

РОЗРАХУНКОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУЙНІВНИХ ВИПРОБУВАНЬ РАКЕТНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Експериментальні дослідження механічної поведінки складних конструкцій є доволі обмеженими і надзвичайно коштовними, а застосування спрощених математичних моделей для оцінювання міцності та експлуатаційного ресурсу таких конструкцій може призводити до суттєвих помилок. Тому дослідження механічної поведінки з метою оцінювання руйнівних навантажень складних структурно-неоднорідних конструкцій ракетної техніки все частіше виконують на основі уточнених математичних моделей, які дають можливість урахувати складну форму конструкцій і нелінійну поведінку матеріалів. У роботі запропоновано уточнену математичну модель для визначення руйнівних навантажень за припущення, що переміщення і деформації є великими, а напруження істотно перевищують межу пластичності матеріалів. Задачу сформульовано в межах геометрично нелінійної пружнопластичності. Для її розв'язування використано метод скінченних елементів. На цій основі досліджено напружено-деформований стан бака паливного відсіку ракети за умов, що відповідають руйнівним випробуванням. Отримані значення руйнівних навантажень та області виникнення максимальних напружень у баку добре узгоджуються з результатами руйнівного натурного експерименту. Запропонована методологія дає можливість істотно скоротити кількість натурних експериментів, під час яких конструкцію доводять до руйнування.

Ключові слова: математичне та комп'ютерне моделювання, ракетна техніка, міцність, руйнування.

Програми дослідження механічної поведінки складних ракетних конструкцій до недавнього часу формувались переважно на основі результатів реальних натурних повномасштабних експериментів, руйнівних випробувань і тестів та відповідного адаптування числових результатів, отриманих у рамках спрощених математичних моделей (стрижнів, балок, пластин, оболонок тощо). Однак можливості дослідження поведінки конструкцій при повномасштабних випробуваннях є доволі обмеженими і надзвичайно затратними, а використання спрощених математичних моделей для дослідження міцності реальних конструкцій складної форми і структури часто приводить до неадекватних результатів. Тому дослідження механічної поведінки складних структурно-неоднорідних конструкцій все частіше виконують на основі уточнених просторових математичних моделей, що дає можливість урахувати реальну геометричну форму конструкції і, отже, точніше оцінити її міцність та виявити додатковий експлуатаційний ресурс, а також розробити рекомендації щодо оптимізації просторової структури матеріалів за міцнісними критеріями.

Крім геометричного аспекту, який передбачає виконання обчислень для тіл реальної просторової форми без використання спрощених інженерних розрахункових формул і гіпотез, уточнення методик має ще й фізичний аспект, пов'язаний з використанням розширених моделей опису механічної поведінки матеріалів, з яких виготовлено конструкції. У переважній більшості методик дослідження напружено-деформованого стану елементів конструкцій ґрунтуються на припущенні, що деформування є пружним. Однак за інтенсивних навантажень у конструкції можуть виникати значні пластичні деформації, ігнорування яких зумовлює істотні похибки при оцінці її міцності та експлуатаційного ресурсу.

✉ drobenko@ukr.net

Розв'язування складних нелінійних систем рівнянь таких математичних моделей потребує використання універсальних числових методів, найпоширенішим серед яких є метод скінченних елементів, який при визначенні механічних полів у реальних областях складної геометричної форми з урахуванням різного типу нелінійностей є потужним знаряддям дослідження механічної поведінки конструкцій [8, 9]. Переваги цього методу є особливо очевидними при розв'язуванні просторових нелінійних задач.

Розроблене програмне забезпечення для комп'ютерного моделювання процесів деформування складних структурно-неоднорідних конструкцій за комплексного навантаження на основі таких підходів дає змогу у стислі терміни проаналізувати механічну поведінку тієї чи іншої конструкції за реальних умов експлуатації, оптимізувати її форму і структуру щодо міцності та зменшити кількість затратних натурних експериментів, оскільки натурному випробуванню підлягають лише раціональні проекти, отримані в результаті комп'ютерного моделювання. Історія зародження і розвитку таких засобів для комп'ютерного моделювання процесів деформування складних конструкцій за комплексного навантаження, а також проблематика, яка потребує вирішення при їхній розробці, достатньо повно висвітлена в [5, 10].

У цій роботі розглянуто методика розрахункового моделювання руйнівних випробувань конструкцій ракет та ракет-носіїв і визначення руйнівних навантажень, а також зон їхнього можливого фактичного руйнування, в рамках загальної моделі геометрично нелінійного пружно-пластичного тіла [1–4, 6, 7] з використанням методу скінченних елементів. На цій основі створено відповідне програмне забезпечення, з використанням якого досліджено механічну поведінку бака паливного відсіку ракети за умов, які моделюють руйнівне випробування, визначено руйнівне навантаження і область ймовірного руйнування бака. Виконано порівняння результатів, отриманих шляхом комп'ютерного моделювання, з результатами натурального руйнівного випробування.

1. Формулювання задачі та методика її розв'язування. Розглянемо ракетну конструкцію як тверде деформівне тіло, що займає область V з неперервною за Ліпшицем поверхнею S і перебуває під впливом об'ємних f_i^B та поверхневих f_i^S сил, заданих відповідно в області V та на частині S_f поверхні S , переміщень u_i^S , заданих на частині S_u поверхні S ($S = S_f \cup S_u$, $S_f \cap S_u = \emptyset$). Ставимо задачу про визначення напруженого стану тіла, зумовленого цими впливами.

Оскільки під час інтенсивного руйнівного навантаження процес деформування є, як правило, нелінійним, відповідно до методики розв'язування нелінійних задач [5, 8–10] рух тіла розглядаємо у фіксованій декартовій системі координат *покроково*. Наближений розв'язок базових рівнянь, що описують рівновагу, побудуємо для дискретних моментів часу $t_{k+1} = t_k + \Delta t_k$, $k = 0, 1, \dots$

Розглянемо довільний черговий крок навантаження $[t, t + \Delta t]$. Відповідно до принципу віртуальних переміщень, тіло перебуває в стані рівноваги в момент часу $t + \Delta t$, якщо [5]

$$\int_{0V} {}^{t+\Delta t}_0 \sigma_{ij} \delta {}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij} d^0V = {}^{t+\Delta t}R, \quad (1)$$

де ${}^{t+\Delta t}_0 \sigma_{ij}$, ${}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij}$ – компоненти тензорів напружень Піоли – Кірхгофа 2-го роду та деформацій Гріна – Лагранжа, що відповідають накладеним на конфігурацію тіла в момент часу $t = t + \Delta t$ віртуальним переміщенням δu_i ,

які є функціями декартових координат ${}^{t+\Delta t}x_j$, ${}^{t+\Delta t}x_j = {}^0x_j + {}^{t+\Delta t}u_j$, матеріальної точки в момент часу $t = t + \Delta t$:

$${}^{t+\Delta t}R = \int_{{}^{t+\Delta t}V} {}^{t+\Delta t}f_i^B \delta u_i d {}^{t+\Delta t}V + \int_{{}^{t+\Delta t}S_f} {}^{t+\Delta t}f_i^S \delta u_i^S d {}^{t+\Delta t}S_f.$$

Тут 0V , ${}^{t+\Delta t}V$ – об'єм тіла відповідно в моменти часу $t = 0$ і $t = t + \Delta t$. За таких припущень деформації визначають через переміщення за допомогою співвідношення

$${}^t_0\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial {}^t_0u_i}{\partial {}^0x_j} + \frac{\partial {}^t_0u_j}{\partial {}^0x_i} + \frac{\partial {}^t_0u_k}{\partial {}^0x_i} \frac{\partial {}^t_0u_k}{\partial {}^0x_j} \right). \quad (2)$$

Зауважимо, що співвідношення між компонентами тензорів напружень Піоли – Кірхгофа ${}^t_0\sigma_{ij}$ та Коші ${}^t\tau_{nm}$ (сили віднесені до одиниці площі деформованого тіла) є таким:

$${}^t_0\sigma_{ij} = \frac{{}^0\rho}{{}^t\rho} \frac{\partial {}^0x_i}{\partial {}^tx_m} \frac{\partial {}^0x_j}{\partial {}^tx_n} {}^t\tau_{nm},$$

де ${}^0\rho$, ${}^t\rho$ – густина тіла у двох конфігураціях: при $t = 0$ і в момент часу t .

Усі базові величини у співвідношенні (1) віднесено до однієї і тієї ж (початкової) конфігурації тіла 0V . Це дає змогу подати шукані переміщення, деформації та напруження в момент часу $t = t + \Delta t$ через відомі їхні значення t_0u_i , ${}^t_0\epsilon_{ij}$, ${}^t_0\sigma_{ij}$ на початку розглядуваного кроку навантаження і відповідні прирости t_0u_i , ${}^t_0\epsilon_{ij}$, ${}^t_0\sigma_{ij}$ на цьому кроці:

$${}^{t+\Delta t}u_i = {}^t_0u_i + {}^t_0u_i, \quad {}^{t+\Delta t}{}_0\epsilon_{ij} = {}^t_0\epsilon_{ij} + {}^t_0\epsilon_{ij}, \quad {}^{t+\Delta t}{}_0\sigma_{ij} = {}^t_0\sigma_{ij} + {}^t_0\sigma_{ij}. \quad (3)$$

З урахуванням тривіального співвідношення ${}^t_0\epsilon_{ij} = {}^{t+\Delta t}{}_0\epsilon_{ij} - {}^t_0\epsilon_{ij}$ та подання ${}^{t+\Delta t}{}_0\epsilon_{ij}$ і ${}^t_0\epsilon_{ij}$ через переміщення отримуємо подання для компонент

$${}^t_0\epsilon_{ij} = {}^0e_{ij} + {}^0\eta_{ij}, \quad (4)$$

де лінійний, ${}^0e_{ij}$, та нелінійний, ${}^0\eta_{ij}$, доданки мають вигляд

$${}^0e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial {}^0u_i}{\partial {}^0x_j} + \frac{\partial {}^0u_j}{\partial {}^0x_i} + \frac{\partial {}^0u_k}{\partial {}^0x_i} \frac{\partial {}^0u_k}{\partial {}^0x_j} + \frac{\partial {}^0u_k}{\partial {}^0x_j} \frac{\partial {}^0u_k}{\partial {}^0x_i} \right), \quad (5)$$

$${}^0\eta_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial {}^0u_k}{\partial {}^0x_i} \frac{\partial {}^0u_k}{\partial {}^0x_j}. \quad (6)$$

Оскільки варіацію здійснюємо відносно конфігурації, що відповідає моменту часу $t = t + \Delta t$, то $\delta {}^t_0\epsilon_{ij} = 0$ і $\delta {}^{t+\Delta t}{}_0\epsilon_{ij} = \delta {}^t_0\epsilon_{ij}$. Вихідне рівняння принципу віртуальних переміщень (1) з урахуванням співвідношень (3) та (4) набуває такого вигляду:

$$\int_{{}^0V} {}^t_0\sigma_{ij} \delta {}^t_0\epsilon_{ij} d {}^0V + \int_{{}^0V} {}^t_0\sigma_{ij} \delta {}^0\eta_{ij} d {}^0V = {}^{t+\Delta t}R - \int_{{}^0V} {}^t_0\sigma_{ij} \delta {}^0e_{ij} d {}^0V. \quad (7)$$

Лінеаризуємо отримане рівняння (7). Врахуємо апроксимації для варіації деформацій, $\delta {}^t_0\epsilon_{ij} = \delta {}^0e_{ij}$, і для співвідношень між напруженнями та деформаціями

$${}^0\sigma_{ij} = {}^0C_{ijrs} {}^0e_{rs},$$

де ${}^0C_{ijrs} = \frac{\partial {}^t\sigma_{ij}}{\partial {}^t\epsilon_{rs}}$ – значення компонент тензора, який визначає залежність

напружень від деформацій в момент часу t . Тоді маємо

$$\begin{aligned} \int_{{}^0V} {}^0C_{ijrs} {}^0e_{rs} \delta_0 e_{ij} d^0V + \int_{{}^0V} {}^t\sigma_{ij} \delta_0 \eta_{ij} d^0V = \\ = {}^{t+\Delta t}R - \int_{{}^0V} {}^t\sigma_{ij} \delta_0 e_{ij} d^0V. \end{aligned} \quad (8)$$

Співвідношення (8) можна використати для визначення приростів переміщень на розглядуваному кроці навантаження, за допомогою яких далі можна оцінити переміщення, деформації і напруження у тілі в момент часу $t + \Delta t$. Наближення для переміщень у момент часу $t + \Delta t$ можна отримати просто додаючи накопичені прирости до переміщень в момент часу t , а наближення для деформацій – використовуючи доступні кінематичні співвідношення (2).

Оцінка напружень у тілі в момент часу $t + \Delta t$ залежить від специфіки конститутивних співвідношень між напруженнями і деформаціями.

Отримавши перші наближені оцінки для переміщень ${}^{t+\Delta t}u_i^{(1)}$, деформацій ${}^{t+\Delta t}\epsilon_{ij}^{(1)}$ і напружень ${}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}^{(1)}$ на розглядуваному кроці навантаження, можемо порівняти, наскільки віртуальна робота внутрішніх сил в момент часу $t + \Delta t$ відрізняється від роботи зовнішніх сил. Ця різниця і становитиме похибку лінеаризації вихідних співвідношень. На цій ітерації похибка має вигляд

$$Er = {}^{t+\Delta t}R - \int_{{}^0V} {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}^{(1)} \delta_0 \epsilon_{ij}^{(1)} d^0V. \quad (9)$$

Права частина (9) – це фактично міра *неврівноваженості* віртуальної роботи внутрішніх і зовнішніх сил, отримана з розв’язку лінеаризованої задачі. Щоб зменшити цю нерівноваженість, необхідно виконати аналогічний ітераційний крок і продовжувати обчислення доти, доки різниця між зовнішньою і внутрішньою віртуальними роботами не стане нехтовно малою.

Таким чином, рівняння, які необхідно розв’язувати повторно для $k = 1, 2, \dots$, мають вигляд

$$\begin{aligned} \int_{{}^0V} {}^0C_{ijrs}^{(k-1)} {}^0e_{rs}^{(k)} \delta_0 e_{ij} d^0V + \int_{{}^0V} {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}^{(k-1)} \delta_0 \eta_{ij}^{(k)} d^0V = \\ = {}^{t+\Delta t}R - \int_{{}^0V} {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij}^{(k-1)} \delta_0 \epsilon_{ij}^{(k-1)} d^0V. \end{aligned} \quad (10)$$

Переміщення за цих умов коригуємо в такий спосіб:

$${}^{t+\Delta t}u_i^{(k)} = {}^{t+\Delta t}u_i^{(k-1)} + \Delta u_i^{(k)}, \quad {}^{t+\Delta t}u_i^{(0)} = {}^t u_i. \quad (11)$$

Співвідношення (10), (11) відповідають ітераційному методу Ньютона – Рафсона.

Запишемо ключове рівняння (8) у зручному для чисельної реалізації матрично-векторному вигляді [5]:

$$\int_{{}^0V} \{\delta_0 \mathbf{e}\}^\top [{}^0\mathbf{C}] \{e_0\} d^0V + \int_{{}^0V} \{\delta_0 \mathbf{g}\}^\top [{}^t\mathbf{S}] \{g_0\} d^0V =$$

$$= {}^{t+\Delta t}R - \int_{0V} \{\delta_0 \mathbf{e}\}^\top \{{}_0^t \mathbf{S}\} d^0V + \int_{0V} \{\delta_0 \mathbf{e}\}^\top [{}_0 \mathbf{C}] \{{}_0 \mathbf{e}\} d^0V. \quad (12)$$

Тут компоненти тензорів деформацій і напружень зібрано у вектори:

$$\{\mathbf{e}\} = (e_{11}, e_{22}, e_{33}, 2e_{12}, 2e_{13}, 2e_{32})^\top,$$

$$\{\mathbf{g}\} = (\eta_{11}, \eta_{22}, \eta_{33}, 2\eta_{12}, 2\eta_{13}, 2\eta_{32})^\top,$$

$$\{{}_0^t \mathbf{S}\} = ({}^t\sigma_{11}, {}^t\sigma_{22}, {}^t\sigma_{33}, {}^t\sigma_{12}, {}^t\sigma_{13}, {}^t\sigma_{32})^\top.$$

Після підстановки кінематичних співвідношень (5) та (6) у (12) отримаємо лінеаризоване наближення для рівняння руху

$$\begin{aligned} & \int_{0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^\top [{}_0^t \mathbf{B}_L]^\top [{}_0 \mathbf{C}] [{}_0^t \mathbf{B}_L] \{{}_0 \mathbf{u}\} d^0V + \\ & + \int_{0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^\top [{}_0^t \mathbf{B}_{NL}]^\top \{{}_0^t \mathbf{S}\} [{}_0^t \mathbf{B}_{NL}] \{{}_0 \mathbf{u}\} d^0V = \\ & = {}^{t+\Delta t}R - \int_{0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^\top [{}_0^t \mathbf{B}_L]^\top \{{}_0^t \mathbf{S}\} d^0V + \\ & + \int_{0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^\top [{}_0^t \mathbf{B}_L]^\top [{}_0 \mathbf{C}] \{{}_0 \mathbf{e}\} d^0V, \end{aligned} \quad (13)$$

де $\{\delta_0 \mathbf{u}\} = ({}_0 u_1, {}_0 u_2, {}_0 u_3)^\top$ – вектор приростів переміщень на розглядуваному кроці навантаження; $[{}_0^t \mathbf{B}_L]$ і $[{}_0^t \mathbf{B}_{NL}]$ – матриці диференціальних операторів кінематичних співвідношень (5) і (6) відповідно; $[{}_0 \mathbf{C}]$ – матриця компонент тензора, який визначає залежність напружень від деформацій в момент часу t ,

$${}^{t+\Delta t}R = \int_{0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^\top \mathbf{f}^B d^0V + \int_{0S} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^\top \mathbf{f}^S d^0V.$$

Внаслідок стандартної скінченноелементної дискретизації області 0V і відповідної апроксимації шуканих приростів переміщень вузлів кожного з елементів за допомогою функцій форми [5, 10] ключове співвідношення (13) набуває вигляду

$$([\mathbf{K}_L] + [\mathbf{K}_{NL}])\{\mathbf{q}\} = {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{P}\} - \{\mathbf{F}\}, \quad (14)$$

де $\{\mathbf{q}\}$ – глобальний вектор вузлових невідомих, які дають змогу визначити прирости переміщень тіла. Матрично-векторні характеристики у рівнянні (13) отримуємо через підсумовування відповідних характеристик окремих скінченних елементів ${}^0V^e$:

$$[\mathbf{K}_L]^e = \int_{0V^e} [\mathbf{N}]^\top [{}_0^t \mathbf{B}_L]^\top [{}_0 \mathbf{C}] [{}_0^t \mathbf{B}_L] [\mathbf{N}] dv,$$

$$[\mathbf{K}_{NL}]^e = \int_{0V^e} [\mathbf{N}]^\top [{}_0^t \mathbf{B}_{NL}]^\top [{}_0^t \mathbf{S}] [{}_0^t \mathbf{B}_{NL}] [\mathbf{N}] dv,$$

$${}^{t+\Delta t}\{\mathbf{P}\}^e = \int_{0S^e} [\mathbf{N}]^\top {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}^S ds + \int_{0V^e} [\mathbf{N}]^\top {}^{t+\Delta t}\mathbf{f}^B dv,$$

$$\{\mathbf{F}\}^e = \int_{0V^e} [\mathbf{N}]^\top [{}_0^t \mathbf{B}_L] \{{}_0^t \mathbf{S}\} dv.$$

Тут $[\mathbf{N}]$ – матриця функцій форми [5, 10], які забезпечують сумісність деформацій при переході з одного скінченного елемента на інший.

Ітераційний процес побудови розв'язку нелінійної системи рівнянь (14) за методом Ньютона – Рафсона можна подати у вигляді трьох кроків [5].

Крок 1. На i -й ітерації маємо початкові наближення для переміщень ${}^{t+\Delta t}\mathbf{u}^{(i-1)}$, визначені зі скінченноелементного подання

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{u}^{(i-1)} = [\mathbf{N}] {}^t\{\mathbf{q}\}^{(i-1)}, \quad \{\mathbf{q}\}^{(0)} = {}^t\mathbf{u},$$

та деформацій ${}^{t+\Delta t}\epsilon^{(i-1)}$.

Крок 2. Відповідно до цих наближень обчислюємо ${}^{t+\Delta t}\sigma^{(i-1)}$ і визначаємо тангенціальну матрицю стану $[_0\mathbf{C}]^{(i-1)}$. Якщо на цьому кроці деформування є пружним, деформації ${}^{t+\Delta t}\epsilon^{(i-1)}$ дають змогу безпосередньо отримати напруження ${}^{t+\Delta t}\sigma^{(i-1)}$ і матрицю $[_0\mathbf{C}]^{(i-1)}$. За пружно-пластичного деформування маємо

$${}^{t+\Delta t}\sigma^{(i-1)} = {}^t\sigma + \int_t^{t+\Delta t} d\sigma.$$

Відповідно до отриманого наближення напружень ${}^{t+\Delta t}\sigma^{(i-1)}$ (в кінці $(i-1)$ -ї ітерації) обчислюємо матрицю $[_0\mathbf{C}]^{(i-1)}$.

Крок 3. Формуємо матричне рівняння

$$\left({}^{t+\Delta t}[\mathbf{K}_L] + {}^{t+\Delta t}[\mathbf{K}_{NL}] \right) \{\mathbf{q}\}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{P}\} - {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{F}\}^{(i-1)},$$

з якого визначаємо наближення приростів вузлових переміщень $\{\mathbf{q}\}^{(i)}$ на розглядуваному кроці навантаження, далі – наближення для переміщень вузлів

$${}^{t+\Delta t}\{\mathbf{q}\}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{q}\}^{(i-1)} + \{\mathbf{q}\}^{(i)},$$

переміщення ${}^{t+\Delta t}\mathbf{u}^{(i)}$ та деформації ${}^{t+\Delta t}\epsilon^{(i)}$. Після цього переходимо на **крок 1** ітераційного процесу (при $i = i + 1$). Продовжуємо обчислення на **кроках 1–3** на кроці навантаження $[t, t + \Delta t]$ до досягнення збіжності.

Проходячи крок за кроком весь процес навантаження, отримуємо історію зміни напружено-деформованого стану конструкції та оцінку її міцності, використовуючи відповідні критерії міцності [5], наприклад, критерій максимальних напружень, критерій Мізеса, критерій Треска тощо. На цій основі можна визначити навантаження, при якому деформування конструкції є пружним, а також навантаження, з якого починається пружно-пластичне деформування, або критичне навантаження, з якого починається руйнування конструкції.

На основі розглянутої методики створено відповідне програмне забезпечення для комп'ютерного моделювання руйнівних випробувань ракетних конструкцій, з використанням якого змодельовано процес руйнівного випробування бака паливного відсіку ракети.

2. Числові результати. З використанням технічної документації побудовано розрахункову область, яку займає конструкція, за технологією «знизу догори», тобто від побудови точок, ліній та областей.

Розглядувану конструкцію утворюють сферичний бак окислювача з циліндричною вставкою і паливний бак конусоподібного вигляду (рис. 1). Обидві складові мають змінну товщину.

Як вхідну інформацію використано експериментальні криві деформування матеріалів, з яких виготовлено конструкцію. Сферично-циліндричну складову бака виготовлено з матеріалу, межа міцності якого становить

3200 кгс/см². Конусоподібну складову бака виготовлено з дещо міцнішого матеріалу, межа міцності якого дорівнює 3800 кгс/см². Розпірні шпангоути, які поєднують різні конструкційні складові бака, виготовлено з матеріалу, межа міцності якого дорівнює 4000 кгс/см². Матеріали розглядаємо як пружно-пластичні з ізотропним зміцненням. Криві деформування задаємо поточною у вигляді інтерполяційних сплайнів [2, 4].

Фактичне навантаження бака паливного відсіку під час руйнівних випробувань здійснюють поетапно до досягнення фактичного руйнування бака. Конструкцію навантажують внутрішнім тиском p_0 у частині окислювача (у сферично-циліндричній складовій) і p_1 – у частині конусоподібного бака палива, як це схематично показано на рис. 2. На кожному етапі навантаження тиски повільно зростають. Наприкінці кожного етапу значення тисків фіксують на певний час (відповідно до табл. 1).

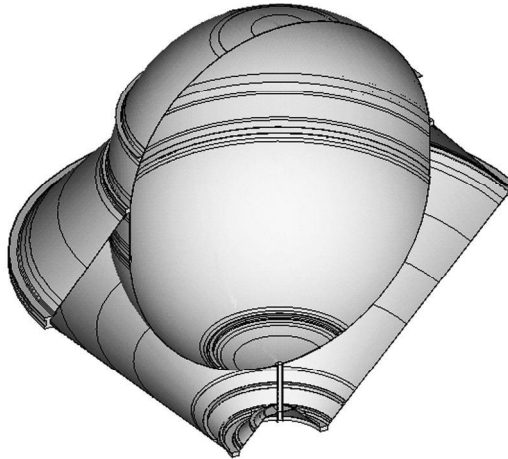


Рис. 1

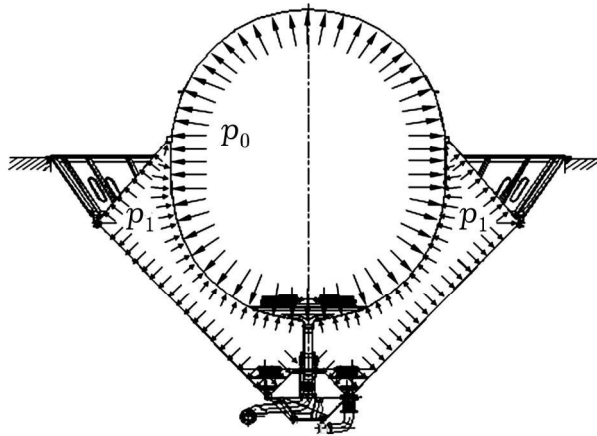


Рис. 2

Таблиця 1. Випробувальні значення навантаження.

Етап навантаження	1	2	3	4	5	6	7
p_0 , кгс/см ²	0.313	1.617	3.214	4.811	6.541	8.280	9.812
p_1 , кгс/см ²	0.191	1.026	1.908	2.815	3.812	4.817	5.715

При побудові скінченноелементної моделі конструкції використано скінченні елементи з квадратичною апроксимацією переміщень [10].

Обчислювальний експеримент поетапного навантаження бака паливного відсіку показав, що наприкінці 1-го етапу навантаження критерій максимальних напружень досягає свого максимального значення у розпірному шпангоуті бака окислювача, який поєднує сферичну складову з циліндричною (див. рис. 3, місце максимуму позначено «max»). У цьому місці критерій максимальних напружень досягає свого максимуму на початкових етапах навантаження, включно до 5-го. На 6-му етапі навантаження максимальні напруження виникають вже в іншому місці бака

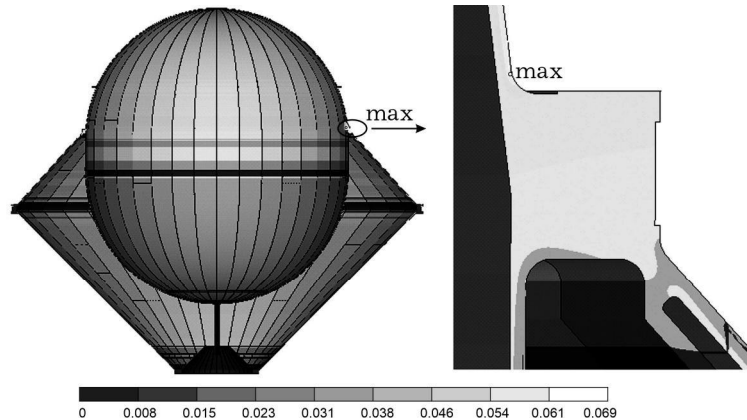


Рис. 3

Починаючи з 6-го етапу навантаження, критерій максимальних напружень досягає свого найбільшого значення вже у верхній частині бака окислювача (див. рис. 4) недалеко від полюса в околі місця зміни товщини сферичної складової. У цьому місці відбувається фактичне руйнування відразу після завершення 7-го етапу навантаження.

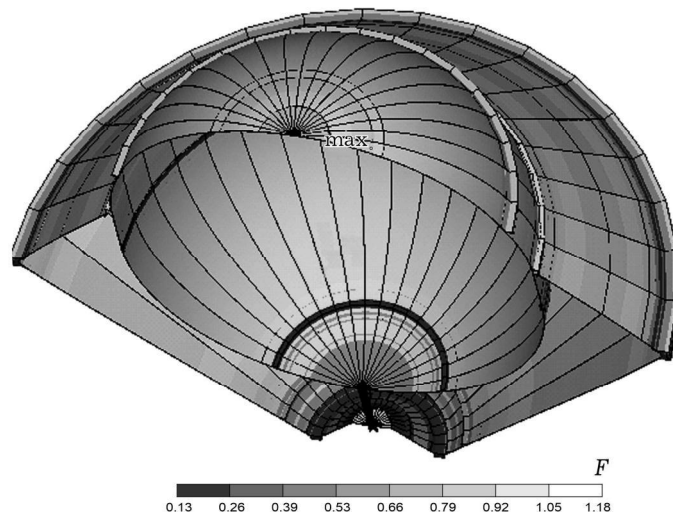


Рис. 4

Зауважимо, однак, що на відміну від критерію максимальних напружень, який на 7-му етапі навантаження досягає свого максимуму в баку окислювача, еквівалентні напруження за Мізесом набувають свого найбільшого значення в іншій частині бака паливного відсіку (див. рис. 5) – у конусоподібній складовій. Максимальні еквівалентні напруження в зоні виникнення максимуму критерію максимальних напружень (в баку окислювача) є меншими на 52 кгс/см². Однак, оскільки межа руйнування матеріалу бака

окислювача є на 600 кгс/см^2 меншою, руйнування бака починається саме зі сферичної складової.

На рис. 4 показано розподіл критерію максимальних напружень наприкінці 7-го етапу навантаження при максимальних випробувальних тисках 9.812 кгс/см^2 у сферично-циліндричній частині бака і 5.715 кгс/см^2 – у конусоподібній.

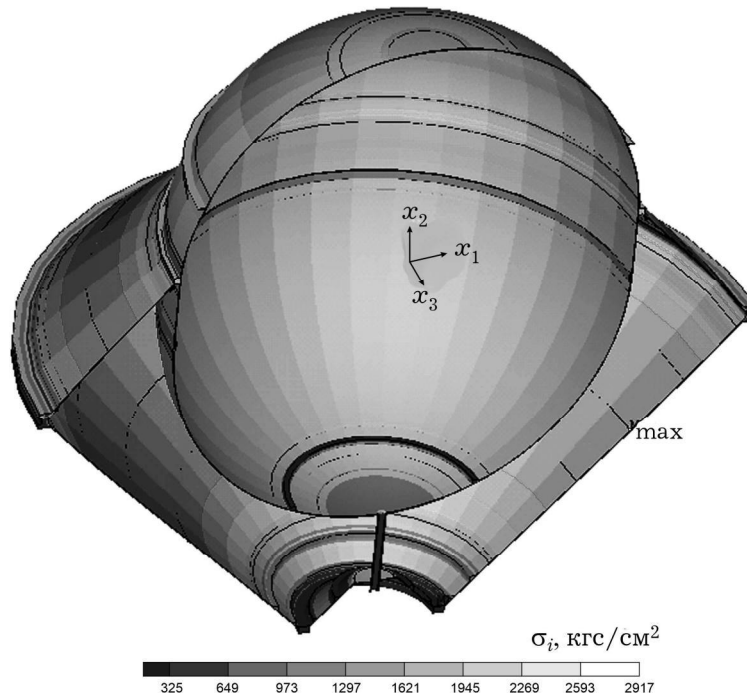


Рис. 5

Бачимо, що максимальне значення критерію становить 1.18 на зовнішній поверхні сферичної складової в околі переходу від товщини 1.9 мм до товщини 3.2 мм на «полюсі» сфери.

Зміни критерію максимальних напружень в цьому місці вздовж відносної товщини s/h для різних значень тисків наведено на рис. 6. Безрозмірна товщина s/h тут вимірюється від зовнішньої поверхні паливного бака. Криві 1–5 відповідають таким значенням тисків:

$$1 - p_0 = 8.28 \text{ кгс/см}^2, \quad p_1 = 4.817 \text{ кгс/см}^2,$$

$$2 - p_0 = 8.663 \text{ кгс/см}^2, \quad p_1 = 5.04 \text{ кгс/см}^2,$$

$$3 - p_0 = 9.046 \text{ кгс/см}^2, \quad p_1 = 5.266 \text{ кгс/см}^2,$$

$$4 - p_0 = 9.429 \text{ кгс/см}^2, \quad p_1 = 5.517 \text{ кгс/см}^2,$$

$$5 - p_0 = 9.812 \text{ кгс/см}^2, \quad p_1 = 5.715 \text{ кгс/см}^2.$$

На рис. 6 бачимо, що наприкінці 7-го етапу (криву 5 побудовано для значень тисків 7-го етапу навантаження, див. табл. 1) практично по всій товщині сферичної складової в області ймовірного руйнування значення критерію максимальних напружень є більшим від одиниці, за винятком вузького приповерхневого прошарку зсередини. Це можна трактувати як наближення до руйнування сферичної складової бака по всій товщині в цьому місці.

Зауважимо, що максимальні переміщення наприкінці 7-го етапу навантаження дорівнюють 6.77 см, що у 36 разів більше, ніж мінімальна товщина бака. Упродовж 7-го етапу навантаження при цьому вони вирости більше,

ніж удвічі. Таке прискорене зростання переміщень також може свідчити про наближення до руйнування.

Якщо за критерій руйнування вибрати еквівалентні напруження за Мізесом, то при кінцевих значеннях навантаження на 7-му етапі еквівалентні напруження виходять на межу руйнування лише в зовнішньому шарі бака в місці ймовірного руйнування (див. рис. 7, де криві 1–5 відповідають тим самим значенням тисків, що і на рис. 6), тоді як внутрішній шар ще зберігає можливість пластично деформуватись.

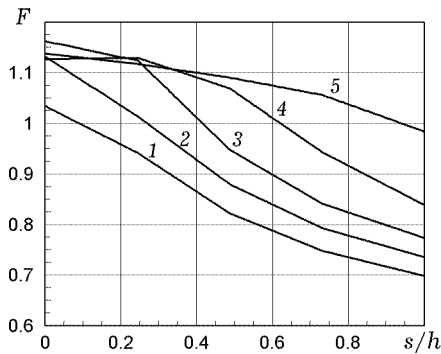


Рис. 6

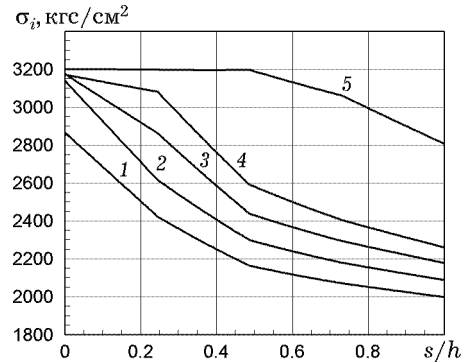


Рис. 7

Таким чином, аналіз результатів дослідження міцності бака паливного відсіку за умов руйнівного випробування, отриманих шляхом комп'ютерного моделювання в рамках моделі геометрично нелінійного пружно-пластичного тіла, показав, що за використання критерію максимальних напружень як критерію міцності руйнування бака відбувається в околі різкої зміни товщини з 3.2 мм до 1.9 мм у верхній частині сферично-циліндричної частини бака, що добре узгоджується з результатами руйнівних випробувань, виконаних в ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля». Руйнівними навантаженнями за результатами комп'ютерного моделювання є значення тисків $\rho_0 = 9.812 \text{ кгс/см}^2$ та $\rho_1 = 5.715 \text{ кгс/см}^2$. Це є останні значення тисків, при яких фізичний бак у натурному руйнівному експерименті зберігає свою утримувальну здатність (див. табл. 1).

Висновки. Розроблено методику дослідження напружено-деформованого стану конструкцій ракетної техніки за інтенсивних силових навантажень з метою оцінювання руйнівних навантажень таких конструкцій за результатами комп'ютерного моделювання на основі уточнених математичних моделей. За припущення, що переміщення і деформації є великими, а напруження істотно перевищують межу пластичності матеріалів, задачу сформульовано в межах геометрично нелінійної теорії термопружної пластичності. Для її розв'язування використано метод скінченних елементів. Розроблену методику успішно апробовано при проектуванні бака паливного відсіку ракети. Порівняльний аналіз результатів комп'ютерного моделювання і відповідних даних натурних експериментів показав добре узгодження обчислених значень руйнівних навантажень і місця та характеру руйнування бака з результатами натурного руйнівного експерименту.

Розроблена методика комп'ютерного моделювання руйнівних випробувань конструкцій ракетної техніки дає можливість суттєво скоротити кількість натурних експериментів, під час яких конструкцію доводять до руйнування. З іншого боку, обчислювальні експерименти з допомогою розробленого програмного забезпечення можуть допомогти виявити слабкі місця в конструкції та оптимізувати її геометричні параметри.

1. Будз С. Ф., Дробенко Б. Д., Михайлишин В. С. Комп'ютерне моделювання термопружнопластичної поведінки механічних систем. – Препринт 34-89. – ІППММ АН УРСР, 1992. – 60 с.

2. Гачкевич О. Р., Дробенко Б. Д. Термомеханіка намагнечуваних електропровідних термочутливих тіл. – Львів: Сполом, 2010. – 256 с. – Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра: В 5 т. – Т. 4.
3. Гачкевич О., Дробенко Б., Казарян К. Математичне моделювання термомеханічних процесів в осесиметричних електропровідних тілах за електромагнітних навантажень // *Машинознавство*. – 2003. – № 4. – С. 3–7.
4. Дробенко Б. Д., Будз С. Ф. Оцінка міцності та експлуатаційного ресурсу елементів енергообладнання з урахуванням деградації матеріалу, пошкоджень та технології ремонту. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2021. – 368 с.
5. Bathe K.-J. Finite element procedures. – Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1996. – 1037 p.
6. Drobenco B., Hachkevych O. Thermomechanics of electroconductive solids // In: R. V. Hetnarski (Ed). *Encyclopedia of Thermal Stresses*. – Springer: Dordrecht, 2014. – Vol. 11. – P. 6052-6063. – https://doi.org/10.1007/978-94-007-2739-7_627.
7. Drobenco B., Vankevych P., Ryzhov Y., Yakovlev M. Rational approaches to high temperature induction heating // *Int. J. Eng. Sci.* – 2017. – **117**. – P. 34–50. – <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2017.05.001>.
8. *State-of-the-art surveys on computational mechanics* / A. K. Noor, J. T. Oden (Eds). – New York: ASME, 1989. – xiv+556 p.
9. *State-of-the-art surveys on finite element technology* / A. K. Noor, W. D. Pilkey (Eds). – New York: ASME, 1983. – 530 p.
10. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. *Finite element method*: – Vol. 1: The basis. – Oxford: Butterworth Heinemann, 2000. – 689 p.

COMPUTATIONAL MODELING OF DESTRUCTIVE TESTS OF ROCKET STRUCTURES

Experimental evaluations of the mechanical behavior of complex structures are quite limited and extremely expensive. The use of simplified mathematical models to assess the strength and operational resource of such structures can lead to significant errors. Therefore, the investigations of the mechanical behavior of complex structurally inhomogeneous structures of rocketry for evaluation of critical loads are increasingly performed on the basis of refined mathematical models, which encounter the complex shape of structures and the nonlinear behavior of materials. This paper presents a refined mathematical model for the determination of critical loads assuming that displacements and strains are large, and stresses significantly exceed the plasticity limit of materials. The problem is formulated within the framework of the geometrically nonlinear elastoplasticity. The finite element method is used to solve it. On this basis, the stress-strain state of the fuel compartment tank of the rocket is investigated under the conditions corresponding to the destructive tests of the tank. The obtained values of the destructive loads and the places of occurrence of maximum stresses in the tank are in good agreement with the results of the destructive natural experiments. The proposed methodology makes it possible to significantly decrease the number of field experiments during which the construction is brought to destruction.

Key words: *mathematical and computer modeling, rocketry, strength, destruction.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
29.03.23