УДК 519.233.5:519.242.5

С.Г. РАДЧЕНКО[*]

О СООТВЕТСТВИИ ПРИМЕНЯЕМОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА РЕАЛЬНЫМ СВОЙСТВАМ МОДЕЛИРУЕМЫХ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

[*]Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", Киев, Украина

Анотація. *Проаналізовано основні системні властивості модельованих складних систем та наведено умови, які не відповідають передумовам статистичного методу моделювання. Приведені стійкі методи розв'язання регресійних задач в умовах початкової невизначеності даних. Розглянуто приклад успішного розв'язку реальної прикладної задачі одержання багатофакторної регресійної моделі.*

Ключові слова: *регресійний аналіз, планування експерименту, стійкі методи розв'язання задач.*

Аннотация. *Проанализированы основные системные свойства моделируемых сложных систем и приведены условия, которые не соответствуют предпосылкам статистического метода моделирования. Приведены устойчивые методы решения регрессионных задач в условиях исходной неопределенности данных. Рассмотрен пример успешного решения реальной прикладной задачи получения многофакторной регрессионной модели.*

Ключевые слова: *регрессионный анализ, планирование эксперимента, устойчивые методы решения задач.*

Abstract. *The basic system properties of the modeled complex systems have been analyzed, and conditions which do not correspond to preconditions of the statistical method of modeling have been adduced. The author presents stable methods to solve the regression problems in conditions of initial indeterminacy of the data. An example of successful solution of the real applied problem of obtaining the multifactor regression model has been considered.*

Keywords: *regression analysis, experiment design, stable methods of problem solution.*

1. Вступление

Постановка проблемы

Формализованное описание сложных систем предполагает использование определенного математического аппарата. От его правильного выбора зависят объективность решения задачи и затраты на его получение. В большинстве решений используются экспериментально-статистический подход и методология регрессионного анализа [1]. Практика решения многочисленных прикладных задач показала необходимость тщательного анализа применяемого математического аппарата к реальным свойствам моделируемых сложных систем.

Анализ публикаций

Математика, будучи абстрактной, неэмпирической наукой, тесно связана с реальной действительностью. Однако связь эта имеет непростой и в некоторых важных случаях своеобразный характер: буквальное выполнение математических следствий при приложении математики к реальной действительности не всегда возможно. Наиболее четко и лаконично это положение сформулировал А. Эйнштейн: «Если теоремы математики прилагаются к отражению реального мира, они не точны; они точны до тех пор, пока не ссылаются на действительность...» [2, с. 83].

Неопределенность исходной информации, необходимой для использования методов теоретической математики, является типичной для решения задач множественного регрессионного анализа. Полученные исходные данные являются результатом суммарного воздействия групп управляемых, неуправляемых и неконтролируемых факторов и содержат как необходимую (объективную), так и случайную информацию. Необходимо восстановить в виде формализованного выражения влияние управляемых факторов и оценить случайную составляющую, которая не несет полезной информации. Источником ее являются неуправляемые и неконтролируемые факторы. Такие задачи получили название обратных. Обратная задача – определение коэффициентов B в уравнении Y=XB+E по измеренному выходному результату Y и условиям наблюдения X, E – значение случайной ошибки ε. Многие обратные задачи являются некорректно поставленными задачами.

Бурное развитие науки, техники, технологий показало, что некорректные задачи встречаются часто при исследованиях в физике и технике. По мнению д.т.н. Ю.П. Петрова и д.т.н. В.С. Сизикова, «некорректные задачи встречаются часто, на каждом шагу, и о свойствах некорректных задач, об опасности ошибок, с ними связанных, надо всегда помнить» [3, с. 15].

Сложность и специфичность решения математических задач с неточными исходными данными заключаются в том, что реализация решения на современных ЭВМ в рамках классических методов не гарантирует устойчивых результатов. Акад. А.Н. Тихонов считает, что «устойчивые математические методы решения неустойчивых задач с неточными данными относятся к классу математических задач, выходящих за пределы классической математики» [4, с. 94].

Цель статьи

Анализ основных системных свойств моделируемых сложных систем и формулирование требований к применяемому статистическому методу решения задач.

2. Свойства моделируемых систем и применяемых для решения методов

Рассмотрим основные системные свойства моделируемых сложных систем.

1. Свойства моделируемых сложных систем являются первичными и не изменяемыми, а используемый для формализованного описания математический аппарат должен быть изоморфным реальным свойствам действительности.

2. Получаемая по результатам экспериментов информация относится к определенной системе (объекту) и классифицируется как идиографическая, то есть соответствующая определенным условиям места и времени [1, с. 30–34]. Исследователи в области экспериментального установления взаимосвязи параметров качества поверхностного слоя деталей машин с условиями их обработки отмечают следующее: «Если теоретические уравнения носят общий характер и практически не имеют ограничений, то эмпирические зависимости имеют узкое конкретное применение и достаточно точно описывают процесс в заданных условиях проведения эксперимента» [5, с. 229]. Полученная информация распространяется на все системы (объекты) данного класса.

3. Информацию о моделируемых системах получают при определенных сочетаниях значений факторов, то есть в точках зондирования факторного пространства. Расположение точек задается планом эксперимента, который различными исследователями, в общем случае, выбирается не однозначно. Общее число необходимых опытов практически всегда ограничено.

4. Получаемая информация о сложности системы является количественной и требует для дальнейшего использования (интерпретации) теоретической формализации и осмысливания.

5. Сложные системы характеризуются системностью по факторам: управляемые, неуправляемые, неконтролируемые и критериям качества: техническим, технологическим, экономическим.

6. Сложным системам свойственна неопределенность их состояния и функционирования в отношении статистически значимых факторов, структуры математической модели,

закона распределения результатов экспериментов по случайным погрешностям и измерениям результатов экспериментов.

7. Результаты экспериментов и их измерения являются случайными величинами.

Будем предполагать получение регрессионных моделей, линейных по параметрам и, в общем случае, нелинейных по факторам. Анализ системных свойств и применяемых для решения методов рассмотрим по приведенным выше пунктам.

1) Получение статистических моделей с наилучшими свойствами возможно только при использовании системного оптимального планирования эксперимента [6]. Исследования проф. А.И. Сидорова, проф. А.И. Половинкина показали, что в технических системах между их параметрами наблюдаются зависимости, которые близки к линейным, то есть некоторые факторы X_i и X_j коррелированны между собой. Коррелированность факторов означает статистическую зависимость между главными эффектами и взаимодействиями, мультиколлинеарность эффектов и приводит к решению некорректно поставленных задач [7]. В этих случаях необходимо использовать устойчивые методы оценивания статистических моделей [7].

2) Экспериментальный метод получения информации предполагает, что система (объект), с которой проводятся опыты, по своим свойствам является эквивалентной всем другим системам определенного множества (класса) A, то есть должно выполняться условие рефлексивности *aRa*. Только при выполнении этого условия возможно распространение полученных результатов на все элементы a. Практика статистического моделирования показала, что фактическое выполнение этого условия может быть затруднительным и в некоторых случаях невозможным. Тогда каждый элемент a множества A должен описываться индивидуально.

Свойства выборки должны соответствовать критериям репрезентативности и статистичности.

3) Выбор условий проведения эксперимента определяется планом эксперимента. План эксперимента должен соответствовать критериям *D*-, *A*-, *E*-, *G*-, *Q*-оптимальности, ортогональности [1, с. 28–29, 89–91]. Этим критериям соответствуют любой полный факторный эксперимент, а также регулярные дробные планы экспериментов. Структура модели должна выбираться из множества структурных элементов модели полного факторного эксперимента [1, с. 91–93]. Необходимо использовать систему ортогональных контрастов и нормировать эффекты.

Для дробных факторных экспериментов рекомендуется выбирать число опытов $N_{\text{Д}}$ с учетом эмпирической формулы:

$$N_{\text{Д}} \approx (1{,}5...2)\sum_{i=1}^{k}(s_i - 1), \tag{1}$$

где s_i – число уровней i-го фактора, $1 \le i \le k$;

k – общее число факторов.

Меньше рекомендуемого число опытов использовать не следует, так как коррелированность эффектов будет сравнительно большой, что не позволит получить устойчивое оценивание коэффициентов модели и их интерпретацию.

4) Свойства получаемой модели и ее коэффициентов должны позволять их интерпретацию в предметной области. Статистически значимые эффекты указывают на причинные связи факторов и критерия качества системы. Структура модели раскрывает системное влияние факторов в виде главных эффектов и взаимодействий (эмергентность) [1, с. 211–224].

Указанная интерпретация возможна, если эффекты модели ортогональны друг к другу или достаточно слабо коррелированы и нормированы.

5) Выбор управляемых факторов проводится специалистом в предметной области совместно со специалистом по планированию эксперимента. Введенные в модель факторы должны быть статистически значимыми.

Влияние неуправляемых и неконтролируемых факторов приводит к систематическому и случайному рассеиванию результатов повторных опытов. Необходимо использовать поправку RASTA для повышения воспроизводимости повторных опытов [1, с. 122–133].

Управляемые факторы могут взаимодействовать между собой; кроме главных эффектов различных порядков на критерии качества могут влиять и различные взаимодействия факторов. Они создают системный эффект влияния факторов на моделируемый критерий качества. При создании многофакторных статистических моделей сложных систем выявление взаимодействий факторов, их оценка являются определяющими для получения качественных моделей. Проведение компромиссной оптимизации критериев качества системы приводит к эффекту – принцип Ле Шателье-Самуэльсона [7, с. 23–24].

6) Условия проведения экспериментального исследования характеризуются существенной неопределенностью [7, с. 26–27]. Заранее не известны статистически значимые факторы, оказывающие наибольшее влияние на моделируемые критерии качества системы.

Сложность и новизна моделируемых систем затрудняют задание структуры статистической модели до проведения с нею эксперимента. Закон распределения результатов при одинаковых условиях обычно не известен.

Впервые предложено формализованно задавать структуру многофакторной статистической модели выражением

$$\prod_{i=1}^{k}(1+x_i^{(1)}+x_i^{(2)}+\ldots+x_i^{(s_i-1)}) \rightarrow N_{\Pi},$$

где 1 – значение фиктивного фактора $x_0 \equiv 1$;

$x_i^{(1)},\ x_i^{(2)},\ldots,x_i^{(s_i-1)}$ – ортогональные контрасты факторов X_i;

s_i – число различных уровней фактора X_i;

k – общее число факторов, $1 \le i \le k$;

(1), (2), …, (s_i-1) – порядок контрастов фактора X_i;

N_{Π} – число структурных элементов полного факторного эксперимента, равное числу опытов эксперимента.

Предполагается, что порядок максимального значения ортогонального контраста s_i-1 достаточный для адекватного описания влияния непрерывного фактора X_i по всей области факторного пространства. Значение s_i назначается исследователем, исходя из логически профессионального анализа предметной области.

При использовании ЛП$_\tau$ равномерно распределенных последовательностей число s_i различных уровней фактора X_i равно числу опытов N и адекватность описания поверхности отклика $\hat{y}$ фактором X_i будет практически всегда. Использование ЛП$_\tau$ планов экспериментов позволяет получить адекватные высокоточные модели.

Для полного факторного эксперимента число структурных эффектов (элементов) модели равно числу опытов плана эксперимента N_{Π}, и все эффекты ортогональны друг к другу. Получаемая статистическая модель будет адекватна результатам эксперимента, так как множество структурных элементов необходимо и достаточно для описания результатов опытов.

Структура модели для полного факторного эксперимента $3^1 \times 4^1 // 12$ будет следующей:

$$(1 + x_1^{(1)} + x_1^{(2)})(1 + x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + x_2^{(3)}) =$$

$$= 1 + x_1^{(1)} + x_1^{(2)} + x_2^{(1)} + x_2^{(2)} + x_2^{(3)} + x_1^{(1)}x_2^{(1)} + x_1^{(1)}x_2^{(2)} + x_1^{(1)}x_2^{(3)} + x_1^{(2)}x_2^{(1)} + x_1^{(2)}x_2^{(2)} + x_1^{(2)}x_2^{(3)},$$

где $x_1^{(1)}$, $x_2^{(1)}$ – линейные контрасты факторов X_1, X_2;

$x_1^{(2)}$, $x_2^{(2)}$ – квадратичные контрасты факторов X_1, X_2;

$x_3^{(3)}$ – кубический контраст фактора X_2.

Общий вид статистической модели будет следующий:

$$\hat{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1^{(1)} + b_2 x_1^{(2)} + b_3 x_2^{(1)} + b_4 x_2^{(2)} + b_5 x_2^{(3)} + b_6 x_1^{(1)} x_2^{(1)} +$$

$$+ b_7 x_1^{(1)} x_2^{(2)} + b_8 x_1^{(1)} x_2^{(3)} + b_9 x_1^{(2)} x_2^{(1)} + b_{10} x_1^{(2)} x_2^{(2)} + b_{11} x_1^{(2)} x_2^{(3)}.$$

Модель содержит шесть главных эффектов и шесть двойных взаимодействий.

Отметим, что в предложенной структуре модели все эффекты ортогональны друг к другу и их число равно числу опытов плана эксперимента.

Для дробных факторных экспериментов необходимо использовать многофакторные регулярные планы экспериментов, в которых все главные эффекты ортогональны друг к другу. При выборе числа опытов в плане эксперимента по формуле (1) некоторые взаимодействия будут ортогональны к главным эффектам, введенным в модель, и модель будет адекватна либо близка к адекватной.

7) Разработанные статистические методы ориентированы на исходные данные, которые имеют нормальный закон распределения. Тогда полученные выводы будут теоретически обоснованы.

Рассмотрим получение статистической модели сложной системы. С целью прогнозирования системных свойств спиральных монолитных твердосплавных сверл (СМТС), которые используются при сверлении отверстий в печатных платах, было проведено многофакторное математическое моделирование, включающее нахождение оптимальных условий их конструкции, технологии изготовления и эксплуатации. Системный анализ факторов показал, что на характеристики печатных плат, условия и режимы сверления отверстий, качество СМТС влияет не менее 139 факторов. Экспертный анализ позволил выделить 20 факторов, формирующих в значительной части конструкцию сверла и технологию образования качественного отверстия для последующей его металлизации.

В качестве обобщенного критерия качества работы СМТС была выбрана максимальная путевая наработка L (в погонных метрах) после всех переточек сверла, которая коррелирует со всеми 9 показателями, характеризующими интенсивность, надежность и эффективность процесса сверления, а также со стоимостью получения одного отверстия в печатных платах, и является обобщенным технико-экономическим критерием.

С учетом числа факторов и числа их уровней был построен дробный многофакторный регулярный план эксперимента $2^4 \times 3^7 \times 4^8 \times 8^1 // 64$.

Учитывая, что факторы в плане разных типов и план эксперимента отвечают критерию ортогональности главных эффектов, целесообразно факторную модель предложить в виде системы ортогональных полиномов Чебышева.

$$\hat{y} = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + ... + b_{20}x_{20} + b_{21}z_5 + ... + b_{36}z_{20} + b_{37}g_{12} + ... + b_{45}g_{20} +$$
$$+ b_{46}v_{20} + b_{47}w_{20} + b_{48}m_{20} + b_{49}h_{20} + \text{П},$$

где $b_0, b_1, ..., b_{49}$ – оценки коэффициентов регрессии;

$x_1, x_2, ..., x_{20}$ – линейные функции натуральных значений факторов $X_1, X_2, ..., X_{20}$;

$z_5, z_6, ..., z_{20}$ – квадратичные функции значений $x_5, x_6, ..., x_{20}$;

$g_{12}, g_{13}, ..., g_{20}$ – кубические функции значений $x_{12}, x_{13}, ..., x_{20}$;

$v_{20}, w_{20}, m_{20}, h_{20}$ – функции четвертой, пятой, шестой, седьмой степени от x_{20};

П – условное обозначение членов модели с произведениями выше приведенных функций (полиномов) по две, три и т.д. функции. Эти эффекты учитывают влияние взаимодействий факторов на значение критерия качества (функцию отклика). Эффективность получения полезной информации из исходных данных составляет 96,2 %.

Регрессионный анализ результатов опытов и проверку полученной модели выполняли по алгоритму RASTA3 с использованием программного средства «Планирование, регрессия и анализ моделей» (ПС ПРИАМ). Список эффектов – кандидатов для включения в структуру математической модели содержал 43 эффекта – главных и взаимодействий. Были получены две модели. В модель $\hat{y}_1$ включались эффекты с низкой долей участия. Для сравнения была получена еще одна модель $\hat{y}_2$ с ограничением коэффициентов с низкой долей участия 0,01.

$$\hat{y}_2 = 14{,}8523 - 3{,}32511x_{17} - 2{,}93366x_{16} + 4{,}25346m_{20} - 2{,}59043x_{15} +$$
$$+ 2{,}6105x_{20} - 2{,}37065z_7 - 2{,}24323x_1x_8 - 1{,}94111x_8 + 1{,}27191x_2 +$$
$$+ 2{,}21255x_1w_{20} - 1{,}79911x_5 + 1{,}12697x_4 - 1{,}44596x_{19} + 0{,}766125z_{12} +$$
$$+ 1{,}11955x_6 + 0{,}861815g_{20} - 1{,}11212x_2g_{13} + 0{,}891506x_{12} + 0{,}647813x_1.$$

В модель были включены следующие факторы.

X_{17} – толщина сердцевины, К, мм (0,13; 0,19; 0,25; 0,31) – непрерывный;

X_{16} – ширина пера сверла, В, мм (0,3; 0,4; 0,5; 0,6) – непрерывный;

X_{20} – разбиение плана эксперимента на ортогональные блоки, Б, (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7) – качественный.

X_{15} – ширина ленточки по спирали сверла, fc, мм (0,04; 0,10; 0,16; 0,22) – непрерывный;

X_7 – длительность упрочняющей обработки, $t_{УО}$, (исходные, неупрочненные; УЗО выдержка 1,0 мин.; УЗО выдержка 1,5 мин.) – непрерывный;

X_1 – смазочно-охлаждающая технологическая среда для вышлифовки спиральных канавок сверла, Сск, (сунграйнл-600Х; МР-10) – качественный;

X_8 – зернистость алмазного круга для окончательного шлифования рабочей части, Зрч, мкм/мкм (40/28; 28/20; 20/14) – дискретный;

X_2 – спекание заготовок сверл, СЗ, (одностадийное; двухстадийное) – качественный;

X_5 – зернистость алмазного круга для вышлифовки спиральных канавок сверла, Зск, мкм/мкм (50/40; 40/28; 28/20) – дискретный;

X_4 – вид пооперационной очистки заготовок сверл, ПО, (бензин; ультразвуковая обработка + Лабомид) – качественный;

X_{19} – износостойкое покрытие, ИП, (iC; TiN; без покрытия; Al_2O_3) – качественный;

X_{12} – связка алмазного круга для доводки сверла, СВд, (D15CC50, DTC50, D3C50(HAWERA, Германия); БСТК; МС6П; Б11-Л) – качественный;

X_6 – связка алмазного круга для вышлифовки спиральных канавок сверл, СВск, (В2-08; МС6П; Винтер, Германия) – качественный;

X_{13} – величина уголка сверла, fу, мм (0; 0,05; 0,10; 0,15) – непрерывный.

Модель $\hat{y}_1$ адекватна результатам экспериментов, однако содержит статистически незначимые эффекты и эффекты, которые коррелированы с другими эффектами более, чем с результатами экспериментов. Модель $\hat{y}_2$ в незначительной степени не адекватна и содержит 79 % эффектов, ортогональных ко всем другим эффектам, введенным в модель. Ортогональность эффектов подтверждает правильность выбранного плана эксперимента и числа опытов $N = 64$.

Коэффициенты математической модели $\hat{y}_2$ устойчивы, и число обусловленности $\mathrm{cond}(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}) = 1{,}455$ [1, с. 75–78]. Незначительная неадекватность модели объясняется за счет распределения полезной информации между многими эффектами и их взаимодействиями, которые не вошли в модель из-за их малого значения. Однако коэффициент множественной корреляции R = 0,97418 достаточно близкий к 1, а информативность модели хорошая: значение параметра для критерия Бокса и Веца равно 3.

С помощью полученной математической модели можно проанализировать влияние исследуемых факторов на значение функции отклика (критерия качества). При анализе модели необходимо учесть, что матрица плана эксперимента отвечает критерию ортогональности, а эффекты, вошедшие в модель, записанную с использованием ортогональных контрастов как независимых переменных, нормированы и указывают на направление и силу влияния соответствующего эффекта на моделируемый критерий качества. Такую математическую модель называют семантической в информационном смысле.

Информация, полученная по исследованию стойкости СМТС, была использована для поиска оптимальных условий получения стойких сверл. Оптимизация проводилась по модели $\hat{y}_2$. Поиск оптимальных условий осуществлялся с применением метода случайного поиска набросового типа и $ЛП_\tau$ равномерно распределенных последовательностей. Оптимизацию проводили с использованием ПС ПРИАМ. По модели $\hat{y}_2$ были рассчитаны значения в равномерно распределенных квазислучайных 1024 точках многомерного факторного пространства.

Рассчитанные оптимальные значения уровней факторов были проанализированы с учетом ортогональности эффектов и некоторые уточнены. Путевая максимальная наработка равна 42,975 м, а гарантированная наработка равна 33,020 м.

Полученные оптимальные значения факторов были рекомендованы для использования и внедрения в научно-производственном объединении им. С.П. Королева, и в лаборатории твердосплавного инструмента был налажен выпуск сверл по усовершенствованной конструкции и технологии их изготовления.

Системный учет и комплексная оптимизация конструкторских факторов СМТС, технологии их изготовления, упрочнения, эксплуатации и восстановления дали возможность одновременно повысить ресурс работы сверла в 5…6 раз, производительность сверления печатных плат довести до 100…150 ходов/мин и гарантировать (100 %) на последующей операции металлизации стенок отверстий сплошной плотный мелкокристаллический слой химически осажденной меди без разрывов и царапин. Работоспособность СМТС была повышена до 33 погонных метров (гарантированный результат). При работе на станках с ЧПУ группой сверл необходимо уменьшить общую длину просверленных отверстий до 20…22 м.

Рассмотрение результатов математического моделирования СМТС показывает, что успешно реализованы системный подход к моделированию в виде количественного анализа влияния одновременно 20 конструкторских и технологических факторов; существенное уменьшение влияния систематических неоднородностей многофакторного эксперимента в виде совокупности неуправляемых и неконтролируемых факторов; системное определение оптимальных условий (корреляционная связь 9 критериев качества, в том числе интенсивности, надежности, эффективности) процесса сверления СМТС.

Приведенный системный подход к получению многофакторных статистических моделей использовался при получении регрессионных моделей технических, технологических, измерительных, материаловедческих и других систем [1, с. 211–288]. Его применение целесообразно при решении конструкторских, технологических, испытательных и эксплуатационных задач, в научно-исследовательской работе и учебном процессе. Разработанная методология была проверена при решении более ста прикладных задач и показала хорошие результаты [8].

3. Выводы и перспективы дальнейших исследований

1. Решение реальных прикладных системных задач проводится с использованием экспериментально-статистического метода в определенных условиях места и времени и является идиографическим подходом. Полученные статистические модели применяют для всех систем моделируемого класса. Используемая выборка исходных данных должна соответствовать требованиям однородности, репрезентативности и статистичности.
2. Статистические модели получают в условиях неопределенности состояния и функционирования систем, так как отсутствует необходимая информация о статистически значимых управляемых факторах, структуре моделей, законе распределения результатов экспериментов. Необходимо использовать устойчивый (робастный) подход при получении моделей. Он заключается в создании таких начальных условий, которые позволяют статистически независимо оценивать необходимые параметры моделей и выбирать их из множества элементов, необходимых и достаточных для адекватного описания полученных результатов проведенных экспериментов.
3. Используемые планы экспериментов должны соответствовать критериям ортогональности, *D*-, *A*-, *E*-, *G*-, *Q*-оптимальности, устойчивости (робастности). Такими планами являются полные факторные эксперименты, многофакторные регулярные планы и планы на основе $ЛП_\tau$ равномерно распределенных последовательностей.
4. Структуры статистических моделей должны выбираться из структуры модели полного факторного эксперимента с использованием системы ортогональных нормированных контрастов. При использовании устойчивого плана эксперимента структуры моделей будут устойчивы, так как эффекты будут ортогональны друг к другу. Приведенные условия будут наилучшими также для вычислительной устойчивости коэффициентов моделей.
5. Используемые планирование эксперимента и регрессионный анализ должны рассматриваться совместно на всех этапах получения моделей в виде триады: план эксперимента – структура модели – коэффициенты модели. Все составляющие триады должны быть ортогональны по факторам, структурным эффектам и численным значениям эффектов.

Дальнейшее развитие изложенной методологии проводится с использованием топологического метода устойчивого оценивания регрессионных моделей при решении некорректно поставленных задач [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радченко С.Г. Методология регрессионного анализа / Радченко С.Г. – К.: «Корнійчук», 2011. – 376 с.
2. Эйнштейн А. Геометрия и опыт: собр. науч. тр. / Эйнштейн А. – М.: Наука, 1966. – Т. 2. – 879 с.
3. Петров Ю.П. Корректные, некорректные и промежуточные задачи с приложениями: [учеб. пособие для вузов] / Ю.П. Петров, В.С. Сизиков. – СПб: Политехника, 2003. – 261 с.
4. Тихонов А.Н. Выступление на годичном общем собрании Академии наук СССР / А.Н. Тихонов // Вестник Академии наук СССР. – 1989. – № 2. – С. 94 – 95.
5. Суслов А.Г. Научные основы технологии машиностроения / А.Г. Суслов, А.М. Дальский. – М.: Машиностроение, 2002. – 684 с.
6. Радченко С.Г. Системное оптимальное планирование регрессионного эксперимента / С.Г. Радченко // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2012. – Т. 78, № 7. – С. 71 – 75.
7. Радченко С.Г. Устойчивые методы оценивания статистических моделей / Радченко С.Г. – К.: ПП «Санспарель», 2005. – 504 с.
8. Лаборатория экспериментально-статистических методов исследований (ЛЭСМИ) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.n-t.org/sp/lesmi.
9. Сайт кафедры «Технология машиностроения» Механико-машиностроительного института Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://tm-mmi.kpi.ua/index.php/ru/1/publications.

Стаття надійшла до редакції 23.04.2013