

КОДИРОВАНИЕ ФРАГМЕНТА ПОЛУТОНОВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА РЕГУЛЯРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев, Украина

Анотація. Пропонується новий підхід до кодування півтонового зображення, нанесеного не як зазвичай на площині, а на деякій регулярній поверхні. Такий підхід є актуальним у тому сенсі, що більшість зображень, що зустрічаються, нанесені на поверхнях, які вважати площинами можна тільки умовно. У такому розумінні зображення є чотиривимірним об'єктом, який пропонується кодувати у вигляді двох тривимірних проєкцій з використанням параметрично заданих просторових сплайнів.

Ключові слова: зображення, сплайни, поверхні.

Аннотация. Предлагается новый подход к кодированию полутонового изображения, которое нанесено не как обычно на плоскости, а на некоторой регулярной поверхности. Такой подход является актуальным в том смысле, что большинство встречающихся изображений нанесены на поверхности, которые считать плоскостями можно только условно. В таком понимании изображение является четырехмерным объектом, который предлагается кодировать в виде двух трехмерных проекций с использованием параметрически заданных пространственных сплайнов.

Ключевые слова: изображения, сплайны, поверхности.

Abstract. A new approach of fragment encoding of the halftone image, which has been applied, not as usual, on a plain surface but on a regular surface. This approach is actual in the sense of the majority of found images are applied on the surfaces, which can be considered as a plain surfaces only nominal. In this sense the image is a four-dimensional object, which is proposed to encode as two three-dimensional projections using parametrically defined spatial splines.

Keywords: images, surfaces, splines.

1. Введение

В настоящей работе рассматривается метод кодирования фрагмента полутонового изображения на регулярной поверхности. Обычно полагают, что полутоновое изображение расположено на плоскости. Но в реальности только об очень небольшой части полутоновых изображений можно утверждать, что они расположены на плоскости. Подавляющее большинство полутоновых изображений расположено на некоторой поверхности. Изображения на криволинейных архитектурных деталях, различных предметах повседневного пользования, наконец, живые существа имеют сложную геометрическую форму, на поверхности которой имеется определенная раскраска, могут рассматриваться как полутоновые изображения на сложной поверхности. В работе [1] рассмотрено аналитическое представление фрагментов полутоновых изображений на плоскости. В отличие от широко распространенного растрового представления полутоновых изображений на плоскости, аналитическое представление инвариантно к некоторым аффинным преобразованиям, что существенно упрощает обработку объектов полутоновых изображений. Фрагмент полутонового изображения на плоскости можно рассматривать как некоторую, определяющую поверхность функцию $r = f(x, y)$, где r – яркость точки изображения, а x, y – ее координаты на плоскости изображения, причем яркость принята в качестве третьей пространственной координаты.

Функции яркости точек полутонового изображения на регулярной поверхности может быть поставлена в соответствие функция $r = f(x, y, z)$ в четырехмерном пространстве $Ox_1x_2x_3x_4$, причем яркость принята в качестве четвертой пространственной координаты.

Как известно, всякий двумерный объект на плоскости, например, отрезок прямой, можно представить двумя его одномерными проекциями на оси координат. Пространственный объект считается полностью представленным двумя его проекциями на плоскости, образованными осями координат. Аналогично, рассматриваемый четырехмерный объект – полутоновое изображение на поверхности можно представить двумя его трехмерными проекциями из четырехмерного пространства $Oxyzr$ в двух трехмерных подпространствах, образованных осями координат $Oxyz$ и $Oxur$ соответственно.

При кодировании трехмерные проекции можно рассматривать как отдельные пространственные объекты – поверхности, которые определяют упомянутый четырехмерный объект. Один из них – объект формы – проекция исходного объекта из четырехмерного пространства $Oxyzr$ – поверхность в подпространстве $Oxyz$. Другой – объект яркости – проекция исходного объекта из четырехмерного пространства $Oxyzr$ – поверхность в подпространстве $Oxur$.

Будем полагать, что для поверхностей проекций справедливо следующее ограничение соответствующих им функций. Каждому значению пары координат (x, y) соответствует одно и только одно значение функции $z(x, y)$, а также одно и только одно значение функции $r(x, y)$.

В статье рассмотрен метод кодирования фрагмента полутонового изображения на поверхности, представленного его пространственными проекциями. Предлагаемое в соответствии с этим методом описание фрагмента полутонового изображения на поверхности является инвариантным относительно некоторых аффинных преобразований. Приведены примеры кодирования изображений этих объектов, изначально заданных в растровом виде.

2. Цифровая строковая модель фрагмента полутонового изображения на поверхности

Цифровая строковая модель фрагмента полутонового изображения на поверхности является развитием цифровой строковой модели произвольного полутонового изображения, представленной в работе [1].

С поверхностями в подпространствах $Oxyz$ и $Oxur$ совмещены решетки $M \times N \times L$ и $M \times N \times S$ соответственно ($m = 0, M; n = 0, N; l = 0, L; s = 0, S$). Ось решетки с M клетками расположена вдоль оси Ox , ось решетки с N клетками расположена вдоль оси Oy , ось решетки с L клетками расположена вдоль оси Oz , ось решетки с S клетками расположена вдоль оси Or . Пространственно целочисленные значения осей решеток OM, ON, OL, OS совпадают с соответствующими значениями пространственных осей Ox, Oy, Oz, Or . Пусть (xnz) и (xnr) – множества взаимно параллельных плоскостей, перпендикулярных осям Oy в трехмерных пространствах $Oxyz, Oxur$ соответственно. Будем называть их горизонтальными строками поверхностей. Точно так же (myz) и (myr) – множества параллельных плоскостей, перпендикулярных осям Ox в трехмерных пространствах, $Oxyz, Oxur$ соответственно, будем называть вертикальными строками поверхностей. Пересечение поверхностей формы и яркости образует на каждой из плоскостей xnz и xnr графики (функции) высоты $z_n(x)$ и яркости $r_n(x)$ для горизонтальной строки с номером n , а на каждой из плоскостей myz и myr графики (функции) высоты $z_m(y)$ и яркости $r_m(y)$ для вертикальной строки с номером m . Для случая дискретизованного изображения функциям яркости соответствуют последовательности значений яркости горизонтальных $r_n(m)$ и вертикальных $r_m(n)$ строк. Аналогично функциям высоты соответствуют последовательности значений высоты горизонтальных $z_n(m)$ и вертикальных $z_m(n)$ строк.

Полученные из обеих проекций множества значений высоты и яркости будут использованы для аппроксимации графиков строк параметрически заданными сплайнами любой наперед заданной точностью, что является аналитическим представлением графиков, а, значит, позволит аналитически представить и трехмерные проекции всего фрагмента полутонового изображения на поверхности.

3. Аппроксимация пространственных проекций фрагмента полутонового изображения на поверхности с использованием параметрически заданных сплайнов

Аналитическое представление пространственных проекций фрагмента полутонового изображения на поверхности (далее фрагмента изображения) как результат их аппроксимации с использованием параметрически заданных сплайнов является независимым относительно некоторых аффинных преобразований с точностью до параметра. Метод [1], который используется для аппроксимации каждой из пространственных проекций формы $z(x, y)$ и яркости $r(x, y)$, изложен на примере аппроксимации пространственной проекции формы параметрически заданными сплайнами третьего порядка. Аппроксимация пространственной проекции яркости $r(x, y)$ идентична аппроксимации пространственной проекции формы $z(x, y)$ с точностью до обозначений.

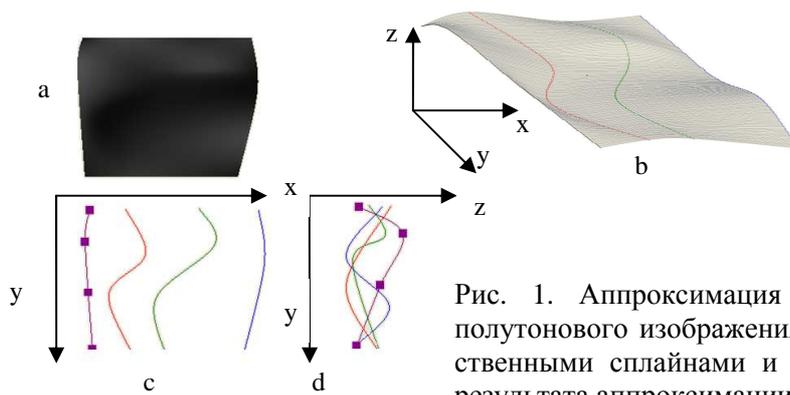


Рис. 1. Аппроксимация фрагмента полутонового изображения пространственными сплайнами и прорисовка результата аппроксимации:

- a) – фрагмент полутонового изображения;
- b) – представление фрагмента изображения в виде куска простой поверхности и представление пространственных сплайнов, составленных из множеств управляющих точек, определенных в результате аппроксимации сплайнами функций яркостей всех строк изображения;
- c, d) – проекции пространственных сплайнов на плоскость xOy и zOy

Предполагается, что каждая из проекций фрагмента изображения на поверхности, а именно, соответствующие им функции формы $z(x, y)$ и яркости $r(x, y)$ и их частные производные в пределах этого изображения, являются непрерывными.

Каждой горизонтальной строке n проекции формы $z(x, y)$ можно поставить в соответствие последовательности значений $z_n(x)$, которые отображают зависимость формы от координаты x при $y = n$. Эти последовательности могут быть аппроксимированы [2] аналитическими, параметрически заданными полиномиальными кривыми, например, каноническими сплайнами [3, 4]. Количество полиномиальных кривых, образующих сплайн, может быть различным. Следовательно, как результат аппроксимации, каждая горизонтальная строка поверхности формы может быть представлена множеством координат

управляющих точек, в нашем случае – четырех $v_z = \{x_0, z_0; x_1, z_1; x_2, z_2; x_3, z_3\}$, которые определяют коэффициенты полиномов канонического сплайна.

В данном случае результат аппроксимации достигается использованием метода градиентного спуска [2], обеспечивающего поиск наибольшего сходства строки изображения с аппроксимирующей кривой.

В результате аппроксимации всех строк поверхностей формы и яркости [1] определены значения

$$v_z(n) = \{x_0(n), z_0(n); x_1(n), z_1(n); x_2(n), z_2(n); x_3(n), z_3(n)\}$$

для всех $n_b \leq n \leq n_e$, где n_b, n_e – соответственно начальный и конечный (сверху вниз) номера строк поверхностей формы.

Вследствие непрерывности поверхностей формы и яркости каждое из множеств точек поверхности формы $\{x_0(n), z_0(n)\}; \{x_1(n), z_1(n)\}; \{x_2(n), z_2(n)\}; \{x_3(n), z_3(n)\}$, $n_b \leq n \leq n_e$ образует пространственную кривую рис. 1б. Пространственные кривые изображены в виде проекций (рис. 1с, рис. 1д).

Таким образом, всякая область полутонового изображения может быть определена 32-мя управляющими точками.

4. Примеры описания фрагмента изображения

Примеры изображений сгенерированы специальной программой.

4.1. Описание фрагмента изображения на поверхности с равной яркостью ($r = \text{const}$)

Поверхность равного параметра – объект формы – простая непрерывная поверхность, для которой определены функции $z = f(x, y)$ в подпространстве $Oxyz$ и $r = f(x, y)$ в подпространстве $Oxur$.

Изображение рассматриваемой поверхности (рис. 2) характеризуется непрерывной функцией яркости с непрерывными производными.

4.2. Описание фрагмента изображения на поверхности ($r \neq \text{const}$)

В этом случае рассматриваемое изображение на поверхности описывается двумя объектами:

один из них – объект формы [1] $z = f(x, y)$ в подпространстве $Oxyz$. Другой – объект яркости $r = f(x, y)$ в подпространстве $Oxur$.

Каждый из двух объектов фрагмента изображения представлен полутоновым изображением в растровом виде. При этом оба изображения ограничены равными контурами.

4.2.1. Описание фрагмента изображения на поверхности, объект формы которого является плоскостью (рис. 2), и объектом яркости, соответствующим полутоновому изображению

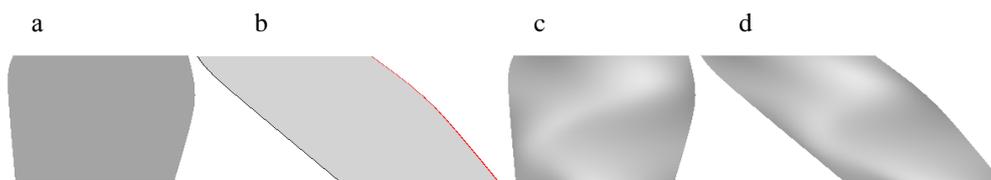


Рис. 2. Фрагмент изображения на плоскости: а) объект формы, соответствующий однотонному изображению; б) отображение объекта формы, соответствующего однотонному изображению – плоскость; с) объект яркости, соответствующий полутоновому изображению; д) отображение параметра яркости на ровной плоскости

4.2.2. Представление фрагмента изображения объектом формы, соответствующим полутоновому изображению (рис. 3), и объектом параметра (яркости), соответствующим полутоновому изображению

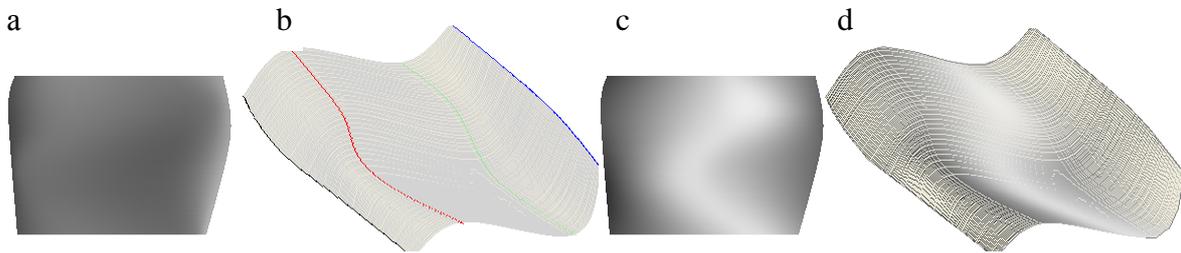


Рис. 3. Фрагмент изображения на куске регулярной поверхности: а) объект формы, соответствующий полутоновому изображению; б) отображение объекта формы, соответствующего полутоновому изображению; с) объект яркости, соответствующий полутоновому изображению; д) отображение параметра (яркости) на регулярной поверхности

Оба изображения (рис. 3а, 3с) характеризуются непрерывной функцией яркости с непрерывными производными и могут кодироваться каноническими сплайнами [1]. Таким образом, этот фрагмент изображения в нашем случае определяется 32-мя точками, полученными кодированием объекта формы, и 32-мя точками, полученными кодированием объекта параметра (яркости), то есть, в целом, рассматриваемый фрагмент изображения определяется 64-мя управляющими точками.

Предложенные описания фрагмента изображения (п.п. 4.1 и 4.2) позволяют определить параметры любой его точки.

5. Программы восстановления и моделирования

5.1. Восстановление и моделирование предложенных описаний фрагмента изображения

Разработанная программа позволяет восстановить и отредактировать исходные полутоновые изображения фрагмента изображения использованием 64 управляющих точек (рис. 3а, 3с).

При редактировании фрагмента изображения разработанная программа позволяет одновременно наблюдать соответствующее изменение фрагмента изображения.

Разработанная программа позволяет моделировать фрагмент изображения, задавая полутоновые изображения для объекта формы и для объекта параметра.

5.2. Программы кодирования и моделирования различных фрагментов изображения

5.2.1. Представление фрагмента изображения объектом формы, соответствующим полутоновому изображению (рис. 4), и объектом параметра, соответствующим цветному изображению

В описанном выше варианте представления фрагмента изображения (п. 4.2) каждая его точка характеризуется одним параметром, например, уровнем яркости.

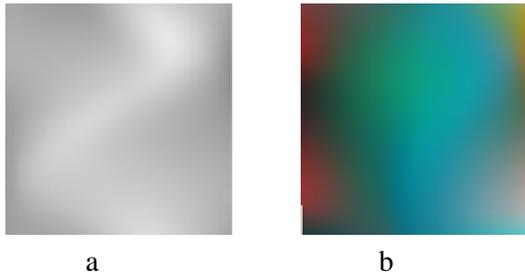


Рис. 4. Изначальное представление фрагмента изображения, который характеризуется 3-мя параметрами: а) объект формы, соответствующий полутоновому изображению; б) объект параметра (для 3-х параметров), соответствующий цветному изображению

Обычно фрагмент изображения характеризуется несколькими параметрами. Для исследования и кодирования такого фрагмента в качестве (составного) объекта параметра можно, как пример, использовать цветное изображение. Такой пример предлагается использовать для компактного и наглядного представления фрагмента изображения, который характеризуется 3-мя параметрами.

Кодирование каноническими сплайнами фрагмента изображения представлено объектом формы, соответствующим полутоновому изображению (рис. 4), и объектом параметров, соответствующим цветному изображению.

Кодирование рассматриваемого фрагмента изображения выполняется в два этапа:

- кодирование полутонового изображения объекта формы [1];
- кодирование цветного изображения объекта параметра [5].

Кодирование полутонового изображения объекта формы изложено выше (п. 3, рис. 1).

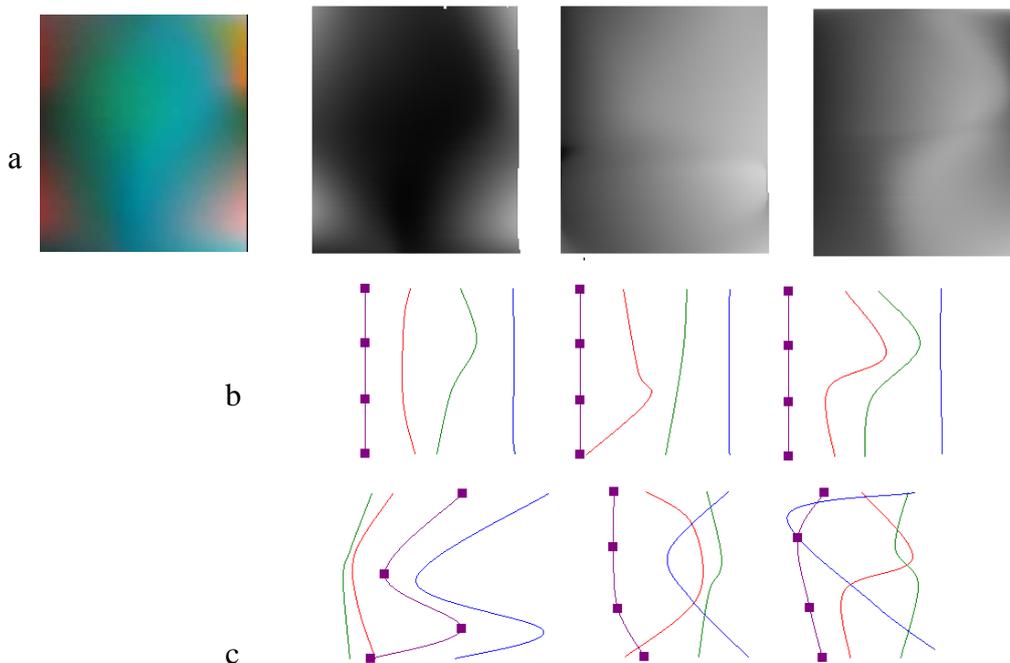


Рис. 5. Выделение трех монохромных изображений из исходного цветного изображения: а) исходное изображение; б) проекции пространственных сплайнов на плоскость xOy ; в) проекции пространственных сплайнов на плоскости yOz_1 , yOz_2 , yOz_3 соответственно

В целом порядок кодирования рассматриваемого фрагмента поверхности каноническими сплайнами сводится к следующему.

1. Кодировать каноническими сплайнами полутоновое изображение объекта формы [1].
2. Фрагмент цветного изображения, изначально заданного в растровом виде, представить в виде трех монохромных изображений, выделенных из исходного фрагмента цветного изображения (рис. 5).

3. Кодировать каноническими сплайнами (рис. 5b и 5c) каждое из трех монохромных (полутоновых) изображений [1].

Предложенное описание фрагмента поверхности (п. 5.2.1) позволяет определить все параметры любой его точки.

6. Заключение

1. Проведенные эксперименты показали возможность описания фрагмента изображения парой объектов с использованием полутоновых изображений для каждого из них.
2. Предложенный алгоритм (в рамках представления фрагмента изображения в виде пары полутоновых объектов) позволяет аппроксимировать описания этого объекта, инвариантные к некоторым аффинным преобразованиям, в виде проекций пространственных канонических сплайнов.
3. Предложенный алгоритм позволяет определить координаты любых точек рассматриваемого фрагмента изображения и параметр (характеристику) каждой его точки.
4. Предложенный алгоритм позволяет строить и кодировать фрагмент изображения с любым набором независимых параметров его точек. При этом количество параметров точек фрагмента изображения должно быть равно количеству включенных в него объектов параметров.
5. Разработанная программа может быть использована как генератор и редактор произвольных фрагментов изображения в процессе исследования и обработки информации, связанной с этими фрагментами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кодирование объекта полутонного изображения с использованием канонических сплайнов / Т.М. Власова, В.В. Вишневский, В.Г. Калмыков [и др.] // Управляющие системы и машины. – 2012. – № 1. – С. 21 – 25.
2. Vishnevskiy V. Approximation of experimental data by Bezier curves / V. Vishnevskiy, V. Kalmykov, T. Romanenko // International Journal "Information theories & applications". – 2008. – Vol. 15, N 3. – P. 235.
3. Роджерс Д. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс. – Москва: Мир, 2001. – 604 с.
4. Петцольд Ч. Программирование для Microsoft Windows на С#: в 2-х т. / Петцольд Ч.; пер. с англ. – М.: Издательско-торговый дом "Русская Редакция", 2002. – Т. 2. – 624 с.
5. Власова Т.М. Кодирование фрагмента цветного изображения с использованием канонических сплайнов / Т.М. Власова, В.В. Вишневский, В.Г. Калмыков // Матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю "Системи підтримки прийняття рішень. Теорія і практика. СППР 2013". – Київ: ІПММС НАНУ, 2013. – С. 143 – 146.

Стаття надійшла до редакції 29.09.2014