

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ СВОЙСТВ ГАВАНЕЙ С ПОМОЩЬЮ НЕЛИНЕЙНОЙ НЕГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ SWASH

* Институт проблем математических машин и систем НАН Украины

Анотація. У даній роботі для визначення природних частот порту проведено числове моделювання трансформування хвильового спектра “білого шуму”, для якого характерною стала енергія по всіх частотах крізь область порту за допомогою нелінійної негідростатичної моделі відкритого доступу SWASH. Досліджено вплив зростання кількості вертикальних шарів рідини, що моделюються, а також методів спектрального аналізу часового ряду рівня води на діапазон резонансних частот порту.

Ключові слова: SWASH, негідростатична модель, «білий шум», резонансні частоти.

Аннотация. В данной работе для определения естественных частот порта проведено численное моделирование трансформирования пропускания волнового спектра «белого шума», характеризующегося равной величиной энергии для всех частот, через область порта с помощью нелинейной негидростатической модели открытого доступа SWASH. Исследованы влияние увеличения числа моделируемых вертикальных слоев жидкости, а также методы спектрального анализа временного ряда уровня воды на диапазон резонансных частот порта.

Ключевые слова: SWASH, негидростатическая модель, «белый шум», резонансные частоты.

Abstract. In this paper, to determine the natural frequencies of the port, numerical simulation of wave spectrum transformation of “white noise”, characterized by an equal amount of energy for all frequencies through the port area was implemented by non-linear, non-hydrostatic model of open SWASH access. It was investigated the effect of increasing the number of simulated vertical layers of liquid as well as spectral analysis methods of water level time series on the range of resonance frequencies of the port.

Keywords: SWASH, non-hydrostatic model, white noise, resonance frequencies.

1. Вступлення

Согласно литературным источникам, используемым в работах [1, 2], резонансные свойства гаваней приводят к появлению сейш – свободных стоячих гравитационных колебаний жидкости в замкнутых или полузамкнутых бассейнах. В отличие от прогрессивных волн, в сейшах отсутствует видимое поступательное движение гребней волн. Период сейш зависит от геометрической формы и размеров бассейна, географической широты места. Периоды сейш изменяются от нескольких минут до нескольких десятков часов, амплитуды не превышают одного метра, но могут достигать двух-трех. Опасность сейшевых колебаний состоит в том, что они могут значительно усилить ветровые сгонно-нагонные колебания жидкости в бассейне, создавая повышенную степень опасности подъемов и понижений уровня волн для береговой инфраструктуры. В бухтах и гаванях сейши могут генерировать интенсивные периодические течения, приводящие к опасному для пришвартованных у причалов судов явлению тягуна.

Известно, что причиной возникновения тягуна в порту являются инфрагравитационные (ИГ) волны с периодом от 30 с до нескольких минут, возникающие в штормовой зоне моря и обусловленные нелинейным взаимодействием ветровых волн [3]. Проникая в порт, они создают на его акватории систему стоячих колебаний большого периода, или сейш. Согласно работе А. Рабиновича [4], потеря энергии сейш в замкнутых бассейнах в основном связана с диссипацией энергии обрушения и трения, в то время как затухание сейшевых колебаний в порту происходит в основном благодаря излучению волновой энергии через устье гавани.

Для замкнутых и полуоткрытых прямоугольных бассейнов длины L и однородной глубины h приведена формула Мариан [3] для определения резонансных (собственных) частот таких акваторий соответственно в виде:

$$T_n = \frac{2L}{n\sqrt{gh}} \text{ для моды } n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

$$T_n = \frac{4L}{(2n+1)\sqrt{gh}} \text{ для моды } n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

где g – гравитационная постоянная.

Решение задачи на собственные значения с помощью численного конформного отображения исходной области на прямоугольник с последующим применением метода Рунге для расчета периодов резонансных колебаний показало хорошее соответствие с данными наблюдений в работе [4]. Однако аналитические решения возможны лишь в случаях относительно простых конфигураций акваторий (когда акваторию можно схематизировать в виде прямоугольника или окружности).

С помощью модели MIKE_21 в работах Gierlvsen et al, 2001, [5], Kofoed-Hansen H. Et al., 2000 [6] на основе волновой модели Буссинеска для определения резонансных частот порта применяется пропускание через акваторию порта «белого шума» – спектра низких частот с одинаковой спектральной плотностью. Полученные значения изменения уровня воды не являются реальными, но их спектральный анализ дает значения собственных частот порта.

2. Численное моделирование резонансных частот порта нелинейной негидростатической моделью SWASH

В естественных условиях для активации собственных частот порта необходимо наличие такой же области частот, составляющей часть энергетического потока поверхностных волн, подходящего к порту. С другой стороны, генерирование низкочастотных (опасных для порта) мод так же, как и высокочастотных, возможно при нелинейном взаимодействии ветровых волн их первичного спектра.

Одним из подходов, наряду с использованием многослойных уравнений типа Буссинеска с улучшенными дисперсионными характеристиками, является подход дискретизации глубины жидкости по слоям с использованием уравнений типа Навье-Стокса, что дает аналогичные волновые характеристики [7]. При этом метод Стилинга и Зийлемы конечно-разностной аппроксимации вертикального градиента негидростатического давления обеспечивает точность волнового обрушения и дисперсионных характеристик моделируемых волн [8].

В данной работе для численной реализации волновых процессов внутри порта применяется однослойная (осредненная по глубине типа Навье-Стокса) нелинейная негидростатическая модель открытого доступа SWASH (M. Zijlema, et al 2011 [8]) для моделирования движения потока со свободной поверхностью и быстро изменяющимся потоком мелкой воды в прибрежной зоне шельфа. Кроме того, показано влияние увеличения числа вертикальных слоев жидкости на изменение диапазона резонансных частот порта.

В работе M. Zijlema, 2012 [9] было выполнено тестирование модели SWASH для трансформации волн на подводном рифе с помощью лабораторного эксперимента [10], где была также применена оценка основной моды осцилляции с помощью формулы Мариан (2). В статье [11] проведено сравнение численных результатов модели SWASH с результатами численного моделирования уравнения типа Буссинеска, полученными в [10], и измерениями одного из тестов этого эксперимента, а также применена оценка главной моды

осцилляции с помощью формулы Мариан (2). В работе рассмотрены резонансные свойства некоторых типов проектируемых в акватории Черного моря гаваней прямоугольной (порт Тамань) и круглой формы (порт Геленджик) [12].

2.1. Порт прямоугольного типа

На рис. 1 показана расчетная область гавани Тамань открытого прямоугольного типа с внутренними портами. При этом входной границей для волн является южная граница этой области.

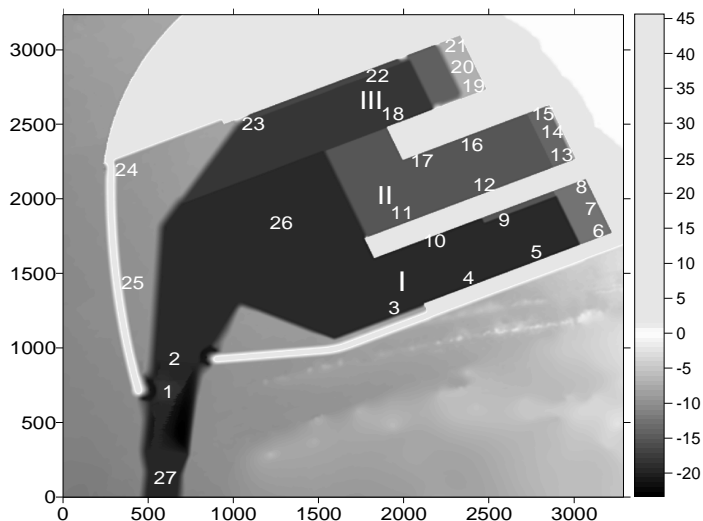


Рис. 1. Схема порта прямоугольного типа

Для определения собственных частот порта с помощью численного моделирования на южной границе задается «белый шум» с диапазоном частот $0,001\text{Hz} < f < 0,05\text{Hz}$ ($20\text{c} < T < 1000\text{c}$) и постоянной плотностью энергии $E = 0,01\text{m}^2 / \text{Hz}$. На западной и восточной границах расчетной области задается абсорбирующий слой для отраженных волн от западного и южного молов соответственно. Расчетная сетка – прямоугольная с разрешением (2м x 2м), время моделирования 20 мин.

В контрольных точках 1 – 27 (рис. 1) по полученному с помощью модели SWASH изменению по времени возвышения свободной поверхности и при использовании линейного спектрального анализа находятся соответствующие спектры в предполагаемой области генерируемых низких частот $0,001\text{Hz} < f < 0,05\text{Hz}$ ($20\text{c} < T < 1000\text{c}$).

На рис. 2 а–в показаны спектры волновой энергии «белого шума» как функции периодов во всех отмеченных точках, сгруппированных по внутренним портам I – III (рис. 1), находящимся в восточной части гавани.

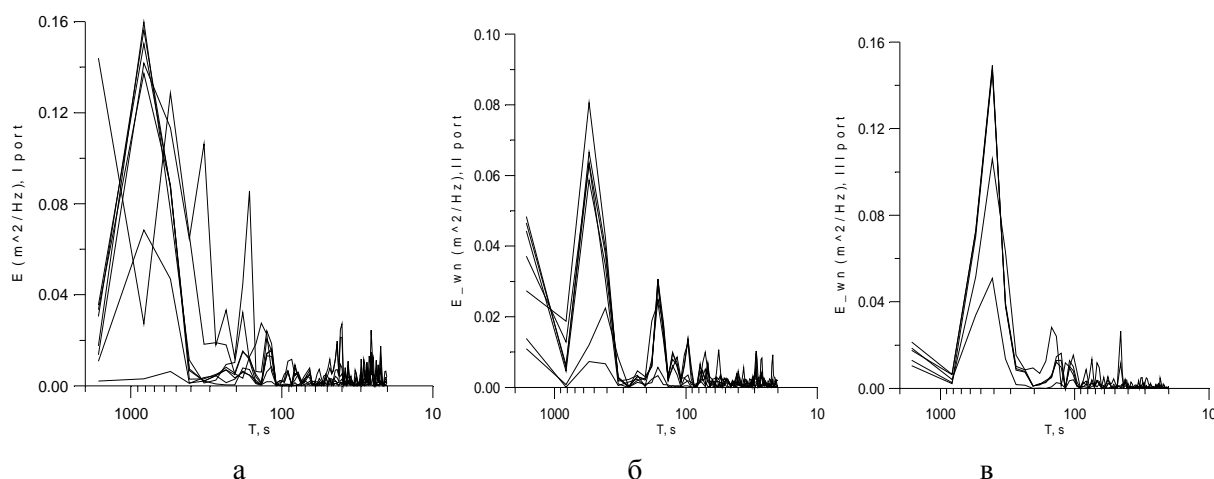


Рис. 2. Распределение спектральной плотности волновой энергии «белого шума» в контрольных точках порта: а – I-й порт, б – II-й порт, в – III-й порт

Так как рассматриваемая гавань является прямоугольным открытым портом, разделенным внутренними портами, проведем оценку основной моды (моды Гельмгольца) для

каждого внутреннего порта. Согласно формуле Мариан (2), основная мода определяется длиной волнолома, равной четверти длины волны. Тогда, принимая во внимание (2) и данные [12], для западного мола с длиной $l_w=1617$ м и средней глубиной $h_w=14,9$ м нулевая мода $T_{0w}=534$ с, а для внутренних портов (расположенных параллельно южному молу) с длиной молов и средними глубинами соответственно $l_I, l_{II}, l_{III}=2250$ м, 1125м, 562,5м и $h_I, h_{II}, h_{III}=13,8$ м, 14,6 м, 13,2 м основные моды Гельмгольца будут равны: $T_{0I}, T_{0II}, T_{0III}=770$ с, 376 с, 200 с. Эта оценка в контрольных точках I-го, II-го и III-го внутренних портов согласуется с основными модами, полученными с помощью линейного спектрального анализа: $T_{0I}, T_{0II}, T_{0III}=820$ с, 400с и 220 с (рис. 2а – в). При этом в I-м порту присутствует мода западного мола $T_{0w}=546$ с (рис. 2а) и она же оказывает существенное влияние на II-й внутренний порт (рис. 2б). Основная мода волнового поля II-го внутреннего порта $T_{0II}=400$ с присутствует во всех контрольных точках III -го порта (рис. 2в).

Следует отметить, что полученное распределение спектральной плотности волновой энергии уровня воды внутри порта не является реальным, но спектральный анализ изменения по времени этого уровня дает значения собственных частот порта. В случае реального изменения уровня воды на южной границе для шторма 11.11.2007 на рис. 4 а, б показано сравнение по диапазонам частот длинных ($0,005Hz < f < 0,05Hz$), коротких ($0,05Hz < f < 1Hz$) и по всему диапазону частот волн ($0,005Hz < f < 1Hz$) значимых высот и средних периодов, полученных с помощью линейного спектрального анализа возвышения свободной поверхности в контрольных точках. При этом в качестве входных данных задавалось постоянное распределение спектра для трех сегментов, расположенных вдоль южной границы в окрестности подходного канала, слева и справа от него с соответствующими параметрами: $H=4,86$ м, 3,62 м, 3,07 м, $T=13,24$ с, 12,58 с, 12,40 с, $\theta=347,8^{\circ}, 336,3^{\circ}, 320,8^{\circ}$ (угол отсчитывался против часовой стрелки от оси OX, направленной вдоль южной границы расчетной области), полученными для трех точек как результат моделирования шторма 11.11.2007 с помощью модели SWAN для более широкой области, включающей область порта [12]. Параметр распространения m был выбран равным 10, что соответствует узконаправленному спектру ($\sigma=15^{\circ}$). Так же, как и в случае распространения «белого шума», расчетная сетка прямоугольная с разрешением (2м x 2м), время моделирования 20 мин.

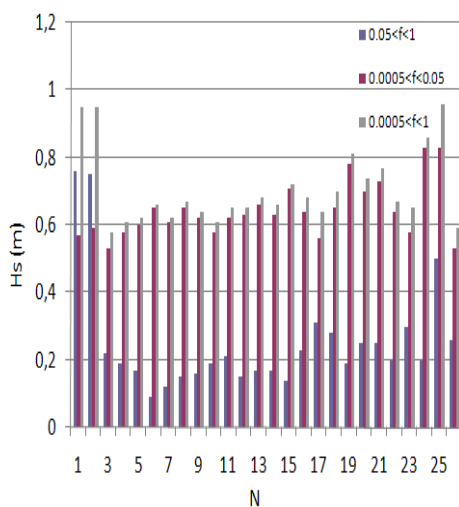


Рис. 3а. Значимые высоты

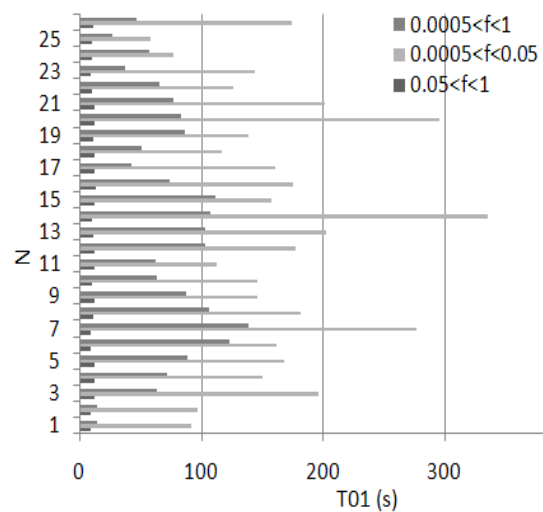


Рис. 3б. Средние периоды

Как видно на рис. 3а, высоты коротких волн уменьшаются с удалением от точек у входа в порт (точки 1, 2, 25) с передачей энергии длинным волнам и ростом их высот. При этом максимальные значения средних периодов длинных волн $0,005\text{Hz} < f < 0,05\text{Hz}$ достигаются в удаленных точках внутренних портов (точки 7, 14, 21, рис. 3б).

2.2. Порт круглого типа

Гавань, приближенно круглая по форме (порт Геленджик), показана на рис. 4.

Численное моделирование изменения уровня воды в расчетной области G_r (724м x 629м) проведено с помощью однослойной модели SWASH. Сетка регулярная, с шагом 1м x 1м.

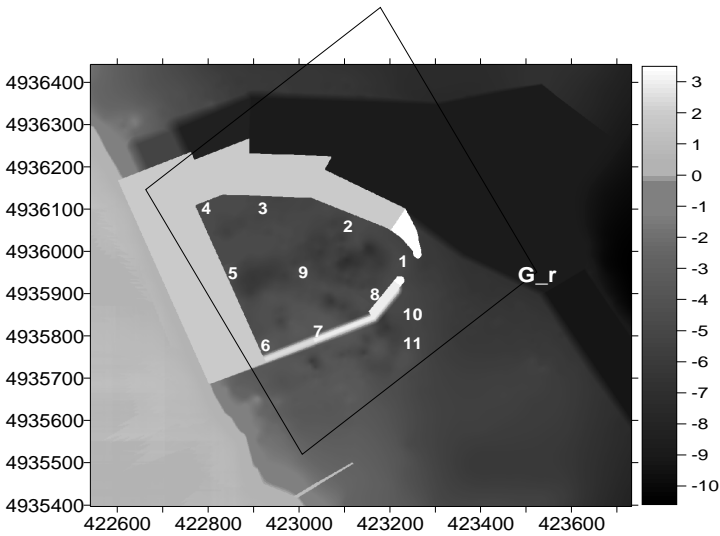


Рис. 4. Схема области

Для определения собственных частот порта на южной границе области G_r задавался однонаправленный спектр «белого шума» с диапазоном частот $0,001\text{Hz} < f < 0,05\text{Hz}$ ($20\text{ c} < T < 1000\text{ c}$) и постоянной плотностью энергии $E = 0,01\text{m}^2 / \text{Hz}$. На северной, восточной и западной границах области ставились условия свободного пропускания. Кроме того, на западной и восточной границах устанавливался поглощающий слой для отраженных волн соответственно от южного и северного моллов.

В точках 1 – 9 (рис. 4) по временному ряду изменения возвышения свободной поверхности с помощью линейного спектрального анализа волн находились соответствующие спектры для предполагаемой области генерируемых низких частот $0,001\text{Hz} < f < 0,05\text{Hz}$ ($20\text{ c} < T < 1000\text{ c}$). На рис. 5 показано распределение спектральной плотности волновой энергии как функции периодов в контрольных точках.

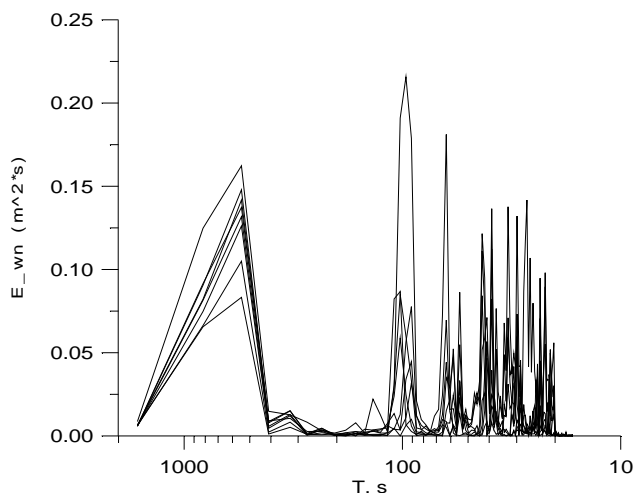


Рис. 5. Спектральная плотность «белого шума»

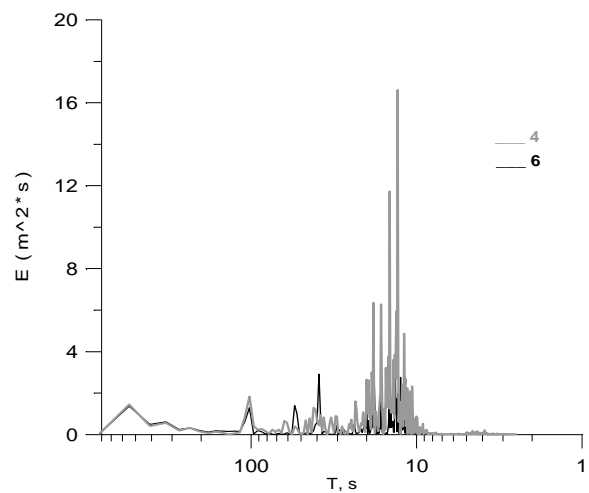


Рис. 6. Шторм 5% обеспеченности

Максимальные значения спектральной плотности достигаются в диапазоне первой и второй мод собственных осцилляций соответственно для 96 s (0,0104 Hz) и 63 s (0,016

Hz). При этом нулевая (инжекторная) мода Гельмгольца составляет 546 с (0,0018 Hz) (рис. 5). Резонанс на такой моде может генерироваться сгонно-нагонными явлениями.

В табл. 1 представлены диапазоны частот и соответствующих периодов, где наблюдаются концентрация спектральной плотности волновой энергии и ее рост по сравнению с заданным ее постоянным значением на входной границе расчетной области.

Таблица 1. Диапазон резонансных частот (периодов) порта

№ группы	0	1	2	3	4	5	6	7
часты (1/с)	0,0018	0,009- 0,012	0,015- 0,018	0,023- 0,026	0,028- 0,033	0,036- 0,04	0,043- 0,045	0,047- 0,048
периоды (с)	546	111-83	67-56	43-38	36-30	28-25	23-22	21

Проведем оценку первой собственной моды порта. Так как ширина входа в порт (рис. 4) много меньше его ширины, то конфигурацию порта можно рассматривать приближенно как круглую и замкнутую. Тогда самая низкая мода при этом будет соответствовать половине длины волны, движущейся между диаметрально противоположными точками гавани. Частота этой моды определяется согласно формуле Ламба [13]:

$$f = \frac{\sqrt{gh}}{3,4r}, \quad (3)$$

где g – ускорение гравитации, h – глубина, r – радиус акватории порта. Принимая во внимание, что средняя глубина порта $h=6\text{м}$, средний радиус $r=227\text{м}$ [12], получим $f=100\text{с}$, что соответствует диапазону 1-й моды (табл. 1).

На рис. 5 показано увеличение спектральной плотности волновой энергии для резонансных мод порта, которое не является реальной величиной [5], однако определяет потенциально возможные резонансные зоны в реальных условиях. Спектр волнового поля внутри порта в удаленных в точках 4 и 6 (рис. 4) для реальных условий с параметрами шторма 1 раз в 100 лет 5% обеспеченности показан на рис. 6. При этом вдоль входной границы расчетной области G_r при численном моделировании с помощью модели SWASH задавался постоянный спектр с параметрами волн, рассчитанными в точке, находящейся перед входом в порт, с помощью модели SWAN для более широкой области, включающей область порта [12]. Параметры спектра следующие: $H = 2,733\text{м}$, $T = 12,835\text{с}$, $m = 10$ (параметр распространения выбран соответствующим $\sigma = 10 - 17^\circ$), среднее направление совпадает с нормалью к южной границе расчетной области G_r . На рис. 6 изменение плотности волновой энергии в точках 4 и 6 внутри порта соответствует резонансным зонам 0-й, 1-й, 2-й и 3-й мод (табл. 1).

Улучшение точности дисперсии частоты волн, моделируемых с помощью однослойной модели SWASH, может быть получено с помощью увеличения вертикальных слоев жидкости [9]. Рассмотрим влияние увеличения числа слоев на определение резонансных частот в случае двухслойной и трехслойной моделей SWASH при распределении слоев по глубине соответственно в соотношении 50%, 50% и 15%, 30%, 55%.

На рис. 7 для удаленной точки порта 4 (рис. 4) с помощью линейного волнового анализа построено распределение плотности энергии «белого шума» для случаев 1-го, 2-х и 3-х вертикальных слоев. При этом видно значительное изменение спектральной плотности энергии для частот выше, чем 1-я собственная мода порта при переходе от одного слоя (кривая серого цвета) к двум (пунктирная кривая) и трем (кружки) вертикальным слоям, причем распределение плотности энергии для случая 2-х и 3-х слоев практически совпадает. Отметим, что при этом зоны резонанса остаются прежними с некоторым уменьшением частоты основной моды.

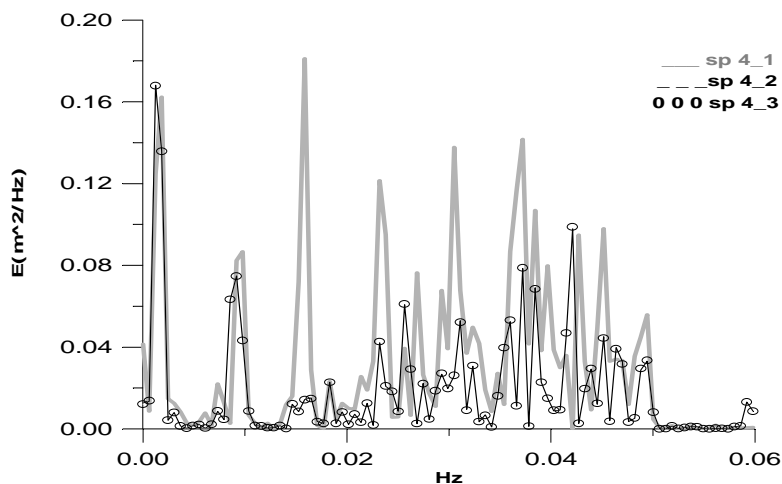


Рис. 7. Спектральная плотность энергии «белого шума» для числа вертикальных слоев 1, 2 и 3 в контрольной точке 4 при использовании линейного спектрального анализа

Проведем сравнение распределения спектральной плотности энергии «белого шума», определяемой для временного ряда изменения уровня воды с помощью линейного спектрального анализа и волнового анализа WAFO – программы свободного доступа, основанной на статистическом анализе нелинейных осцилляций [14].

На рис. 8 а – в в контрольной точке 4 (рис. 4) построены спектры волновой энергии соответственно для одно-, двух- и трехслойной моделей SWASH при использовании как спектрального линейного волнового анализа (серая кривая), так и анализа

WAFO (черная кривая).

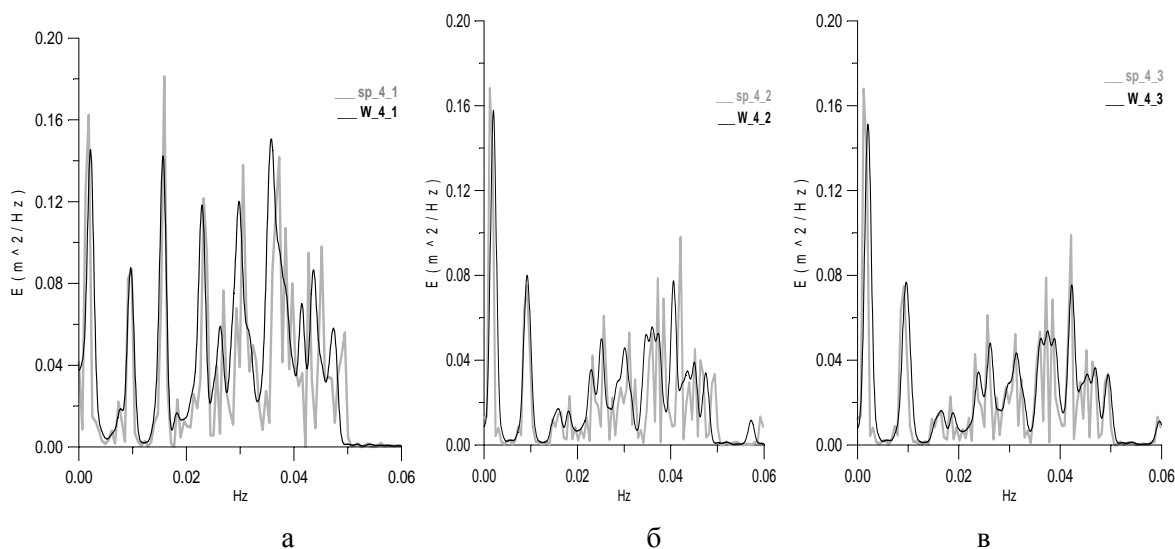


Рис. 8. Сравнение распределения плотности волновой энергии при использовании двух подходов построения спектра для изменения уровня свободной поверхности для а – одно-, б – двух-, в – трехслойной модели SWASH

На рис. 8 а–в видно некоторое отличие в распределении спектральной плотности «белого шума» и сдвиг в сторону увеличения частоты для моды Гельмгольца. Так, для одно-, двух- и трехслойной моделей SWASH, применяя анализ WAFO, основная мода соответственно равна 474 с, 509 с и 489 с по сравнению с полученным значением 546 с (табл. 1) в случае линейного спектрального анализа. При этом для первой и второй мод диапазоны изменения остаются соответственно одинаковыми в обоих случаях.

2.3. Волновое поле сейш

Чтобы показать волновое поле сейш порта Геленджик (рис. 4) для первой и второй мод, рассмотрим волновое поле в расчетной области G_r при условии задания на входной границе этой области монохроматической волны высотой $H_0 = 0,1\text{ м}$ и периодами $T_I = 96\text{ с}$ и $T_{II} = 63\text{ с}$ (средние значения первой и второй групп диапазонов периодов, табл. 1), равными соответственно периодам первой и второй собственных мод порта.

Повернем расчетную область G_r таким образом, чтобы ось OY совпадала по направлению с входной границей. Направление распространения волны совпадает с направлением оси OX . На рис. 9 а, б показаны поля относительных волновых высот регулярных волн с периодами 96с и 63с, рассчитанные с помощью модели SWASH для области G_r с разрешением (2м x 2м) и соответствующие по форме волновой поверхности сейш первой и второй резонансных мод в случае открытого порта [3].

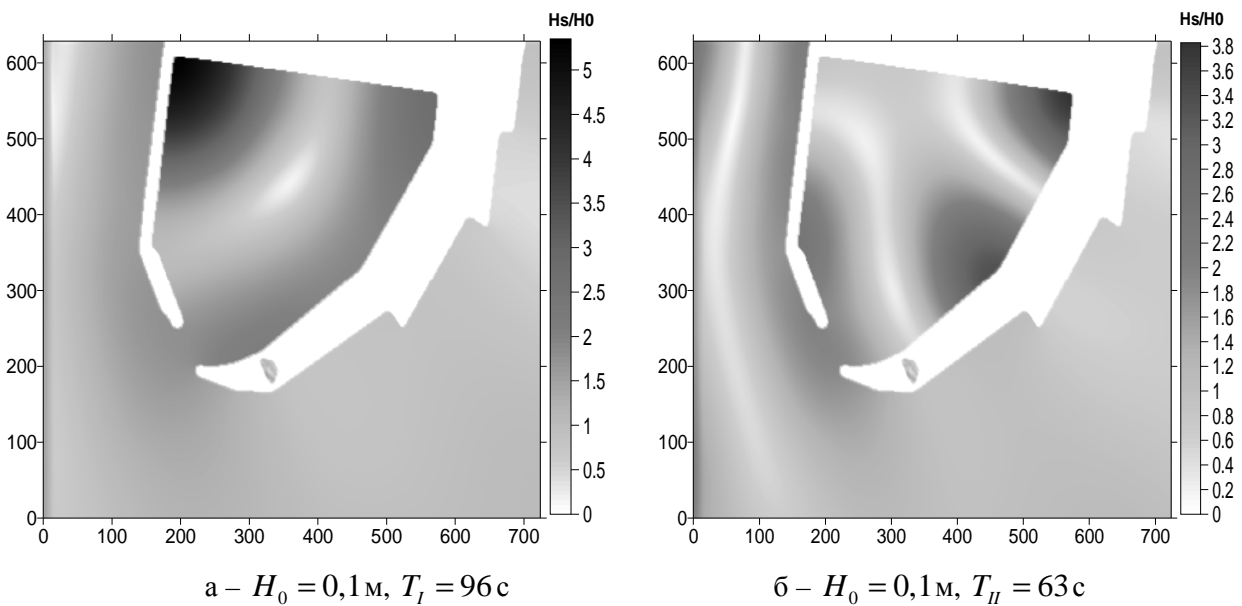


Рис. 9. Поле относительных значимых высот волн

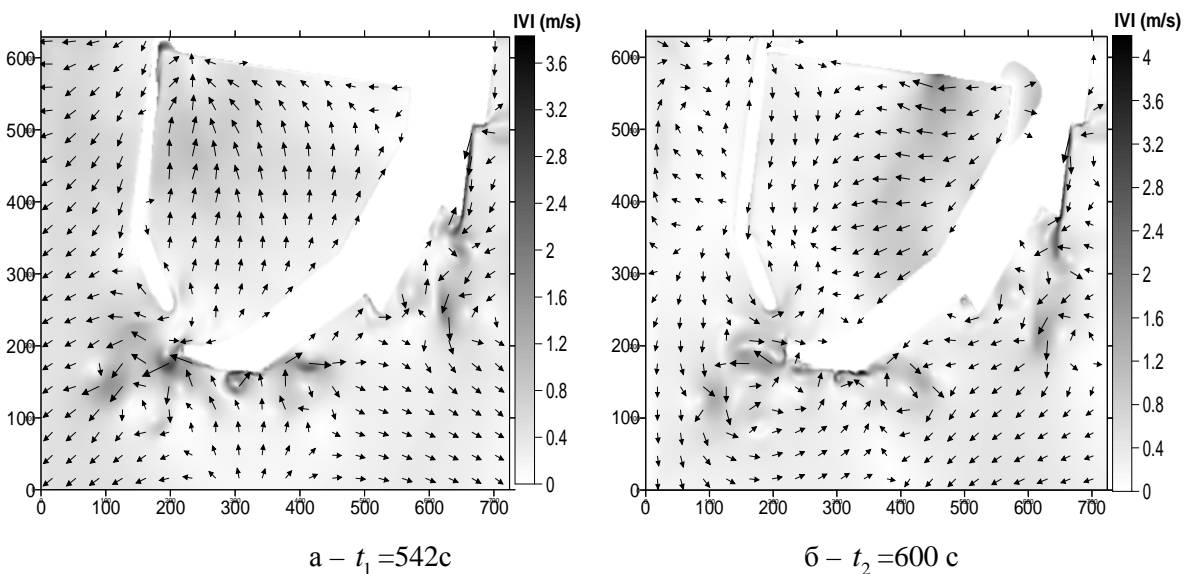


Рис. 10. Мгновенное распределение поля скоростей. $H_0 = 1\text{ м}, T = T_I$

Таким образом, при значении высоты волны $H_0 = 0,1$ м на входной границе области и для периодов регулярной волны, соответствующих собственным частотам порта, в первом случае высота волны внутри области возрастает в 5,3 раза, а во втором случае – в 3,8 раза. Следует отметить, что численный эксперимент для кратных периодов регулярной волны $T = 2T_1$ и $T = 2T_{II}$ не привел к резонансному изменению высоты волны внутри гавани.

Увеличение высоты волны на входной границе области для резонансных периодов приводит к увеличению горизонтальной скорости внутри порта (рис. 10).

При этом поле горизонтальных скоростей внутри порта меняет направление через определенные интервалы времени, связанные с периодом волны. Так, если в момент времени t_1 поле горизонтальной скорости в центральной части порта и вдоль молов было направлено от входа к береговой части порта, то в момент времени t_2 вдоль молов горизонтальная скорость поменяла направление на противоположное, а в центральной части гавани движение воды направлено от одного мола к другому. Таким образом, можно предположить, что с увеличением энергии (высоты) волны при подходе к порту, имеющей период, близкий к собственным частотам порта, резкие изменения горизонтальной скорости могут привести к дополнительной горизонтальной нагрузке на пришвартованные суда.

3. Заключение

Как показали расчеты, нелинейная негидростатическая модель открытого доступа SWASH, в качестве альтернативной по отношению к моделям, основанным на уравнениях типа Буссинеска для моделирования диспергирующих волн в прибрежной зоне шельфа, может быть применена для определения резонансных частот порта с помощью пропускания через его акваторию «белого шума». При этом показано влияние увеличения моделируемого числа вертикальных слоев жидкости и выбора метода спектрального волнового анализа на изменение диапазона резонансных частот порта.

Проведено сравнение и показано согласование полученных численно основных мод внутренних портов прямоугольного открытого типа с оценками по формулам Мариан и гавани круглой формы приближенно закрытого типа с оценкой по формуле Ламба.

Показано резонансное увеличение высоты волны внутри области круглого порта в случае совпадения периода регулярной волны, подходящей к входной границе порта, с его первой и второй модами T_1 , T_{II} . С помощью численного моделирования показано, что для кратных периодов регулярной волны $T = 2T_1$ и $T = 2T_{II}$ резонансное изменение высоты волны не наблюдается, что требует дополнительных экспериментальных исследований.

Дальнейших численных, лабораторных и натурных исследований также требует полученное предположение о том, что при достаточно большой энергии (высоты) волны при подходе к порту, имеющей период, близкий к собственным частотам порта, резкие изменения горизонтальной скорости внутри порта могут привести к дополнительной горизонтальной нагрузке на пришвартованные суда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доценко С. Природные катастрофы Азово-Черноморского региона / С. Доценко, В. Иванов. – Севастополь, 2010. – 174 с.
2. Балинец Н. Условия возникновения тягуна в портах Черного моря. 453 Гидрометцентр Черноморского Флота РФ. – Севастополь, 2007. – С. 362 – 369.
3. Рабинович А. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение / Рабинович А. – СПб.: Гидрометиздат, 1993. – 322 с.

4. Rabinovich A. Generation of meteorological tsunamis (large amplitude seiches) near the Balearic and Kuril Islands / A. Rabinovich, S. Monserrat // *Natural Hazards*. – 1998. – Vol. 18 (1). – P. 27 – 55.
5. Gierlevsen T. 2001. Wave disturbance modeling in Port of Sines, Portugal – with special emphasis on long period oscillations / T. Gierlevsen, M. Hebsgaard, J. Kirkegaard // *Proc. International Conference on Port and Maritime R&D and Technology*. – Singapore, 2001. – 29 – 29 October. – 8 p.
6. Combined numerical and physical modeling of seiching in exposed new marina / H. Kofoed-Hansen, P. Sloth, O. Sørensen [et al.] // *Proc. of 27th International Coastal Engineering Conference*. – Sydney, Australia, 2000. – 16 – 21 July. – P. 1 – 15.
7. Jacobs R.P.M. Non-hydrostatic computations of nearshore hydrodynamics / R.P.M. Jacobs // *M.Sc. Thesis Delft University of Technology*. – 2010. – June. – P. 1 – 81.
8. Zijlema M. SWASH: An operational public domain code for simulating wave fields and rapidly varied flows in coastal waters / M. Zijlema, G.S. Stelling, P. Smit // *Coastal Engineering*. – 2012. – Vol. 58. – P. 992 – 1012.
9. Zijlema M. Modeling wave transformation across a fringing reef using SWASH / Zijlema M. – The Netherlands, 2012. – P. 1 – 12.
10. Demirbilek Z. Boussinesq Modeling of Wave Propagation and Runup over Fringing Coral Reefs, Model Evaluation Report / Z. Demirbilek, Okey G. Nwogu // *Us Army corps of engineers*. – 2007. – December. – P. 1 – 101.
11. Демченко Р. Применение открытого кода SWASH для моделирования волновых полей и быстро изменяющихся потоков в прибрежной зоне и области наката волны / Р. Демченко // *Математичні машини і системи*. – 2013. – № 3. – С. 131 – 141.
12. Modeling of Nonlinear Hydrodynamics of the Coastal Areas of the Black Sea by the Chain of the Proprietary and Open Source Models / I. Kantardgi, M. Zheleznyak, R. Demchenko [et al.] // *NH5.3 Nonlinear Dynamics of the Coastal Zone. EGU 2014*. – Vienna, 2014. – May. – 11319 p.
13. Resonances in an Evolving Hole in the Swash Zone / S. Elgar, B. Raubenheimer, J. Thomson [et al.] // *Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng.* – 2012. – Vol. 138. – P. 299 – 302.
14. WAFO group. WAFO – a Matlab Toolbox for Analysis of Random Waves and Loads version 2.5, 2005.

Стаття надійшла до редакції 12.06.2014