j}}{a} N_0, \quad \mathbf{x} \in S. \quad (4)$$

Переміщення і напруження у півпросторі B спричинені зміщеннями точок протилежних поверхонь S^\pm тріщини та інтерфейсної поверхні S_0 (у півпросторі A – зміщеннями поверхні S_0). Тому переміщення вибираємо у вигляді інтегральних подань через класичний ньютонівський потенціал:

$$u_j^D(\mathbf{x}_0) = \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^D(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} + \delta_{DB} \frac{\partial}{\partial x_{310}} \iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_{10} - \boldsymbol{\xi}|},$$

$$j = 1, 2, \quad D = A, B, \quad (5)$$

де $|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + x_0^2}$ і $|\mathbf{x}_{10} - \boldsymbol{\xi}| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + x_{310}^2}$ – відстані між фіксованою точкою $\mathbf{x}_0(x_1, x_2, x_3)$ (відповідно $\mathbf{x}_{10}(x_1, x_2, x_{310})$, $x_{310} = d - x_{30}$) півпростору D та точкою $\boldsymbol{\xi}(\xi_1, \xi_2, 0)$ області інтегрування S_0 (відповідно S); δ_{DB} – символ Кронекера. Невідомі густини α_j^D , $D = A, B$, задані на інтерфейсній поверхні. Невідомі густини Δu_j характеризують стрибок зміщень відповідних точок протилежних поверхонь S^\pm трищини у напрямку координатних осей x_j . Підставивши (5) у співвідношення закону Гука, отримуємо інтегральні подання для напружень у півпросторах:

$$\sigma_{j3}^D(\mathbf{x}) = -G_D \Delta_2 \iint_{S_0} \alpha_j^D(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} - \delta_{DB} G_B \Delta_2 \iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_{10} - \boldsymbol{\xi}|},$$

$$j = 1, 2, \quad D = A, B, \quad (6)$$

де $\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$ – двовимірний оператор Лапласа.

Сформульовану крайову задачу розв'язуємо у два етапи. На першому етапі задовольняємо крайові умови на інтерфейсній поверхні S_0 . Підставивши подання (5), (6) для переміщень і напружень в умови (2), (3), крайові умови на інтерфейсі трансформуємо в систему двовимірних граничних інтегральних рівнянь (ГІР) вигляду

$$a_n \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^B(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} - a_n \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^A(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} -$$

$$- \delta_{nII} G_A \Delta_2 \iint_{S_0} \alpha_j^A(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} = a_n U_j^1(\mathbf{x}_0),$$

$$- G_B \Delta_2 \iint_{S_0} \alpha_j^B(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} + \delta_{nII} G_A \Delta_2 \iint_{S_0} \alpha_j^A(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} +$$

$$+ \delta_{nII} a_{II} \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^B(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} -$$

$$- \delta_{nII} a_{II} \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^A(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} = U_j^2 + \delta_{nII} a_{II} U_j^1,$$

$$n = I, II, \quad a_I = 1, \quad a_{II} = \frac{G_0}{h},$$

$$U_j^1 = - \frac{\partial}{\partial x_{310}} \iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_{10} - \boldsymbol{\xi}|}, \quad U_j^2 = G_B \Delta_2 \iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_{10} - \boldsymbol{\xi}|}. \quad (7)$$

Нагадаємо, що значення $n = I$ відповідає випадку ідеального механіч-

ного контакту півпросторів, $n = II$ – контакту через тонкий прошарок. Праві частини ГІР тимчасово вважаємо відомими.

Подівавши на інтегральні рівняння (7) двовимірним інтегральним перетворенням Фур'є за змінними x_1, x_2 , з урахуванням теореми про згортку отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно Фур'є-трансформант невідомих густин $\tilde{\alpha}_j^D$, $j = 1, 2$, $D = A, B$:

$$\begin{aligned} (\delta_{nI} + \delta_{nII} a_{II}) \tilde{\alpha}_j^B + (\delta_{nI} + \delta_{nII} (G_A \tau + a_{II})) \tilde{\alpha}_j^A &= \frac{1}{2\pi} (\delta_{nI} - \delta_{nII}) \tilde{U}_j^1, \\ (G_B \tau + \delta_{nII} a_{II}) \tilde{\alpha}_j^B + (-\delta_{nI} G_A \tau + \delta_{nII} a_{II}) \tilde{\alpha}_j^A &= \frac{1}{2\pi} (\tilde{U}_j^2 - \delta_{nII} \tilde{U}_j^1). \end{aligned} \quad (8)$$

Тут тількидою « $\tilde{\bullet}$ » позначено Фур'є-трансформанту відповідної функції. Розв'язками СЛАР (8) є

$$\tilde{\alpha}_j^B = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\Delta_n(\tau)} \left\{ b_1^n \tilde{U}_j^1 + \frac{b_2^n}{\tau} \tilde{U}_j^2 \right\}, \quad \tilde{\alpha}_j^A = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\Delta_n(\tau)} \left\{ b_3^n \tilde{U}_j^1 + \frac{b_4^n}{\tau} \tilde{U}_j^2 \right\}, \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} \Delta_I(\tau) &= G_A + G_B, & \Delta_{II}(\tau) &= G_A G_B \tau h + G_A G_0 + G_B G_0, \\ b_1^I &= G_A, & b_1^{II} &= G_A h, & b_2^{II} &= G_A \tau h + G_0, \\ b_3^I &= G_B, & b_3^{II} &= G_B h, & b_4^{II} &= -G_0, & b_2^I &= b_4^I = 1. \end{aligned}$$

Оригінали функцій α_j^D , $D = A, B$, визначаємо шляхом застосування оберненого двовимірного інтегрального перетворення Фур'є до їхніх зображень (9). Так, зокрема, для півпростору B з тріщиною отримаємо

$$\alpha_j^B(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{\Delta_n(\tau)} J_0(\tau |\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\eta}|) \{ \tau b_1^n U_j^1 + b_2^n U_j^2 \} d\tau dS_{\boldsymbol{\eta}}, \quad j = 1, 2, \quad (10)$$

де $J_0(y)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку дійсного аргументу y . Отримані вирази (10) встановлюють подання густин α_j^B через невідомі функції Δu_j стрибка зміщень поверхонь тріщини, які входять у структуру U_j^1, U_j^2 .

Наступний етап розв'язування задачі полягає у забезпеченні виконання крайових умов (4) в області розташування тріщини. Використавши вирази (10) і подання (6) для напружень, крайові умови (4) запишемо у вигляді системи двовимірних ГІР:

$$\begin{aligned} -G_B \Delta_2 \iint_{S_0} \alpha_j^B(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} - G_B \Delta_2 \iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} &= (-1)^{j+1} \frac{x_{3-j}}{a} N_0, \\ j &= 1, 2, \quad \mathbf{x} \in S. \end{aligned} \quad (11)$$

Недоліком наведених рівнянь є наявність інтегрування по безмежній області S_0 інтерфейсу. Скориставшись методикою [2] для обчислення кратних безмежних інтегралів, отримуємо

$$\iint_{S_0} \alpha_j^B(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\xi}|} = \iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \int_0^{\infty} \frac{\Omega_n(\tau)}{\Delta_n(\tau)} e^{-2d\tau} J_0(\tau |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|) d\tau dS_{\boldsymbol{\xi}}, \quad n = I, II,$$

де

$$\Omega_I(\tau) = G_B - G_A, \quad \Omega_{II}(\tau) = G_B G_A \tau h + G_B G_0 - G_A G_0,$$

$$|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}.$$

З огляду на співвідношення $\Delta_2 J_0(\tau|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|) = -\tau^2 J_0(\tau|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|)$, систему ГІР (11) запишемо в остаточному вигляді:

$$\iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^3} - \iint_S \Delta u_j(\boldsymbol{\xi}) \int_0^\infty \tau^2 \frac{\Omega_n}{\Delta_n} e^{-2d\tau} J_0(\tau|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|) d\tau dS_{\boldsymbol{\xi}} =$$

$$= \frac{1}{G_B} (-1)^j \frac{x_{3-j}}{a} N_0, \quad j = 1, 2, \quad n = I, II, \quad \mathbf{x} \in S. \quad (12)$$

Отримана система незв'язаних ГІР для відшукування невідомих функцій Δu_j зміщень поверхонь тріщини не містить інтегрування по безмежній області S_0 , що є істотним для використання числових методів. Наявність півбезмежного інтеграла враховує явище взаємодії дефекту з інтерфейсною поверхнею (тонким прошарком).

Ядра перших доданків ГІР (12) містять гіперсингулярності вигляду $|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^{-3}$. Регуляризацію ГІР проведено чисельно-аналітичним методом [12]. Невідомі густини Δu_j з урахуванням змикань поверхонь тріщини на її контурі вибрано у вигляді

$$\Delta u_j(\mathbf{x}) = \sqrt{a^2 - x_1^2 - x_2^2} \beta_j(\mathbf{x}),$$

де $\beta_j(\mathbf{x})$ – невідомі обмежені двічі неперервно диференційовні в області S функції. Тоді регулярний аналог ГІР (12) запишемо так:

$$\sum_{\ell=0}^2 \frac{1}{\ell!} \sum_{m=0}^{2-\ell} \frac{1}{m!} [I_{\ell m}(\mathbf{x}) - I_{\ell m}^\varepsilon(\mathbf{x})] \frac{\partial^{\ell+m} \beta_j(\mathbf{x})}{\partial x_1^\ell \partial x_2^m} +$$

$$+ \iint_{S^\varepsilon} \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \beta_j(\boldsymbol{\xi}) \frac{dS_{\boldsymbol{\xi}}}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^3} -$$

$$- \iint_S \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} \beta_j(\boldsymbol{\xi}) \int_0^\infty \tau^2 \frac{\Omega_n}{\Delta_n} e^{-2d\tau} J_0(\tau|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|) d\tau dS_{\boldsymbol{\xi}} =$$

$$= \frac{1}{G_B} (-1)^j \frac{x_{3-j}}{a} N_0, \quad \mathbf{x} \in S,$$

$$\begin{cases} I_{\ell m}(\mathbf{x}) \\ I_{\ell m}^\varepsilon(\mathbf{x}) \end{cases} = \begin{cases} S \\ S^\varepsilon \end{cases} \frac{(\xi_1 - x_1)^\ell (\xi_2 - x_2)^m}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^3} \sqrt{a^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2} dS_{\boldsymbol{\xi}}. \quad (13)$$

Інтеграли $I_{\ell m}(\mathbf{x})$ обчислюємо аналітично, а $I_{\ell m}^\varepsilon(\mathbf{x})$ – чисельно шляхом інтегрування по області S^ε , отриманій з S вилученням із неї кругової області як завгодно малого круга радіуса ε з центром у точці $\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}$. При чисельному розв'язуванні (13) область S у полярній системі координат покривали сіткою чотирикутних граничних елементів, у межах кожного з яких функції $\beta_j(\mathbf{x})$ приймаємо кусково-сталими. При цьому крок розбиття за радіальною координатою r становить $0.05a$, а за кутовою координатою

$\varphi - \pi/24$. Напівбезмежний інтеграл обчислюємо з використанням квадратур Лагерра. Рівняння (13) зводимо до розв'язування СЛАР відносно дискретних значень $\beta_j(\mathbf{x})$. За допомогою значень $\beta_j(\mathbf{x})$ на контурі тріщини визначаємо динамічний коефіцієнт інтенсивності напружень (ДКІН) поздовжнього зсуву як функцію кутової координати φ точки контуру тріщини:

$$K_{III}^d(\varphi) = -2G\pi\sqrt{\pi a} [\beta_1(a, \varphi) \sin \varphi - \beta_2(a, \varphi) \cos \varphi].$$

На рис. 2 показано залежності від глибини залягання тріщини d/a нормованих амплітуд ДКІН

$$\bar{K}_{III} = K_{III}^d / K_{III}^{\text{hom}}$$

у біматеріалі з півпросторів, що ідеально контактують, для різних значень параметрів контрастності жорсткостей матеріалів тіла $\bar{G} = G_B/G_A = 10, 5, 2, 0.5, 0.2, 0.1$. Тут $K_{III}^{\text{hom}} = (4/3)\sqrt{a/\pi} N_0$ – статичний КІН поздовжнього зсуву для кругової тріщини у безмежному однорідному тілі [9] під дією заданих на її поверхнях зусиль $N_j(\mathbf{x}) = (-1)^{j+1}(x_{3-j}/a)N_0$, $j = 1, 2$. Марковані колами, трикутниками та квадратами лінії описують розміщення тріщини відповідно в безмежному однорідному тілі і півпросторах з вільною та защемленою поверхнями.

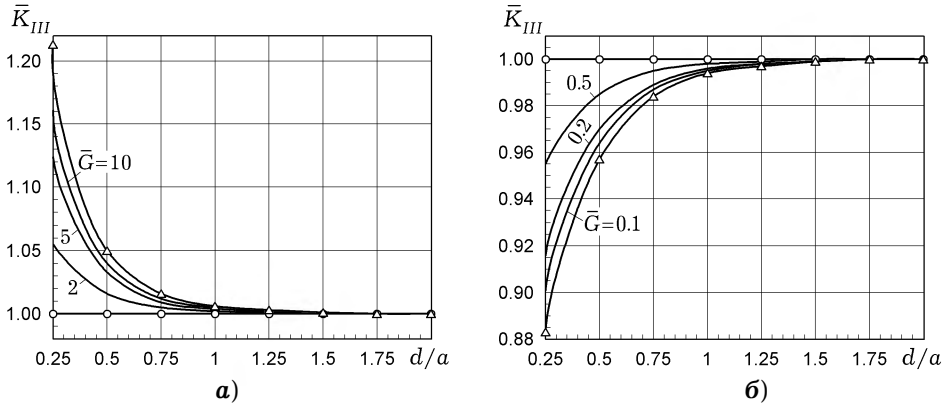


Рис. 2

Аналіз наведених графіків показує, що для тріщини у жорсткішій компоненті біматеріалу (рис. 2а, $\bar{G} = G_B/G_A > 1$) зростання контрастності жорсткостей матеріалів супроводжується збільшенням, а для тріщини у податливішій компоненті (рис. 2б, $\bar{G} < 1$) – зменшенням значень КІН \bar{K}_{III} . При цьому відповідні графіки обмежені зверху/знизу своїми аналогами для випадків безмежного однорідного тіла та півпростору. Збільшення глибини залягання дефекту супроводжується зменшенням значень КІН: для $d/a > 1.5$ впливом контрастності матеріалів можна знехтувати. Аналогічне явище раніше спостерігали для тунельної тріщини поздовжнього зсуву у біматеріалі з двох півплощин [6].

Криві на рис. 3 описують залежність КІН \bar{K}_{III} від глибини залягання тріщини d/a за наявності (суцільні лінії) та відсутності (штрихові лінії) тонкого прошарку між півпросторами для фіксованих значень $G_0/G_A = 0.05$, $h_0/a = 0.1$. Криві КІН \bar{K}_{III} побудовано для значень $\bar{G} = G_B/G_A = 10.0, 1.0, 0.1$. Штрихо-ва лінія при $\bar{G} = 1.0$ відповідає безмежному однорідному

тілу. Бачимо, що наявність тонкого податливого прошарку підсилює значення КІН, що свідчить про збільшення ймовірності підростання дефекту.

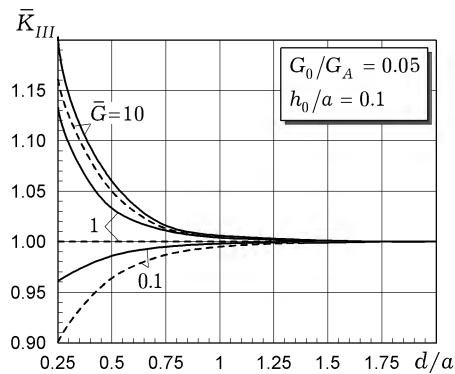


Рис. 3

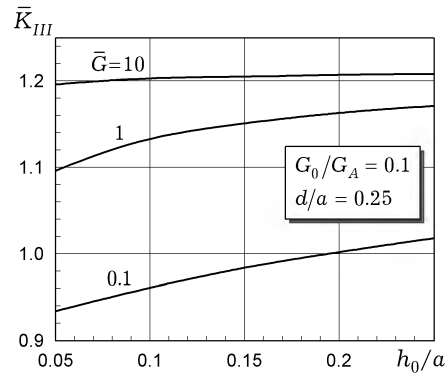


Рис. 4

На рис. 4 наведено залежності значень \bar{K}_{III} від параметра h_0/a товщини прошарку при фіксованих значеннях $G_0/G_A = 0.1$, $d/a = 0.25$. Як і на рис. 3, криві \bar{K}_{III} обчислено для значень $\bar{G} = 10.0, 1.0, 0.1$. Аналіз наведених графіків показує, що зростання товщини h_0/a податливого прошарку супроводжується збільшенням значень КІН. Зазначене явище більш відчутне для випадку розташування тріщини у податливішій компоненті біматеріалу $\bar{G} = 0.1$.

1. *Меньшиков В. О., Меньшиков О. В., Кладова О. Ю.* Міжматеріальна тріщина при навантаженні хвилею зсуву в умовах безфрикційного і фрикційного контакту берегів // Прикл. механіка. – 2022. – **58**, № 1. – С. 115–127.
Te same: *Men'shikov V. O., Men'shikov O. V., Kladova O. Yu.* Interfacial crack with frictionless and frictional contact of faces in a bimaterial under a shear wave // Int. Appl. Mech. – 2022. – **58**, No. 1. – P. 102–110.
– <https://doi.org/10.1007/s10778-022-01137-2>.
2. *Станкевич В. З.* Обчислення деяких двовимірних інтегралів, характерних для динамічних задач теорії тріщин в півбезмежному тілі // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1995. – Вип. 38. – С. 56–61.
Te same: *Stankevich V. Z.* Computation of certain double integrals that are characteristic of dynamic problems of the theory of cracks in a semi-infinite body // J. Math. Sci. – 1996. – **81**, No. 6. – P. 3048–3052.
– <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02362592>.
3. *Станкевич В. З., Бойко В. М., Терещак Ю. В.* Усталені коливання пружного біматеріалу з тонким податливим прошарком та круговою тріщиною // Фіз.-хім. мех. матеріалів. – 2022. – **58**, № 3. – С. 90–96
Te same: *Stankevych V. Z., Boiko V. M., Tereshchak Yu. V.* Steady vibrations of an elastic bimaterial with a thin compliant layer and a circular crack // Mater. Sci. – 2022. – **58**, No. 3. – P. 377–384.
– <https://link.springer.com/article/10.1007/s11003-023-00674-6>.
4. *Сулім Г. Т., Піскозуб Й. З.* Умови контактної взаємодії тіл (огляд) // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2004. – **47**, № 3. – С. 110–125.
5. *Baik J.-M., Thompson R. B.* Ultrasonic scattering from imperfect interfaces: A quasistatic model // J. Nondestr. Eval. – 1984. – **4**, No. 3-4. – P. 177–196.
– <https://doi.org/10.1007/BF00566223>.
6. *Bassani J. L., Erdogan F.* Stress intensity factors in bonded half planes containing inclined cracks and subjected to antiplane shear loading // Int. J. Fract. – 1979. – **15**, No. 2. – P. 145–158. – <https://doi.org/10.1007/BF00037830>.
7. *Golub M. V., Doroshenko O. V., Gu Y.* Effective boundary conditions and stochastic crack distribution for modelling guided waves scattering by a partially closed interfacial delamination in a laminate // Materials. – 2023. – **16**, No. 6. – Art. 2415.
– <https://doi.org/10.3390/ma16062415>.

8. Golub M. V., Fomenko S. I., Shpak A. N., Gu Y., Wang Y., Zhang Ch. Semi-analytical hybrid approach for modelling smart structures and guided wave-based SHM systems for a laminate with multiple delaminations and surface-mounted inhomogeneities // *Appl. Math. Model.* – 2023. – **120**. – P. 812–832.
– <https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.04.017>.
9. Kassir M. K., Sih G. C. Three-dimensional crack problems: a new selection of crack solutions in three-dimensional elasticity. – Leyden: Noordhoff Int. Publ., 1975. – xiv+452 p. – Ser. Mechanics of fracture. – Vol. 2.
10. Lekesiz H., Katsube N., Rokhlin S. I., Seghi R. R. Effective spring stiffness for a planar periodic array of collinear cracks at an interface between two dissimilar isotropic materials // *Mech. Mater.* – 2011. – **43**, No. 2. – P. 87–98.
– <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2010.12.004>.
11. Menshykov O. V., Menshykova M. V., Guz I. A. Boundary integral equations in the frequency domain for interface linear cracks under impact loading // *Acta Mechanica*. – 2020. – **231**, No. 8. – P. 3461–3471.
– <https://doi.org/10.1007/s00707-020-02743-2>.
12. Mykhas'kiv V., Stankevych V. Elastodynamic problem for a layered composite with penny-shaped crack under harmonic torsion // *Z. Angew. Math. Mech.* – 2019. – **99**, No. 5. – Art. e201800193. – <https://doi.org/10.1002/zamm.201800193>.
13. Öchsner A. Foundations of classical laminate theory. – Berlin: Springer, 2021. – 133 p.
14. Vasiliev V. V., Morozov E. V. Advanced mechanics of composite materials and structures. – Amsterdam: Elsevier, 2018. – 882 p.
15. Yang J. J., Liu J. Z., Sladek J., Sladek V., Wen P. H. Stress intensity factors and T -stresses by boundary integral equations: 3D statics // *Eng. Fract. Mech.* – 2021. – **256**. – Art. 107917. – <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2021.107917>.

TORSION CRACK IN A BIMATERIAL WITH DIFFERENT TYPES OF CONTACT BOUNDARY CONDITIONS ON INTERFACE

The problem of static loading of an elastic bimaterial from two half-spaces, weakened by an internal circular torsion crack, is investigated. The cases of perfect contact at the interface and contact through a thin elastic compliant layer modeled by spring boundary conditions, are considered. The problem is solved by the method of boundary integral equations. An analysis of the dependences of the static stress intensity coefficients in the neighborhood of the crack on the contact boundary conditions at the interface, the ratio of material stiffnesses, the depth of the defect and the thickness of the layer is performed.

Key words: elastic bimaterial, torsion crack, spring boundary conditions, static stress intensity factors, method of boundary integral equations.

Львів. нац. ун-т ім. Ів. Франка, Львів

Одержано
21.04.23