

АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина

Анотація. Проведено порівняльний аналіз системних властивостей теоретико-аналітичного та експериментально-статистичного методів моделювання реальних складних систем. Указані переваги та недоліки методів.

Ключові слова: теоретичний метод, експериментальний метод, математичне моделювання, складна система.

Аннотация. Проведен сравнительный анализ системных свойств теоретико-аналитического и экспериментально-статистического методов моделирования реальных сложных систем. Указаны преимущества и недостатки методов.

Ключевые слова: теоретический метод, экспериментальный метод, математическое моделирование, сложная система.

Abstract. A comparative analysis of system properties of theoretical-analytical and experimental-statistical methods of modeling real complex systems has been conducted. The advantages and disadvantages of the methods are shown.

Keywords: theoretical method, experimental method, mathematical modeling, complex system.

1. Введение. Постановка проблемы

Математические модели сложных систем – технических, технологических, измерительных – получают теоретико-аналитическим и экспериментально-статистическим методами. Указанные методы характеризуются различными возможностями по критериям сложности и точности получения математических моделей. Теоретико-аналитический метод, при котором происходит раскрытие механизмов, происходящих в системе явлений, позволяет получить сравнительно несложные модели. Для более точных и сложных моделей аналитические решения удается получить сравнительно редко и в основном методами решения являются численные с проведением расчетов на вычислительных системах.

Основным методом является экспериментально-статистический. В качестве исходных данных используются результаты экспериментов, данные, полученные методом статистических испытаний (метод Монте-Карло), экспертного оценивания, трудоемких вычислений.

Практика решения многочисленных задач по моделированию реальных сложных систем показала, что используются математические (формализованные) и неформализованные, то есть эвристические методы. Решаемые задачи характеризуются огромным разнообразием условий и в значительной степени отсутствием необходимой для принятия решений исходной информации о свойствах моделируемых систем и процессов.

Классический регрессионный анализ предполагает выполнение его предпосылок [1, с. 43–53]. В реальной действительности предпосылки могут не выполняться, а их проверка может быть затруднена или невозможна из-за трудностей проведения эксперимента и затрат физических ресурсов. Из приведенного следует, что получение статистических моделей, как правило, проводится в условиях неопределенности, и полученные результаты в определенной степени не соответствуют ожидаемым. В общем случае приходится решать некорректно поставленные задачи [1, с. 17, 20]. Решение некорректно поставленных задач требует использования специальных устойчивых (робастных) методов. Отметим, что проблема некорректно поставленных задач является одной из основных при получении моделей реальных сложных систем [2].

Целью статьи является краткое изложение основных системных свойств математических и эвристических методов, используемых в регрессионном анализе [3, 4], и анализ их влияния на получаемые критерии качества статистических моделей.

2. Изложение результатов исследования

Математическая система теоретико-аналитического метода решения задачи характеризуется следующими основными свойствами.

1. Структура определяемой математической модели формируется исследователем на основании вскрытия механизмов происходящих явлений. В сложных реальных системах эти явления включают физические, химические процессы, геометрические изменения (преобразования) участвующих в работе элементов в микро- и макрообъемах пространства, в котором функционирует система. Предпосылки, на которых базируется используемый метод, должны выполняться, что обеспечивает получение конечных результатов с необходимыми свойствами. С увеличением сложности моделируемых систем, появлением новых систем получение структуры модели становится затруднительным и может стать невозможным. Тогда необходимо использовать экспериментально-статистический метод моделирования.

2. Исходные данные должны быть точными, то есть интервал неопределенности, в котором заключено «истинное» значение получаемого результата, должен быть достаточно малым по отношению к номинальному значению величины.

3. Проводимые преобразования математических выражений и проводимые вычисления должны быть устойчивые (робастные): «малым» исходным ошибкам должны соответствовать «малые» конечные изменения результатов.

4. Вся необходимая информация для решения задачи должна быть известна исследователю.

В общем предполагается, что решается корректно поставленная задача: решение задачи существует; решение однозначное; малым изменениям исходных условий соответствуют малые изменения конечных результатов.

Решение, полученное для определенной задачи, распространяется на все номинально одинаковые условия определенного класса A задач, то есть по умолчанию подразумевается, что условие рефлексивности aRa выполняется для всех элементов a множества A .

Экспериментально-статистический метод характеризуется следующими основными свойствами.

1) При использовании экспериментально-статистического подхода на получаемые исходные данные влияют управляемые $X(\bullet)$, неуправляемые $Z(\bullet)$ и неконтролируемые $V(\bullet)$ факторы.

$$\hat{y}_j = f_j(X_1, X_2, \dots, X_k; Z_1, Z_2, \dots, Z_g; V_1, V_2, \dots, V_l).$$

Получаемая математическая модель, как правило, включает только управляемые факторы. Влияние неуправляемых и неконтролируемых факторов рассеивает значения критерия качества y_j в номинально одинаковых (повторных) опытах. Необходимо обеспечить ортогональность всех эффектов управляемых факторов и оценить влияние неуправляемых и неконтролируемых факторов путем использования поправки RASTA [1, с. 122–133].

Коэффициенты модели определяют методом наименьших квадратов путем аппроксимации полученных исходных данных. Решаемые задачи относятся к классу обратных задач: по полученным данным Y и структуре модели X найти коэффициенты модели B . В матричной записи искомая модель имеет вид $Y=XB+E$, E – значение случайной ошибки e [1, с. 17].

2) Структура многофакторной статистической модели в большинстве случаев исследователю не известна. Предложено формализованную структуру многофакторной статистической модели задавать выражением [1, с. 92]

$$\prod_{i=1}^k (1 + x_i^{(1)} + x_i^{(2)} + \dots + x_i^{(s_i-1)}) \rightarrow N_{\Pi},$$

где 1 – значение фиктивного фактора $x_0 \equiv 1$;

$x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(s_i-1)}$ – ортогональные контрасты факторов X_i ;

s_i – число различных уровней фактора X_i ;

k – общее число факторов, $1 \leq i \leq k$;

(1), (2), ..., ($s_i - 1$) – порядок контрастов фактора X_i ;

N_{Π} – число структурных элементов полного факторного эксперимента, равное числу опытов эксперимента.

По теореме Бродского В.З., все эффекты полного факторного эксперимента ортогональны друг к другу. При использовании многофакторных регулярных планов все главные эффекты ортогональны друг к другу.

3) Информация о силе влияния управляемых факторов может отсутствовать.

4) Исходные данные, полученные в виде результатов экспериментов, содержат систематические и случайные ошибки.

5) Получаемые в моделях эффекты – главные и взаимодействия – могут быть смешаны между собой. Для получения статистически независимых оценок необходимо использовать расширенную концепцию ортогональности: план эксперимента, структура модели, эффекты модели должны быть ортогональны или близки к ортогональным.

б) Условие задачи может быть некорректно поставленным и требовать использования специального метода ее решения [1, с. 156–200].

Важным свойством экспериментально-статистического метода описания является определенное отсутствие необходимой информации о предметной области моделирования. Многофакторная статистическая модель должна включать ортогональные или близкие к ортогональным эффекты, нормированные и статистически значимые. Модель должна быть адекватная, информативная, устойчивая [1, с. 65–80]. Для выполнения приведенных требований необходимо использовать методы теории планирования эксперимента.

Сложность и специфичность решения математических задач с неточными исходными данными заключаются в том, что реализация решения на вычислительных системах в рамках классических методов не гарантирует устойчивых результатов. Акад. А.Н. Тихонов считает, что «устойчивые математические методы решения неустойчивых задач с неточными данными относятся к классу математических задач, выходящих за пределы классической математики» [5, с. 94].

При использовании теоретико-аналитического метода исследователь для введения в модель должен выбрать факторы, наиболее сильно влияющие на критерии качества. Необходимая для этого информация может отсутствовать. В экспериментально-статистическом методе введенные в модель факторы могут быть проверены на статистически значимое влияние их на моделируемый критерий качества.

Теоретико-аналитическое описание применяется при упрощении действительности, обобщая, отвлекаясь от деталей и индивидуальных подробностей, и объясняет основные, наиболее общие законы, то есть относится к номографическим наукам (Л. Кутюра (L. Couturat)) [6, с. 33–34].

Экспериментально-статистическое описание проводится с использованием закономерностей конкретных явлений в детальных условиях, не отрывая изучаемую систему от

определенных рамок времени и места. Такое научное описание относится к идиографическим наукам (В. Виндельбанд (W. Windelband)). Экспериментально-статистическое описание является необходимым при моделировании технологических процессов, средств измерений, некоторых сложных технических систем, агробиологических систем [6, с. 33–34].

По мнению акад. К.В. Фролова, для улучшения технических решений знания только общих законов природы недостаточно. Необходим анализ математическими средствами построенных математических моделей машин, процессов с целью управления их качеством и создания научных основ проектирования в технике. Переход от общих – номографических законов к математическим моделям – идиографическим закономерностям и законам реальных машин, процессов представляет объективную необходимость проникновения в сущности более высокого порядка.

Математические модели сложных систем могут быть получены с использованием логических умозаключений дедукции и индукции. Дедукция – логическое умозаключение от общего к частному, от общих суждений к частным или другим общим выводам. Дедукция используется в теоретико-аналитическом подходе в виде математического описания свойств элементов или процессов a определенного множества A . Элементы a должны быть однородны по своим свойствам, что позволяет использовать общее описание к различным элементам. С увеличением сложности систем, появлением новых систем получение общего описания может стать невозможным. Тогда необходимо применить метод индукции.

Индукция – логическое умозаключение от частных, единичных случаев к общему выводу, от отдельных фактов к обобщениям. Индукция применяется в экспериментально-статистическом методе в виде исследования отдельных элементов a множества A , и полученная информация используется для всех элементов a . Исследуемые элементы должны быть однородные, репрезентативные и статистические по своим свойствам и представлять выборку из гипотетической генеральной совокупности множества A .

Авторы книги [2] предлагают называть все те разделы математики, в которых коэффициенты и параметры математических моделей (или же законы их изменения) предполагаются известными и заданными, «Математикой-1» [2, с. 5]. Если коэффициенты и параметры заданы приближенно и их точные значения находятся в неравенствах, то задача оценки свойств возможных решений, в частности, оценка их устойчивости, относится к «Математике-2». При моделировании реальных систем и процессов необходимо убедиться в надежности полученных решений.

В «Математике-2» входят правила приближенных вычислений, интервальный анализ, исследование на устойчивость решений систем линейных алгебраических уравнений, системы дифференциальных уравнений. Известны случаи, когда из-за погрешностей и неточностей методов расчета происходили аварии и катастрофы [2, с. 179–183]. «Математика-2» лучше отражает особенности расчетов конкретных объектов техники и физики [2, с. 153].

Решение некорректно поставленных задач требует разработки специальных устойчивых (робастных) методов [7, с. 71–75]. Отметим, что успешное решение регрессионных задач возможно при системном использовании разработанных методов.

Применение теоретического подхода в получении математических моделей неизбежно включает абстрагирование и идеализацию свойств реальной сложной системы. Такие действия могут существенно изменить описываемые свойства моделируемой системы, и полученный результат не будет ответом на поставленную задачу. На это указывали акад. А.А. Самарский [8, с. 39] и акад. Я.З. Цыпкин [9, с. 23].

При использовании экспериментально-статистического подхода абстрагирование и идеализация не применяются.

Модели, полученные теоретико-аналитическим методом, позволяют интерпретировать влияние факторов на моделируемые критерии качества. При использовании экспериментально-статистического метода интерпретация возможна для простых эффектов 1...3 степени, а в общем случае затруднительна, так как структура модели формальна.

3. Выводы

1. Использование теоретико-аналитического метода возможно, если известна необходимая информация для получения модели. При моделировании реальных сложных систем необходимая информация может отсутствовать и для ее восполнения используют абстрагирование и идеализацию, которые могут существенно изменить свойства моделируемой системы.
2. Применение экспериментально-статистического метода позволяет получать модели при неполном знании необходимой информации. Используемые методы должны быть устойчивые (робастные): план эксперимента, структура модели, эффекты модели должны быть ортогональны или близки к ортогональным.
3. Для построения оптимизированных моделей целесообразно использование новых методов теории планирования эксперимента и эвристических решений, таких как поправка RASTA, формализованная структура многофакторной статистической модели, расширенная концепция ортогональности, использование специальных (робастных) методов оценивания моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радченко С.Г. Методология регрессионного анализа / Радченко С.Г. – К.: «Корнійчук», 2011. – 376 с.
2. Петров Ю.П. Введение в теорию инженерных расчетов, учитывающую вариации параметров исследуемых объектов / Ю.П. Петров, И.А. Петров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2014. – 272 с.
3. Лаборатория экспериментально-статистических методов исследований (ЛЭСМИ) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.n-t.org/sp/lesmi>.
4. Сайт кафедры «Технология машиностроения» Механико-машиностроительного института Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tm-mm.kpi.ua/index.php/ru/1/publications/>.
5. Тихонов А.Н. Выступление на годичном общем собрании Академии наук СССР / А.Н. Тихонов // Вестник Академии наук СССР. – 1989. – № 2. – С. 94 – 95.
6. Радченко С.Г. Математическое моделирование технологических процессов в машиностроении / Радченко С.Г. – К.: ЗАО «Укрспецмонтажпроект», 1998. – 274 с.
7. Радченко С.Г. Системное оптимальное планирование регрессионного эксперимента / С.Г. Радченко // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2012. – Т. 78, № 7. – С. 71 – 75.
8. Попов Ю.П. Вычислительный эксперимент / Ю.П. Попов, А.А. Самарский // Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент: Введение в информатику с позиций математического моделирования. – (Серия «Кибернетика – неограниченные возможности и возможные ограничения»). – М., 1988. – С. 16 – 78.
9. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Цыпкин Я.З. – М.: Наука, 1968. – 399 с.

Стаття надійшла до редакції 16.02.2015