

ПРИМЕНЕНИЕ ОТКРЫТОГО КОДА SWASH ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ И БЫСТРО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ПОТОКОВ В ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЕ И ОБЛАСТИ НАКАТА ВОЛНЫ

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев, Украина

Анотація. Модель SWASH v.1.10A (Дельфтський Університет Технологій, Нідерланди) є обчислювальною програмою для моделювання негідростатичного роторного руху потоку з вільною поверхнею в одно- та двовимірному просторі. Її впровадження до коду відкритого доступу <http://swash.sourceforge.net> спрямоване на прогнозування трансформації поверхневих хвиль та швидкозмінливого потоку мілкої води у прибережній акваторії.

Ключові слова: SWASH, негідростатичне моделювання, зона прибою, швидкозмінливі потоки.

Аннотация. Модель SWASH v.1.10A (Дельфтский Университет Технологий, Нидерланды) представляет собой вычислительную программу для моделирования негидростатического вращательного движения потока со свободной поверхностью в одно- и двухмерном измерении. Ее внедрение в код открытого доступа <http://swash.sourceforge.net> направлено на прогнозирование трансформации поверхностных волн и быстро изменяющегося потока мелкой воды в прибрежной зоне шельфа.

Ключевые слова: SWASH, негидростатическое моделирование, зона прибоя, быстро изменяющиеся потоки.

Abstract. The SWASH v.1.10A model (Delft University of Technology, Netherlands) is a computational procedure developed for modeling non-hydrostatic, free-surface, rotational flows in one and two horizontal dimensions. Its implementation in the publicly available source code <http://swash.sourceforge.net> is intended to be used for predicting transformation of surface waves and rapidly varied shallow water flows in coastal waters.

Keywords: SWASH, non-hydrostatic modeling, surf zone, rapidly varied flows.

1. Вступление

В настоящее время наиболее общим подходом к моделированию обрушения волн является двухмерное уравнение Навье-Стокса с условием замыкания для турбулентности жидкости и вычислением свободной поверхности методом конечных объемов [1]. Уравнение Навье-Стокса, осредненное по глубине жидкости, может описывать значительные градиенты потока, такие как гидравлический прыжок при прорыве дамбы или трансформация волны при резких изменениях батиметрии (модель COASTOX с гидростатическим распределением давления [2]). Благодаря включению негидростатического распределения давления, для процессов взаимодействия волн и течений, описываемых этими уравнениями, не требуется дополнительное моделирование для вычисления радиационных напряжений, вызванных ветровыми волнами.

При негидростатическом моделировании волновой гидродинамики развитие численных методов было направлено на эффективные процессы аппроксимации распространения коротких ветровых волн, где дисперсия частоты волн и нелинейное взаимодействие играют важную роль. Валидация численного моделирования такого типа процессов была проведена на лабораторных экспериментах Berkhoff et al., 1982, Beji and Battjes, 1993, Chawla, 1995 для прибрежной области [3]. Как подчеркнуто в [3], до настоящего времени существенное продвижение в применении негидростатических моделей в лабораторных или натурных экспериментах для зон прибоя и наката волны на берег не происходит.

В основу модели SWASH положены работы Stelling and Zijlema, 2003, Stelling and Duinmeijer, 2003, Zijlema and Stelling, 2005, 2008 [3]. Базовыми уравнениями являются нелинейные уравнения мелкой воды, включающие негидростатическое давление и обеспечивающие основу для описания быстро изменяющихся потоков, типичных для процессов затопления берегов в результате прорыва дамбы и наката цунами, а также трансформации волн как в прибойной зоне, так и в зоне наката. Энергия диссипации волновой энергии, вызванная турбулентностью движения, моделируется с помощью гипотезы Прандтля [3].

Численные результаты модели SWASH верифицированы на различных лабораторных данных с целью подтвердить ее возможности. Вычислительная реализация негидростатической модели SWASH основана на явной, второго порядка точности консервативной схеме аппроксимации конечными разностями на разнесенных сетках, что дает возможность определять реальное положение появляющегося обрушения волн и позволяет разбитым волнам распространяться в форме устойчивого бора при использовании алгоритма смачивания-осушения для движущейся береговой линии [3]. Для обеспечения достаточного уровня точности дисперсии волновой частоты применяется аппроксимация вертикального градиента негидростатического давления на σ -сетке, более детальной возле свободной поверхности и дна, что приводит к улучшению дисперсии частоты путем увеличения числа вертикальных слоев [3, 4]. Модель SWASH v.1.10A применяется в качестве однослойной и многослойной моды.

Метод повышения порядка производных [5] и метод увеличения числа вертикальных слоев глубины жидкости [6] использованы в работах [7]–[9] для улучшения линейных дисперсионных и нелинейных характеристик уравнения типа Буссинеска, но необходимость применения дополнительного эмпирического механизма обрушения волн значительно осложняет при этом численную реализацию такого уравнения.

2. Основные уравнения и граничные условия

Для численной аппроксимации модели SWASH используется криволинейная ортогональная или декартова система координат. Без потери общности закон сохранения масс и момента горизонтального движения в случае осредненной по глубине однослойной модели в декартовых координатах будет иметь вид [3]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{h} \int_{-d}^{\zeta} \frac{\partial q}{\partial x} dz + c_f \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{h} = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{xy}}{\partial y} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{h} \int_{-d}^{\zeta} \frac{\partial q}{\partial y} dz + c_f \frac{v \sqrt{u^2 + v^2}}{h} = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{yy}}{\partial y} \right), \quad (3)$$

где

$$\tau_{xx} = 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \nu_t \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \tau_{yy} = 2\nu_t \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Здесь t – время, (x, y) – координатная плоскость, совпадающая с невозмущенным уровнем воды, вертикальная ось z направлена вверх, $\zeta(x, y, t)$ – возвышение свободной поверхности, отсчитываемое от невозмущенного уровня воды, $d(x, y)$ – глубина, $h = \zeta + d$ – полная глубина, $u(x, y, t)$ и $v(x, y, t)$ – осредненные по глубине скорости в направлениях координатных осей x и y соответственно, $q(x, y, z, t)$ – негидростатическое давление, g

– ускорение свободного падения, c_f – коэффициент трения дна, τ_{xx} , τ_{xy} , τ_{yx} и τ_{yy} – компоненты горизонтального турбулентного напряжения, ν_t – коэффициент вязкости.

Для вертикального момента движения адвективными и дисперсионными членами по сравнению с вертикальным ускорением пренебрегается.

Введя обозначения q_b , q_s и w_b , w_s для негидростатического давления, вертикальной скорости на дне и свободной поверхности соответственно и предполагая $q_s=0$, представим в терминах q_b результат интегрирования негидростатического давления в уравнениях (2) и (3). Затем, применяя бокс-метод Келлера [3], запишем с учетом уравнения неразрывности (1) в одномерном случае систему уравнений (1)–(3) с кинематическими условиями для вертикальных скоростей w_b , w_s в следующем неконсервативном виде [3]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial q_b}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{q_b}{h} \frac{\partial (\zeta - d)}{\partial x} + c_f \frac{u|u|}{h} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial w_s}{\partial t} = \frac{2q_b}{h} - \frac{\partial w_b}{\partial t}, \quad w_b = -u \frac{\partial d}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w_s - w_b}{h} = 0. \quad (7)$$

Вывод этой системы уравнений для двухмерного случая аналогичен одномерному [3].

3. Тестирование модели SWASH на лабораторных экспериментах

В работе [3] и согласно коду открытого доступа <http://swash.sourceforge.net> представлен ряд численных экспериментов, тестированных на лабораторных данных, подтверждающих эффективность и возможность модели SWASH описывать трансформацию волн и процессы, связанные с большими градиентами потока в береговой полосе. Кроме того, за последнее время проведены лабораторные эксперименты по проектированию эффективности береговых сооружений относительно переката волн через вертикальную стенку в условиях шторма для сравнения с численными результатами модели SWASH [10], [11]. В работах [12], [13] показано доминирование низкочастотных (инфраволновых – ИГ) волн ($f < 0,04$ Hz) при экстремальных условиях, а также генерирование их в результате обрушения и перехода на мелкую воду с образованием одиночных боров, разбивающихся в зоне береговой линии и распространяющихся вглубь берега [3].

Сравнение численного моделирования трансформации и генерирования ИГ волн на подводном рифе, примыкающем к берегу, с экспериментальными данными Лаборатории шт. Мичиган (США) [14] показано в [15] для модели SWASH. В [14] такое сравнение сделано для модели типа Буссинеска с механизмом обрушения навесного типа. В двумерном случае для однослойной моды модели SWASH в [16] показано сравнение численных результатов с результатами моделирования с помощью уравнения типа Буссинеска модели MIKE-21 [17] для изменения плотности энергии волнового спектра ИГ волн, проникающих в порт.

В настоящей работе проведено:

1) сравнение численных результатов модели SWASH с результатами численного моделирования уравнения Буссинеска для ИГ волн, полученными в [14], и измерениями одного из тестов этого эксперимента;

2) тестирование рассчитанного моделью SWASH значения давления в точке подножия вертикальной стенки, полученного в результате воздействия волны цунами, и проходящего фазы изменения от импульсной до квази – постоянной при трансформации волны в форму бора [18]. При этом стенка перемещалась на разные расстояния вглубь берега;

3) сравнение давления в придонном слое прибойной зоны и зоны наката одиночной волны с показаниями датчиков давления [19], а также при условии пренебрежения конечной шириной контрольного сооружения на берегу. С помощью модели SWASH показана трансформация одиночной волны, распространяющейся в виде бора в зоне затопления строения.

3.1. Исследование распространения низкочастотных волн

ИГ волны или волны низкой частоты являются одной из особенностей волнового поля прибрежной зоны, которые приносят значительный вклад в транспорт наносов, а также оказывают значительное воздействие на прибрежные сооружения порта, конструкции которых проектируются для защиты от ветровых волн периода 3–20 сек. ИГ волны с периодом 30–600 сек, генерируемые группами коротких волн в результате их нелинейного взаимодействия, могут обусловить резонансные осцилляции в порту [20]. Коралловые рифы, присущие тропикам, считаются естественной береговой защитой в условиях шторма, однако ИГ волны, распространяющиеся в лагуне вместе с короткими волнами и имеющие меньшую диссипацию энергии обрушения по сравнению с последними, могут привести к резонансным осцилляциям, если их частоты сравнимы с природными резонансными частотами лагуны [21]. При этом волновая энергия, переходящая от пиковой частоты к более высоким частотам в области откоса рифа, переносится к группе низких частот в зоне прибоя Smith J. & Vincent C., 1992 [22], [14]. В настоящей работе проведено сравнение численных результатов модели SWASH с лабораторными данными для энергетической плотности спектра частот [14] и численными значениями, полученными в [14] с помощью модели Буссинеска.

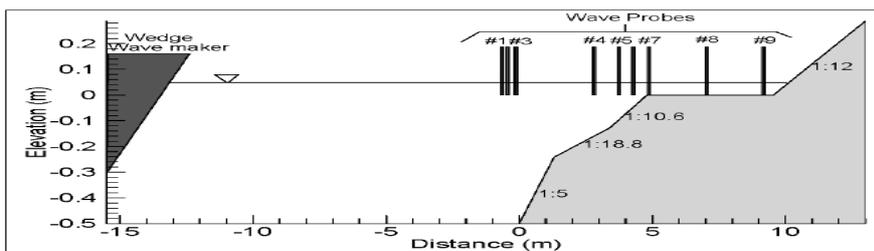


Рис. 1. Схема лабораторного эксперимента двумерного рифа (масштаб 1:80) для моделирования ветровых волн в лотке Университета шт. Мичиган, США

Для сравнения результатов уравнения типа Буссинеска и модели SWASH был выбран Тест_29 [14] с параметрами $H_s=0,071\text{м}$, $T_p=1,5$ сек, и $h_r=0,016\text{м}$, где H_s – значимая высота и T_p – пиковый период волн, h_r –

глубина отмели рифа.

Сравнение численных результатов моделирования обеих моделей и измерений приведено на рис. 2 для отметок 3, 6, 8 и 9 (рис. 1) соответственно.

На графиках рис. 2 показана нелинейная трансформация плотности спектра волновой энергии от пиковой частоты волн на глубокой воде до низкочастотных ИГ волн с возрастающей плотностью энергии в области отмели рифа.

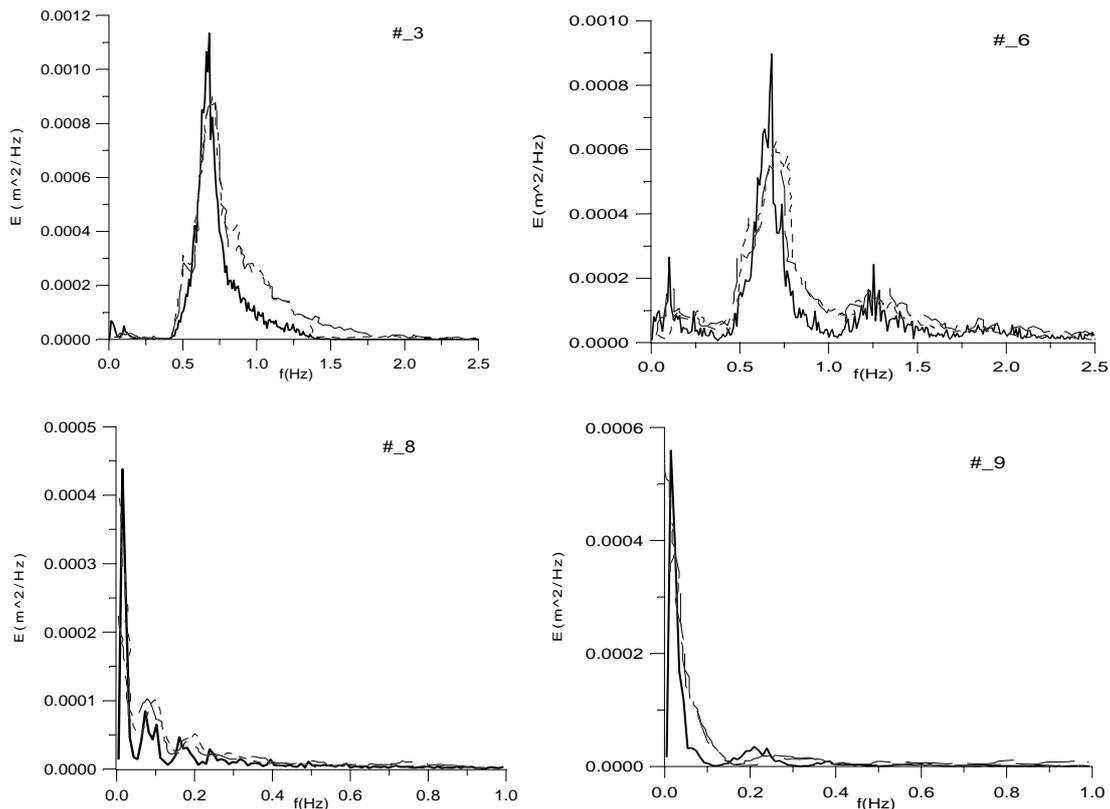


Рис. 2. Сравнение численных и экспериментальных данных. Сплошная черная и пунктирная кривая – результаты модели SWASH и модели Буссинеска соответственно, штрих - пунктирная кривая – измеренные данные [14], Тест_ 29

Систему берег-риф можно рассматривать как открытый бассейн с периодами природной осцилляции [14]:

$$T_n = \frac{4l_r}{(2n-1)\sqrt{gh_r}},$$

где l_r – ширина рифа.

Отметки 8 и 9, расположенные посередине и в конце поверхности рифа, имеют пиковую частоту, приблизительно равную 0,021Hz, что соответствует первой моде ($n=1$) колебаний этой системы с волновой длиной, равной $4l_r$ ($T_1 \approx 48,5$ сек). Захваченные волны с таким периодом могут резонансно усилиться у береговой линии относительно волновой энергии в области переменной глубины рифа.

3.2. Изменение давления в точке подножия вертикальной стенки в результате воздействия одиночной волны в зависимости от удаления стенки вглубь берега

В настоящей работе эксперимент [18], проведенный в лотке Волновой Исследовательской Лаборатории Университета шт. Орегон (США), был выбран для тестирования значения давления в точке подножия вертикальной стенки, рассчитанного моделью SWASH в результате воздействия одиночной волны, проходящего фазы изменения от импульсной до квази – постоянной при трансформации волны в форму бора. При этом стенка перемещалась на разные расстояния вглубь берега.

Схема лабораторного эксперимента показана на рис. 3. Невозмущенный уровень воды равен 2,29 м, непроницаемый береговой уклон $s = 1/12$.

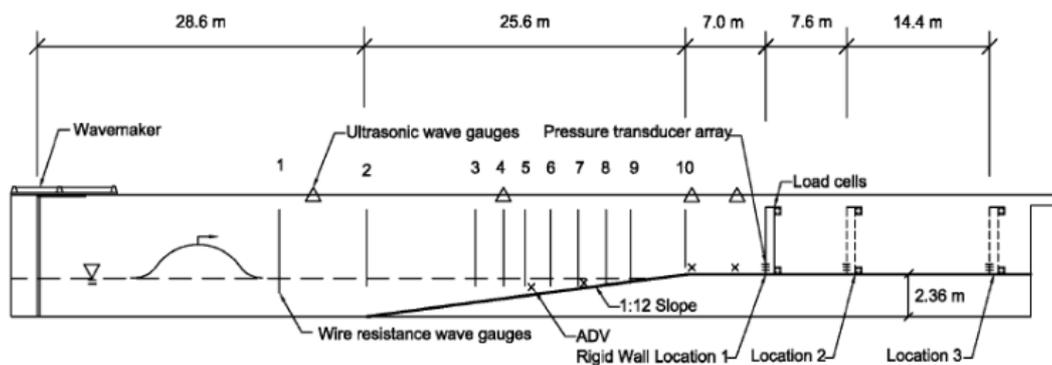


Рис. 3. Схема лабораторного эксперимента [18]

В настоящем эксперименте вертикальная стенка рассматривается как жесткая, высотой 2,14 м. Ширина стенки совпадает с шириной лотка. Как видно на схеме рис. 3, фронтальная часть стенки располагается попеременно на расстояниях 7 м, 14,6 м и 29 м от выхода уклона на плоскую поверхность берега.

Десять волновых створов и четыре ультразвуковых волновых створа расположены вдоль одной из стенок лотка для измерения мгновенного изменения уровня поверхности воды. Расстояние их от волнового лотка (начало отсчета $x = 0$) равно 17,6 м, 28,6 м, 35,9 м, 40,6 м, 42,4 м, 44,2 м, 46,1 м, 48,2 м, 50,3 м, 54,4 м и 21,5 м, 40,6 м, 54,4 м 58,1 м соответственно.

Четыре акустических датчика измерения скорости были также расположены вдоль боковой стенки лотка на расстояниях 43,3 м, 47,0 м, 54,2 м и 57,9 м.

Вертикальная стенка снабжена вмонтированными датчиками давления, расположенными на высоте 0,22 м, 0,51 м и 0,92 м от подножия стенки.

Сравнение численных результатов модели SWASH и экспериментальных данных [18] представлено на рис. 4 и рис. 5 для генерируемой в лотке одиночной волны высотой $H=1,2$ м, соответствующей измеренной во втором волновом створе высоте $H_2=1,07$ м. При этом численное моделирование проводилось для $H=1,4$ м для того, чтобы моделируемое значение во втором створе совпадало с экспериментальным значением $H_2=1,07$ м. На границе расчетной области, совпадающей с фронтальной частью вертикальной стенки, ставилось условие нулевого расхода воды в предположении отсутствия переката воды через стенку.

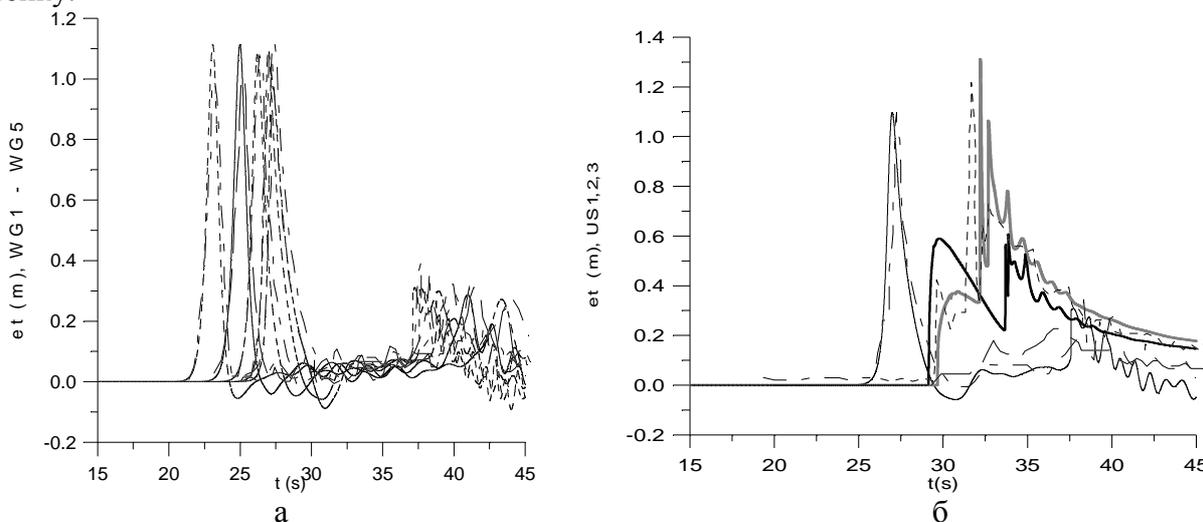


Рис. 4. Сравнение уровней воды, рассчитанных моделью SWASH (сплошные кривые), и экспериментальных данных [18] (пунктирные кривые), полученных: а) в волновых створах WG1 – WG5, б) в ультразвуковых створах US1 – US3

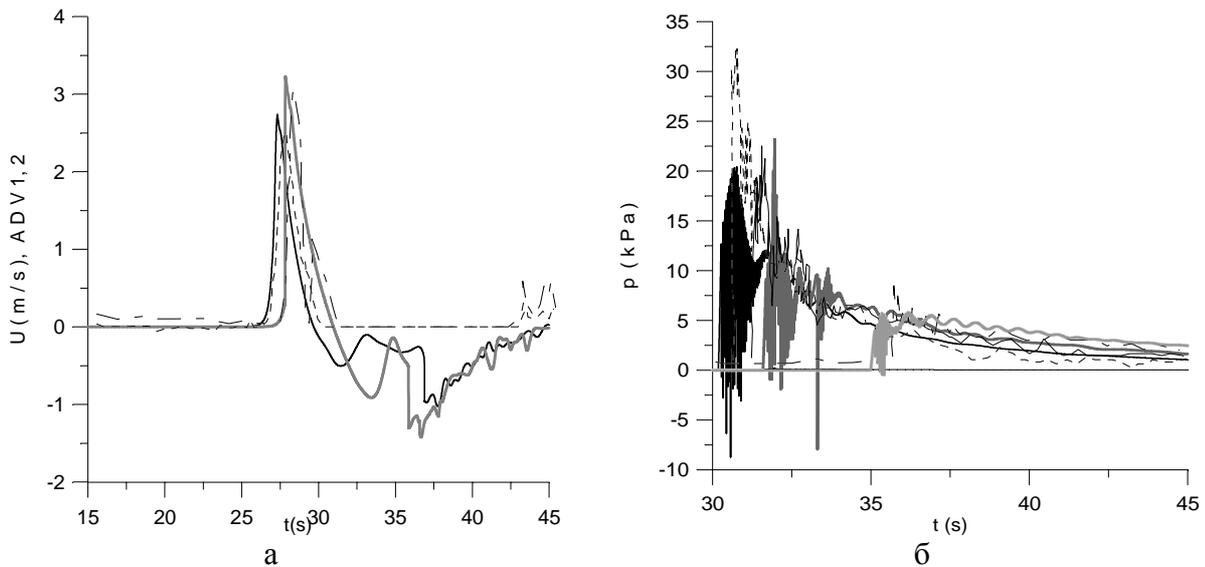


Рис. 5. Сравнение результатов, рассчитанных моделью SWASH (сплошные кривые), и экспериментальных данных [18] (пунктирные кривые): а) скорость; б) давление.

На рис. 5а представлено сравнение распределения по времени скоростей волны с измерениями акустических датчиков ADV_{1,2}.

На рис. 5б показано сравнение распределения давления по времени на дне у подножия стенки с измеренными данными датчика давления, расположенного на высоте 0,22 м. Черная, темно-серая и светло-серая кривые соответствуют расстояниям стенки $x = 7$ м, 14,6 м и 29 м от выхода уклона на плоскую поверхность берега.

3.3. Исследование придонного давления в случае наката одиночной волны на береговое сооружение

В статье [19] представлены результаты исследования физического моделирования в масштабе (1/25) воздействия волновой нагрузки на береговые строения. Волна цунами создавалась в волновом лотке с помощью бросания в воду прямоугольного блока массой 100 кг в самом глубоком конце лотка. Высота образованной волны составляла 0,1 м. Батиметрия эксперимента с уклоном дна 15 град представлена на рис. 6а.

В полуэмпирических формулах FEMA, 2003, Okada et al., 2004 [19], [23] волновая нагрузка цунами, учитывающая статическую и динамическую составляющие, рассматривается как эквивалентная гидростатической нагрузке, пропорциональной глубине затопления, умноженной на некоторый экспериментально определенный скалярный коэффициент. Однако при применении этих формул следует учитывать трехмерную природу строения, а также возможное перекачивание воды через его верх.

В настоящей работе, пренебрегая конечной шириной контрольного строения (рис. 6б) и предполагая одновременное перетекание воды по всей его ширине, с помощью модели SWASH рассмотрим трансформацию одиночной волны, распространяющейся в виде бора в зоне затопления сооружения.

Для численного моделирования на входной границе было задано изменение по времени возвышения свободной поверхности в форме солитона с высотой 0,1 м, а на выходной границе задавалось условие излучения.

Сравнение численных результатов для донного давления (сплошные кривые) и измерений датчиков PPT (пунктирные кривые) при условии отсутствия береговой конструкции показано на рис. 7а.

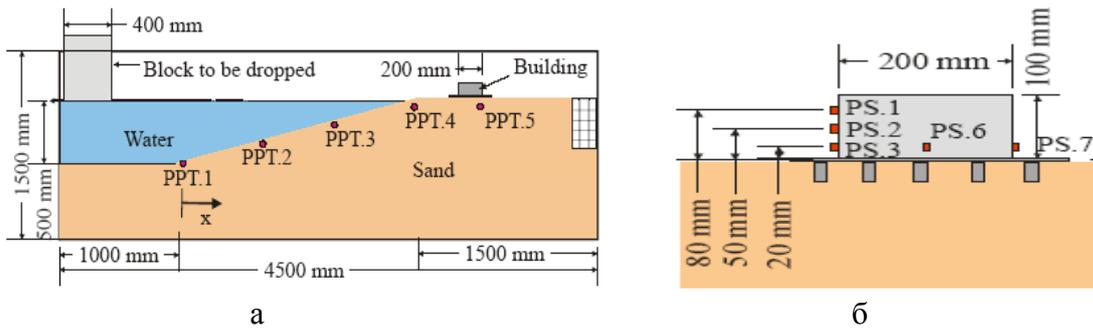


Рис. 6: а) схема экспериментального лотка. PPT – датчики давления, помещенные вблизи поверхности грунта; б) контрольное строение. PS.1–PS.7 – сенсорные датчики давления, вмонтированные в его поверхность

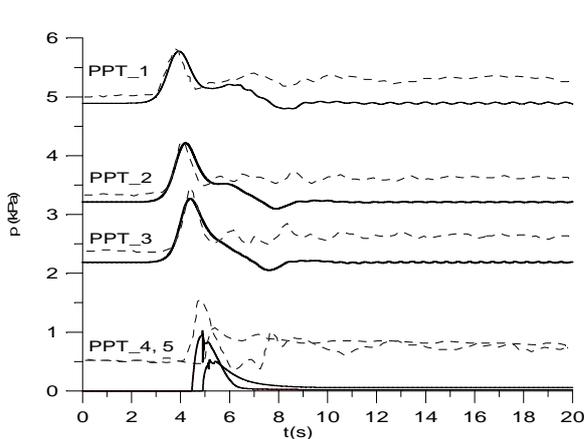


Рис. 7: а) сравнение численных результатов для давления на дне и данных PPT

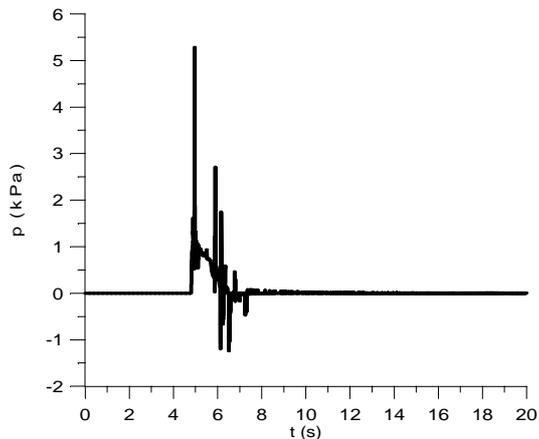


Рис. 7: б) давление в точке подножия контрольного сооружения

Отметим, что относительные уровни для давления (рис. 7а) сдвинуты, так как датчики PPT находятся на некоторой (не определенной в [19]) глубине грунта (рис. 6а). При этом максимальные значения давления практически совпадают с учетом этого сдвига.

Численное значение максимальной импульсной нагрузки в точке подножия контрольного строения (рис. 7б) равно приблизительно 5,5 кПа, что эквивалентно 5,5 гидростатической нагрузки для глубины затопления (0,1м) в масштабе эксперимента и согласуется с областью максимального давления для данных PS датчиков контрольного сооружения [19].

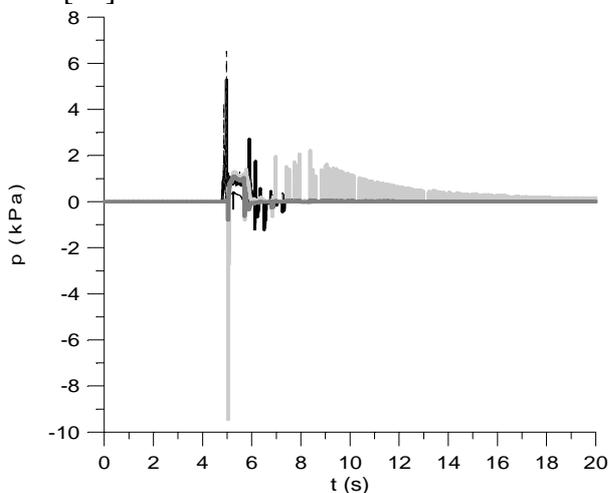


Рис. 8. Изменение давления по времени

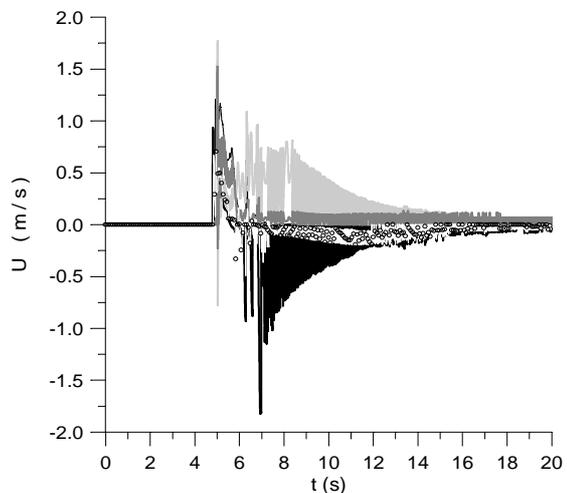


Рис. 9. Изменение скорости по времени

На рис. 8 и рис. 9 соответственно показано изменение по времени давления и скорости волны в виде бора в точках поверхности контрольного сооружения: черная плотная кривая – точка подножия сооружения, пунктирная кривая (кружки для скорости) – верхняя фронтальная точка, темно-серая – верхняя теневая точка, светло-серая – нижняя теневая точка.

На рис. 10 показаны трансформация по времени уровня волновой поверхности одиночной волны (светло-серая кривая) и среднее изменение возмущения уровня воды, вызванное волновым движением (черная кривая) в прибрежной зоне и зоне затопления контрольного строения. При этом коэффициент Маннинга $C_f = 0,019$, центральная линия сооружения находится на расстоянии 0,5м от начала плоской поверхности берега.

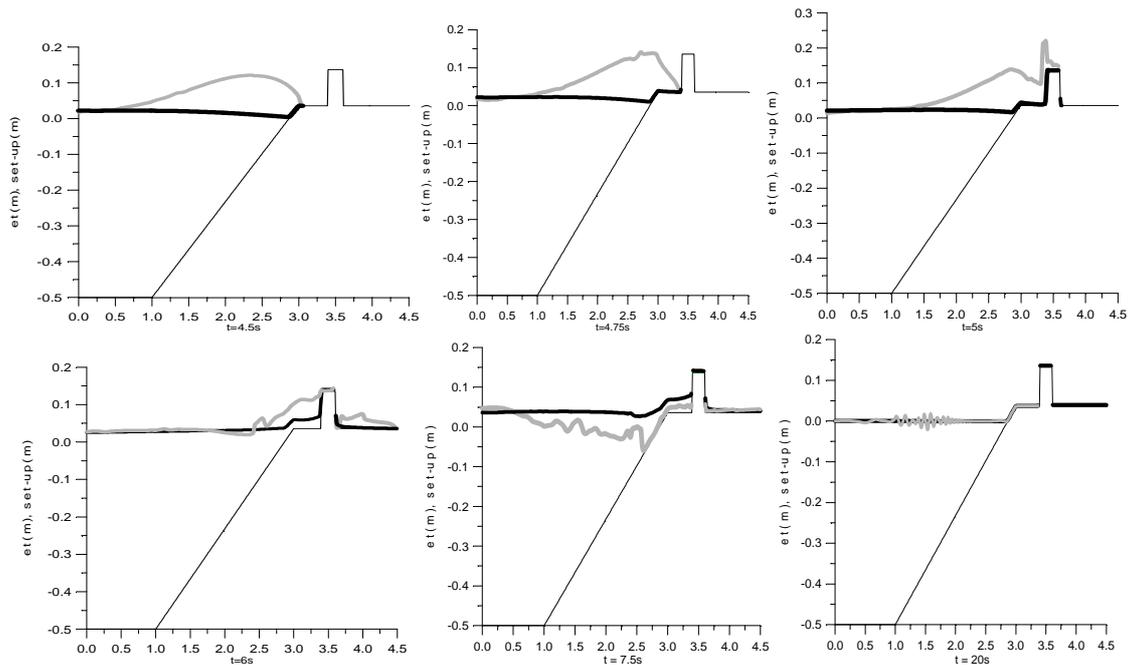


Рис. 10. Накат одиночной волны высоты $H=0,1\text{м}$: $t=4,5, 4,75, 5, 6, 7,5$ и 20 с

Применимость эмпирических формул FEMA, 2003, Okada et al, 2004 [19], [23] может быть определена в дальнейших работах, включающих оценку глубины затопления и скорости распространения волны цунами в зоне затопления с помощью их численного моделирования в двумерных координатах, учитывая конечные размеры береговых сооружений.

4. Заключение

Как показали расчеты, выполненные с помощью модели SWASH v.1.10A в области природных (лагуна рифа) и построенных берегозащитных сооружений, результаты моделирования осредненной по глубине негидростатической модели согласуются с экспериментальными данными. При этом моделирование с помощью системы уравнений SWASH не требует дополнительного механизма для описания обрушения волн в прибрежной области по сравнению с уравнением типа Буссинеска.

Исследование изменения давления у подножия контрольного сооружения (вертикальная стенка, береговые конструкции), а также определение высоты бора и скорости распространения его с помощью модели SWASH, позволит при дальнейших численных двумерных экспериментах, наряду с полуэмпирическими формулами FEMA, 2003, Okada

et al, 2004 [19], [23], дають практичні оцінки для прогнозування ефективності берегозахисних споруд.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Lin P. A numerical study of breaking waves in the surf zone / P. Lin, P.L.F. Liu // *J. Fluid Mech.* – 1998. – Vol. 359. – P. 239 – 264.
2. Кивва С.Л. Двумерне моделювання дощового стоку і транспорту наносів на малих водосборах / С.Л. Кивва, М.И. Железняк // *Прикладна гидромеханика.* – 2002. – № 4 (76), Вып. 1. – С. 67 – 89.
3. Zijlema M. SWASH: An operational public domain code for simulating wave fields and rapidly varied flows in coastal waters / M. Zijlema, G.S. Stelling, P. Smit // *Coastal Engineering.* – 2011. – Vol. 58. – P. 992 – 1012.
4. SWASH. User Manual / The SWASH team // Delft University of Technology. – 2012. – Vol. 1.10A, The Netherlands. – 91 p.
5. Madsen P.A. Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis / P.A. Madsen, H.A. Schaffer // *Philosophical Transactions of Royal Society.* – 1998. – Vol. 356. – P. 3123 – 3184.
6. Lynett P. A two-layer approach to water wave modeling / P. Lynett, P.L.F. Liu // *Proc. of the Royal Society of London.* – 2004. – Vol. 460. – P. 2637 – 2669.
7. Демченко Р.И. Об уравнениях типа Буссинеска полностью нелинейных и одного порядка дисперсии: вывод и сравнительный анализ / Р.И. Демченко, П.В. Дикий // *Математичні машини і системи.* – 2009. – № 2. – С. 8 – 27.
8. Демченко Р.И. Сравнительный анализ Фурье для однослойного и двухслойного нелинейного уравнения типа Буссинеска / Р.И. Демченко // *IV наук.-практ. конф. з міжнар. участю “Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС ’2009”*, (Київ, 22–26 червня 2009 р.). – Київ, 2009. – С. 44 – 47.
9. Железняк М.И. Анализ Фурье для однослойного и двухслойного уравнения типа Серре / М.И. Железняк, Р.И. Демченко, П.В. Дикий // *V наук.-практ. конф. з міжнар. участю “Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС ’2010”*, (Київ, 21–25 червня 2010 р.). – Київ, 2010. – С. 24 – 26.
10. A numerical study on the effect of beach nourishment on wave overtopping in shallow foreshores / T. Suzuki, T. Verwaest, W. Veale [et al.] // *Coastal engineering.* – 2012. – P. 1 – 13.
11. The applicability of SWASH model for wave transformation and wave overtopping: A case study for the Flemish coast / T. Suzuki, T. Verwaest, W. Hassan [et al.] // *Fifth International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering (ACOMEN 2011)*, (Belgium, 14–17 November 2011). – Belgium, 2011. – P. 2 – 10.
12. Wave loading on wave return walls with shallow foreshores. A case study from the Flemish coast / W. Veale, T. Suzuki, T. Verwaest [et al.] // *Book of Abstracts of the Fourth International Conference on the Application of Physical Modelling to Port and Coastal Protection.* – Ghent, Belgium, 2012. – P. 1 – 3.
13. Integrated design of coastal protection works for Wenduine, Belgium / W. Veale, T. Suzuki, T. Verwaest [et al.] // *Coastal engineering.* – Belgium, 2012. – P. 1 – 10.
14. Demirbilek Z. and Nwogu O. Boussinesq Modeling of Wave Propagation and Runup over Fringing Coral Reefs / Z. Demirbilek, G. Nwogu Okey // *Model Evaluation Report. Us Army corps of engineers.* – December, 2007. – 101 p.
15. Zijlema M. Modeling wave transformation across a fringing reef using SWASH / Zijlema M. – The Netherlands, 2012. – P. 1 – 12.
16. Wave penetration into a shallow marina-case study for Blankenberge in Belgium / T. Suzuki, V. Gruwez, A. Bollr [et al.] // *Coastal engineering.* – Belgium, 2012. – P. 1 – 10.
17. Mike 21 BW: Boussinesq Waves Module. Danish Hydraulic Institute Water and Environment, Scientific Documentation. – 2007. – 24 p.
18. Oshnack M. An Analysis of Wave Forces on Prototype Walls under Tsunami Loading THESIS / M. Oshnack // Oregon State University. – 2010. – P. 1 – 53.
19. Model study of tsunami wave loading on coastal structures / N.I. Thusyanthan, A. Modoni, R. Hakin [et al.] // *University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom.* – 2008. – P. 1 – 10.

20. Demirbilek Z. Infra-Gravity Wave Input Toolbox (IGWT): User's Guide / Z. Demirbilek, G. Nwogu Okey, Alan K. Zundel // Us Army corps of engineers. – 2007. – P. 1 – 10.
21. Wave-induced extreme water levels in the Puerto Morelos fringing reef lagoon / A. Torres-Freyermuth, I. Mariño-Tapia, C. Coronado3 [et al.] // Nat. Hazards Earth Syst. Sci. – 2012. – N 12. – P. 3765 – 3773.
22. Nwogu O. BOUSS-2D: A Boussinesq wave model for coastal regions and harbors / O. Nwogu, Z. Demirbilek // Report 1. Theoretical background and user's manual. – 2001. – 70 p.
23. Fujima K. Necessity of advanced tsunami damage index / K. Fujima // Proc. of the Sixth International Workshop on Coastal Disaster Prevention. – Thailand, 2009. – P. 61 – 70.

Стаття надійшла до редакції 11.06.2013