

## ФИЗИКА ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ

PACS numbers: 44.20.+b, 62.20.me, 62.20.mm, 81.40.Np, 81.70.Bt, 81.70.Pg

### Неоднорідність макровластивостей твердого тіла як прояв недосконалої пружності конструкційного матеріалу

Г. Г. Писаренко, А. М. Майло, О. В. Войналович\*, Ю. М. Родічев,  
В. Є. Бодунов, Д. С. Авраменко

*Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України,  
вул. Тимірязєвська, 2,  
01014 Київ, Україна*

*\*Національний університет біоресурсів і природокористування України,  
вул. Героїв Оборони, 15,  
03041 Київ, Україна*

В роботі одержано термограми температури розігріву лабораторних зразків досліджуваного матеріалу (сталі 45). Проаналізовані температурні перепади на поверхні зразків, що виникають внаслідок релаксаційних явищ у полікристалічній структурі металу за дії пружного деформування однорідними циклами розтягу–стиску в діапазоні ультразвукових частот, є проявом локальної неоднорідності пружних властивостей конструкційного матеріалу. Показано, що внаслідок неоднорідності макровластивостей полікристалу місце локалізації руйнування формується поступово в часі, що може бути за прикладного застосування вказаної природної властивості матеріалу використано для визначення часу до руйнування з урахуванням амплітудно-часових параметрів навантаження. Принциповим положенням такого визначення є те, що критерій руйнування за термоактивацією локального місця руйнування виконується значно раніше, ніж критерій, що традиційно визначається за вичерпанням непружності. Врахування вищезазначеного положення уможливило підвищити точність прогнозування і зменшити розкид експериментальних даних при побудові кривої втоми.

В работе получены термограммы температуры разогрева лабораторных образцов исследуемого материала (стали 45). Проанализированные температурные перепады на поверхности лабораторных образцов, которые возникают в результате релаксационных явлений в поликристаллической структуре металла при действии упругого деформирования однородными циклами растяжения–сжатия в диапазоне ультразвуковых частот, являются проявлением локальной неоднородности упругих свойств конструкционного материала. Показано, что вследствие неоднородности

макросвойств поликристалла место локализации разрушения формируется постепенно во времени, что может быть использовано для определения времени до разрушения с учётом амплитудно-временных параметров нагружения при прикладном использовании указанного естественного свойства материала. Принципиальным положением такого определения является то, что критерий разрушения по термоактивации локального места разрушения соблюдается значительно раньше, чем критерий, который традиционно определяется по исчерпанию неупругости. Учёт вышеупомянутого положения позволяет повысить точность прогнозирования и уменьшить разброс экспериментальных данных при построении кривой усталости.

The thermograms showing the heating temperature of laboratory specimens of the material under investigation (steel 45) are obtained. The temperature gradients on the surface of specimens occurring due to the relaxation phenomena in the polycrystalline structure of the metal under action of elastic deformation by uniform tension-compression cycles in the range of ultrasonic frequencies are analyzed. They are a manifestation of the local non-uniformity of elastic properties of the structural material. As a result of the nonuniformity of the polycrystal properties, the point of localization of the fracture is formed gradually in time. It can be used to determine the time to fracture, taking into account the amplitude-time parameters of loading in the case of use of the above natural property of this material. The key point of this determination is the fact that the fracture criterion under thermal activation of the local point of fracture is satisfied much earlier than that for the traditional criterion based on the determination of inelasticity exhaustion. The consideration of the above statement allows to improve the accuracy of prediction and to decrease the spread of experimental data during the construction of fatigue curves.

**Ключові слова:** втома конструкційного матеріалу, пошкоджувальність, локальність деформації, релаксація.

*(Отримано 11 липня 2012 р.; остаточн. варіант — 19 липня 2013 р.)*

## 1. ПІДХІД ДО ПРОБЛЕМИ ТА АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Фундаментальні положення механіки деформованого твердого тіла базуються на концепції суцільного середовища, що передбачає усереднення фізико-механічних (зокрема, міцнісних) властивостей конструкційних матеріалів з певною мікро-, макро- та мезоструктурою. Використання в інженерній практиці усереднених значень механічних характеристик конструкційних матеріалів призводить до необхідності, в разі оцінювання граничного стану металоконструкцій, враховувати невизначеність локалізації виникнення та накопичення пошкодження (дефектів) введенням коефіцієнтів запасу міцності.

Експериментально одержані дані про механічні властивості конструкційних матеріалів є усередненням параметрів напружено-деформованого стану дискретних елементів мікроструктури матеріалу, що виявляється, зокрема, в локальності зародження розсіяного втомного пошкодження та його поширення на ранніх стадіях. Граничний стан матеріалу чи конструкції визначають за критеріями пластичності через параметри макродеформації навантаженого об'єму зруйнованого зразка або конструкційного елемента. Однак, теоретично та експериментально встановлено, що деформування твердого тіла відбувається на кількох структурних рівнях, що обумовлено існуванням тривимірної структури елементів деформування. Пластичне деформування в монокристалічному зерні матеріалу відбувається одночасно на кількох структурних рівнях: 1) зразок–зерно–фрагмент зерна; 2) зерна–блоки–комірки; 3) двійники–дислокації–атоми–електрони [1]. Внаслідок цього кожний структурний рівень зазнає макродеформування щодо нижчого рівня і мікродеформування щодо вищого структурного рівня.

Через неоднорідність структури матеріалу, виду та умов навантажування, мікродеформування відбувається по-різному і залежить від здатності зерен до узгодженого формозмінення або порушення щільності матеріалу за граничного стану, тобто вичерпання ресурсу пластичності [2, 3]. Зважаючи на те, що сучасними здобутками мезомеханіки деформованого твердого тіла обґрунтовано новий підхід щодо оцінювання впливу структури тіла на процеси втоми, коли для уточнення критеріїв граничного стану необхідно враховувати вплив багаторівневості деформованої структури, що обумовлює особливості механізму накопичення втомного пошкодження, які виявляються в часовій та просторовій його дискретності. Неврахування цього чинника суттєво впливає на достовірність оцінювання циклічної довговічності матеріалу загалом і, зокрема, на ранній стадії нелокалізованого втомного руйнування [4].

Механіка твердого тіла, що деформується, розглядає механізми деформування полікристалічного матеріалу з урахуванням неоднорідності. Граничний стан деформованого тіла виражається за критерієм порушення суцільності середовища або вичерпанням несучої здатності конструкційного елемента. Залежно від характеру навантажування, вичерпання несучої здатності супроводжується зміною пластичних властивостей матеріалу, що визначається зміною його форми або мікропластичними деформаціями розсіяними в макрооб'ємі. Розкид мікропластичних деформацій в деформованому тілі описується нормальним законом. Руйнування матеріалу є граничною стадією процесу локалізації втоми за циклічного навантаження. За статистичним критерієм «слабкої ланки» руйнування зароджується в зоні вичерпання пластичності матеріалу, тобто в зоні найбільших пластичних локальних еволюцій навантаженого мате-

ріалу. Внаслідок природної непружності полікристала зона локалізації є осередком виділення енергії, що у вигляді тепла розсіюється в матеріалі. Інтенсивність процесу, що супроводжує руйнування, залежить від механічних напружень першого та другого роду (за М. М. Давиденковим), а також ступеню неоднорідності розподілу останніх у полікристалі, які виявляються в часі в міру ймовірності їх проявів у процесі деформування на амплітудно-часовій залежності, як це витікає з характеристик Веллера.

Метою даної роботи є встановлення певних закономірностей зв'язку між локальними особливостями макропружного твердого тіла, що деформується, і проявом недосконалої пружності конструкційного матеріалу на основі аналізу змін градієнта температур поверхні лабораторного зразка, що виникає внаслідок релаксаційних явищ у полікристалічній структурі за умови макропружного ультразвукового деформування однорідними циклами розтягу–стиску.

## 2. ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Механічне руйнування елементів конструкцій є результатом локалізації еволюційного процесу зміни структури внаслідок силового чи іншого навантажування, що особливо характерно у випадку втомного руйнування. Остаточне зруйнування внаслідок втоми настає після стадії розсіяного пошкодження, яку розглядають як вичерпання ресурсу пластичності матеріалу за дії циклічного навантаження. На цій стадії втоми еволюція структури суттєво залежить від початкового стану матеріалу, який певною мірою визначається неоднорідністю полікристалічної структури, що може бути представлено непружністю структурних елементів. Це важливо в разі визначення характеристик опору втоми, на стадії локалізації руйнування в поверхневому шарі, об'єм якого становить значно меншу частину від усього навантаженого матеріалу [5].

Для оцінювання граничного стану конструкційного матеріалу за циклічного навантажування в даній роботі порівняно два підходи: традиційний, інтегральний, в основу якого покладено концепцію макромасштабних еволюцій матеріалу за змінного навантажування, та розроблений, дискретний підхід щодо оцінювання пошкоджуваності деформованого тіла з полікристалічною структурою. Порівняння результатів дискретного та інтегрального оцінювання механічних характеристик структури матеріалу виконано на базі аналізу впливу теплофізичних властивостей лабораторного зразка сталі 45 на динаміку градієнта температур його поверхні, що, на думку авторів, враховує особливості розсіяння енергії в циклічно деформованому матеріалі, а також і вплив дискретних властивостей деформування. Як характеристику, що є структурно-чутливою на мікро- і мезорівнях до зміни механічних властивостей конструк-

ційного матеріалу під час втоми, оцінювали мікропластичне деформування. Граничному стану матеріалу за втоми відповідає певний стан вичерпання ресурсу локальної пластичності за циклічного деформування. Модельною концепцією граничного стану процесу втомного руйнування є критичний рівень пошкодження без втрати зовнішньої форми навантаженого макрооб'єму матеріалу.

Дослідженню опору втомі, як результату настання граничного стану, присвячено багато робіт [3, 5–8], які свідчать про вплив структури матеріалу, механічного стану поверхневих шарів деталей, швидкості циклічного деформування, різних конструкційних чинників на локалізацію пошкодження та довговічність до зародження і розвитку тріщини. Вплив перелічених чинників та локалізація полікристалічного матеріалу призводять до випадкового розкиду довговічності під час досліджень настання втомного руйнування зразків матеріалу (рис. 1).

Відомі статистичні моделі [6] побудовано на критерії слабкої ланки в системі матеріал–конструкція, який не враховує кінетику змін початкового стану матеріалу, які відбуваються в разі втомного пошкодження на різних стадіях руйнування.

Найвний обсяг результатів досліджень, одержаних з використанням відомих характеристик непружності [7], показав, що ці характеристики залежать від умов навантажування та методів їх вимірювання і не належать до усталених характеристик матеріалу, а

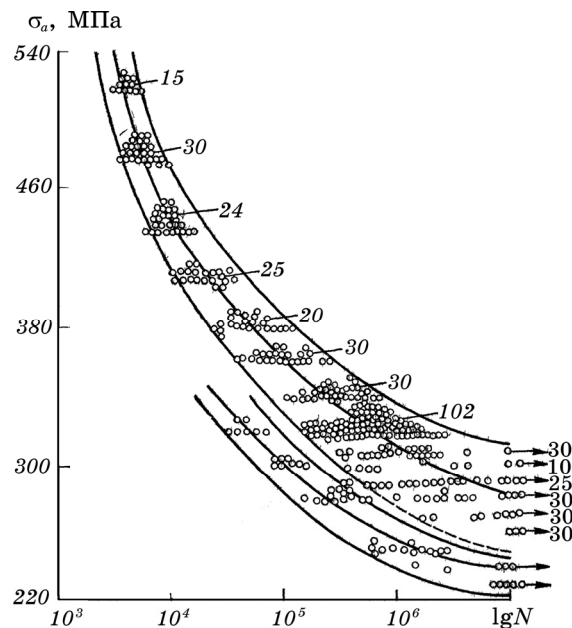


Рис. 1. Криві втоми сталі 45 [5].

отже, можуть бути використані як характеристики втомного пошкодження з певним обмеженням. У роботах В. Т. Троценка і співробітників [8, 9] запропоновано як характеристику втомного пошкодження використовувати міру непружної деформації, що відповідає її стабілізованому значенню в діапазоні 30–70% довговічності зразка конструкційного матеріалу. З урахуванням статистичних властивостей довговічності матеріалу за втоми, застосовність стабілізованого значення непружності як характеристичного параметра граничного стану також обмежена.

В даній роботі випробовування зразків на втому виконували за стандартною методикою на магніострикційній установці [10]. Використання резонансних півхвильових (на частоті основного резонансу) зразків дозволило одержати розподіл напружень циклу вздовж робочої частини зразка, який дає можливість контролювати зону пошкодження у фіксованому перерізі зразка, де діють максимальні напруження циклу.

Ступінь зміни фізико-механічних властивостей конструкційного матеріалу внаслідок циклічного навантажування визначали за статистичними характеристиками узагальненого параметра пошкодження (кута зсуву фаз) (рис. 2), виміряного в локальних зонах поверхневого шару досліджуваного зразка за методикою [11].

Встановлено, що на стадії розсіяної пошкоджуваності спостерігається закономірна зміна ступеню неоднорідності розподілу мікропластичних деформацій (періодичне чергування екстремумів локального зміцнення–знеміцнення), яке виявляється поступово і має характер циклічного спаду інтенсивності процесу пошкодження [4], що може бути представлено узагальненою діаграмою, зображеною на рис. 3.

Відомо, що ступінь розігрівання металу внаслідок дисипативних

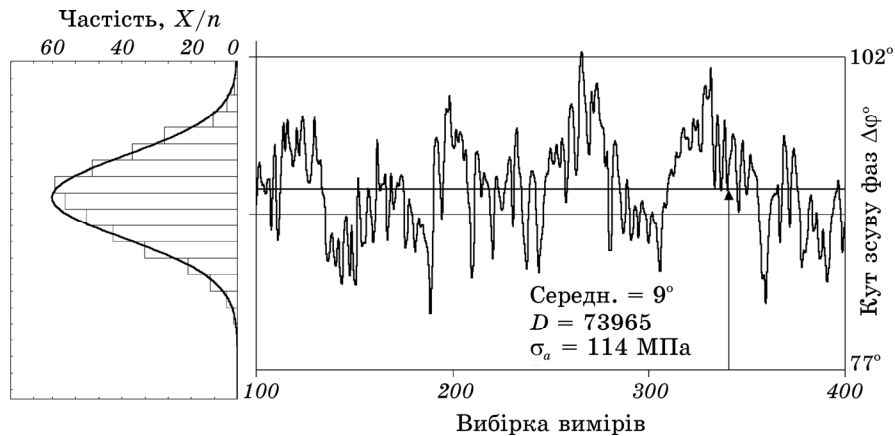
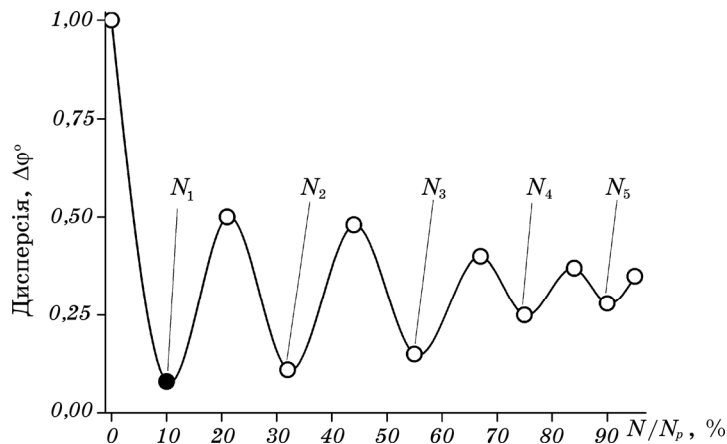


Рис. 2. Діаграма розподілу параметра непружності на поверхні зразка.

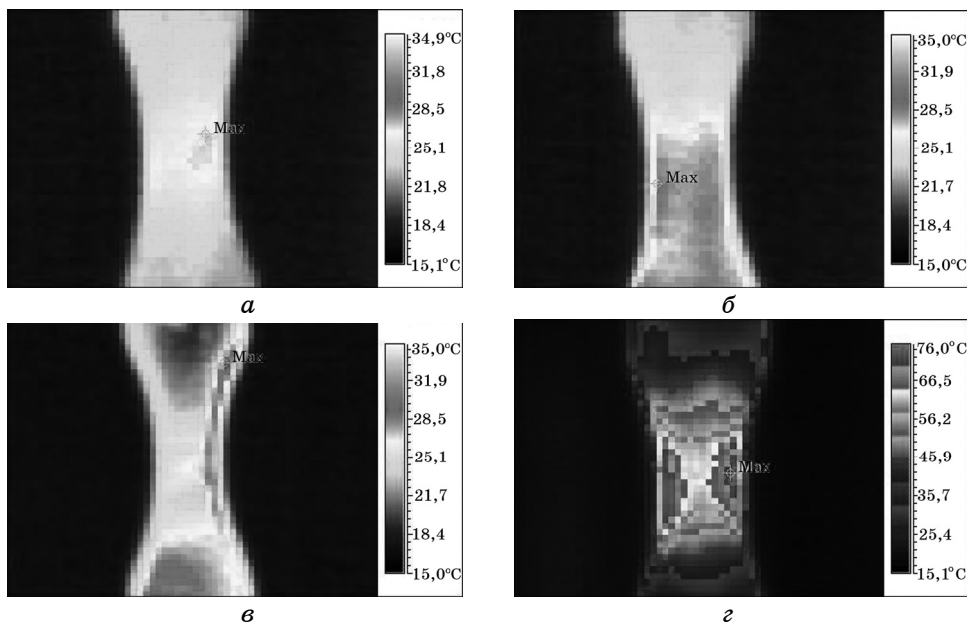


**Рис. 3.** Діаграма кінетичних характеристик розсіяної пошкоджуваності конструкційних матеріалів за циклічного навантажування:  $N_n$  — кількість циклів  $n$ -го екстремуму зміцнення,  $N_{n+1}$  — кількість циклів  $n + 1$ -го екстремуму зміцнення ( $N_n/N_{n+1} = \Delta^{(n+1)/2}$ ),  $\Delta$  — стала руйнування ( $\Delta = (E/J)(\Delta H_{T_s}/L_m)$ ), де  $E$  — модуль пружності на розтяг,  $J$  — модуль пружності на зсув,  $\Delta H_{T_s}$  — характеризує критичну енергію зміни об'єму,  $L_m$  — характеризує критичну енергію зміни деформування),  $n = 1, 2, 3, \dots, N_p$  — кількість циклів до зруйнування.

втрат енергії деформування зразків конструкційних матеріалів залежить від амплітуди циклічного навантажування [10]. Його можна оцінити з метою визначення циклічної довговічності за амплітуд напружень, що перевищують границю витривалості матеріалу, тобто для побудови кривих втоми.

За допомогою термографа TESTO 876 було одержано термограми розігрівання поверхні зразка конструкційного матеріалу, що виникає в зоні максимальних циклічних напружень внаслідок гістерезисного розсіяння енергії від дії циклічного деформування з частотою 20 кГц за амплітуди циклічних деформацій значно нижчих границі втоми. Порівняння термограм дозволило концептуально оцінити кореляційний зв'язок дискретних властивостей металу з інтегральними. Представлені на рис. 4 термограми одержано для рівнів циклічних напружень, що становлять до 30% границі витривалості дослідженого матеріалу (Ст. 45). З аналізу рисунків встановлено, що максимальна температура поверхні зразків не перевищувала 76°C (за максимальної амплітуди циклічних переміщень 17 мкм).

Із зображених на рис. 4 розподілів температури поверхні одного і того ж зразка за різних амплітуд циклічних деформацій видно, що зона максимальної температури, зафіксованої термографом, змінює своє положення на поверхні зразка, що обумовлено різною ін-



**Рис. 4.** Термограми розподілу температури нагрівання поверхні зразка зі Ст. 45 для різних амплітуд циклічних деформацій (у мкм): *a* — 7,5, *б* — 10, *в* — 12, *г* — 15.

тенсивністю розсіяння енергії локальних зон металу внаслідок структурної неоднорідності. Хоча ця характеристика є амплітудо-залежною, але максимуми температур не у всіх випадках (рис. 4, *a–в*) відповідають різним амплітудам циклічних напружень локальних зон матеріалу зразка, але кожному значенню амплітуди циклічної деформації відповідає зміна місця локалізації максимальної температури на поверхні навантаженого зразка.

Ці дані дозволяють виявити залежність тривалості вирівнювання початкового значення максимальної температури локального перегрівання із середньою температурою поверхні зразка як від амплітуди дисперсії непружних властивостей поверхневого шару металу, так і від амплітуди циклічних деформацій. Кількісний рівень виявленої кінетики розподілу локальних градієнтів температури на поверхні навантаженого зразка залежить від низки структурних і силових чинників, що впливають на інтенсивність релаксаційних явищ у полікристалічній структурі за циклічного деформування матеріалу зразка, які можна оцінити інтегрально.

Зв'язок між параметрами неоднорідності макровластивостей конструкційного матеріалу та його фізико-механічними характеристиками, за умови циклічного навантажування, може бути використано для прогнозування циклічної довговічності елементів



конструкцій великого ресурсу (на базах  $10^8$ – $10^{10}$  циклів і більше) за даними короткотривалого випробування зразків на високошвидкісній машині для втомних випробувань згідно з методом, запропонованим у роботі [12]. Авторами запропоновано формулу для прогнозування кривої втоми для експлуатаційної (низької) частоти навантажування за даними височастотних втомних випробувань, що пов'язує механічні, теплофізичні та непружні властивості металу за втоми:

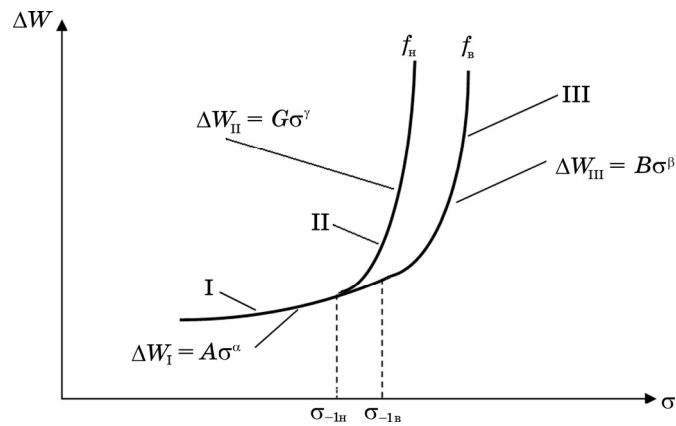
$$N = \frac{C}{\sigma_{-1B}^\alpha \left[ (f_B / f_H)^n (T_{роз}^H / T_{роз}^B)^\chi (\sigma / \sigma_{-1B})^\beta (\sigma / \sigma_{-1B})^\alpha \right]},$$

де  $N$  — кількість циклів до руйнування зразка конструкційного матеріалу,  $\sigma$  — амплітуда циклічних напружень,  $\sigma_{-1H}$  — границя витривалості конструкційного матеріалу на високій частоті циклічного навантажування,  $f_H$  і  $f_B$  — низька і висока частоти навантажування відповідно,  $T_{роз}^H$  і  $T_{роз}^B$  — середнє (стабілізоване) значення температури розігрівання поверхні зразка матеріалу на низькій та високій частотах навантажування відповідно,  $\alpha$  і  $\beta$  — параметри, які можна визначити з амплітудних залежностей абсолютного розсіяння енергії за цикл у конструкційному матеріалі на низькій та високій частотах навантажування,  $C$ ,  $\chi$  і  $n$  — певні константи.

Для виведення формули було застосовано допущення, які ілюструють графіки, що зображені на рис. 5:

- а) механізми розсіяння енергії відрізняються для циклічних напружень, які нижчі чи вищі за границю витривалості матеріалу (тобто із збільшенням рівня циклічних напружень у матеріалі перехід від одного до іншого механізму розсіяння енергії зумовлює зміну амплітудних залежностей розсіяння енергії);
- б) вплив частоти навантажування у межах розглянутої моделі враховано лише для напружень, що перевищують границю витривалості матеріалу (значення цього параметра будуть відмінними для низької та високої частот навантажування, навіть у разі порівняння на однакових базах навантажування — таких, що монотонно зростають);
- в) за рівня амплітуди циклічних напружень, що перевищує  $\sigma_{-1B}$ , величина розсіяння за цикл навантажування  $\Delta W$  із збільшенням частоти навантажування зменшується;
- г) амплітудні залежності розсіяння за цикл навантажування можна описати степеневими залежностями (прямими в логарифмічних координатах);
- д) залежність границь витривалості від частоти навантажування є монотонно збільшуваною.

Пропустивши проміжні викладки, можна показати, що для певного значення амплітуди циклічних напружень, що перевищують



**Рис. 5.** Амплітудні залежності розсіювання енергії за цикл навантажування металевих матеріалів для низької  $f_n$  та високої  $f_b$  частот навантажування:  $\sigma_{-1n}$  та  $\sigma_{-1b}$  — границі витривалості на низькій та високій частотах навантажування;  $\Delta W_I$ ,  $\Delta W_{II}$  та  $\Delta W_{III}$  — значення розсіювання енергії за цикл навантажування в зоні напружень нижче (крива I) та вище границі витривалості відповідно на низькій (крива II) та високій (крива III) частотах навантажування;  $A$ ,  $B$ ,  $G$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  — параметри степеневих рівнянь, якими апроксимовано криві I, II та III.

$\sigma_{-1b}$ , відношення величин розсіювання енергії за цикл для низької та високої частоти навантажування можна надати у вигляді:

$$\Delta W_{II}/\Delta W_{III} = (\sigma_{-1b}/\sigma_{-1n})^{\beta-\alpha} (\sigma/\sigma_{-1n})^{\gamma-\beta}.$$

Це уможливило розглянути відношення величин розсіювання енергії за цикл для низької та високої частоти навантажування у вигляді добутку, перший член якого (відношення границь витривалості на високій та низькій частотах навантаження) можна інтерпретувати як частотний фактор, тобто вважати його пропорційним відношенню частот навантажування

$$(\sigma_{-1b}/\sigma_{-1n})^{\beta-\alpha} \sim (f_b/f_n)^n.$$

Другий член добутку є відношенням величин перевантаження матеріалу щодо низькочастотної границі витривалості на різних частотах навантажування. У межах розглянутої моделі його можна вважати пропорційним відношенню температур саморозігрівання на різних частотах навантажування для певної амплітуди циклічних напружень.

$$(\sigma/\sigma_{-1n})^{\gamma-\beta} \sim (T_{роз}^n/T_{роз}^b)^\chi.$$

Отже, враховуючи зазначені допущення, параметри формули кривої втоми можна оцінити так:

—  $\alpha$ ,  $\gamma$  та  $\beta$  — параметри, які відповідають кутам нахилу (в логарифмічних координатах) амплітудних залежностей розсіяння енергії за цикл у конструкційному матеріалі на низькій та високій частотах навантажування за напружень до границі витривалості і вище; сталі  $\chi$  і  $n$  у формулі кривої втоми є певними виразами з параметрів  $\alpha$ ,  $\gamma$  та  $\beta$ ;

— сталу  $C$  у формулі кривої втоми визначають з відношення  $C = \Delta W_c / A$ , де  $\Delta W_c$  — частина величини розсіяної енергії, зумовлена дією механізму розсіяння енергії для циклічних напружень вище границі витривалості матеріалу  $\Delta W_c = [\Delta W_{II}(\sigma) - \Delta W_I(\sigma)]$ .

Для визначення п'яти параметрів  $C$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\chi$  та  $n$  розроблено методику одержання експериментальних даних та розв'язку п'яти трансцендентних рівнянь [12]. Запропоновану формулу кривої втоми було апробовано для прогнозування довговічності титанових та жароміцних нікелевих стопів на базах до  $10^{10}$  циклів навантажування [10, 12]. Такий підхід застосовний й для інших полікристалічних матеріалів, що впливає з фізичного сенсу параметрів формули кривої втоми та аналогії процесів розсіяного пошкодження за втоми в полікристалічних матеріалах [3].

Використовувана в запропонованій формулі температура розігрівання не враховує кінетичних особливостей впливу теплофізичних властивостей матеріалу, зумовлених тривалістю вирівнювання градієнта температури на поверхні зразка, що становить від десятків секунд і до хвилин, залежно від параметрів навантажування і розподілу локальної непружності в лабораторному зразку. Зважаючи на локальний характер процесу втомного пошкодження конструкційного матеріалу, початок руйнування структури матеріалу випереджає, в межах вищезазначеного в наведеному прикладі періоду часу, момент вирівнювання температури поверхні до середнього значення, яке використано у формулі, що можна представити як похибку в оцінюванні довговічності на великих базах, значення якої залежить від параметрів напружено-деформованого стану матеріалу.

### 3. ВИСНОВОК

Дослідження структурної неоднорідності макровластивостей твердого деформованого тіла, як прояву локальної неоднорідності пружних властивостей конструкційного матеріалу, забезпечує оцінювання знецінювального впливу локального розігрівання під час циклічного (низько- і високочастотного) навантажування лабораторних зразків, що дозволяє врахувати розбіжності в умовах виконання втомних випробувань, пов'язаних з інтенсивністю розсіяння

енергії в локальних зонах матеріалу, а отже підвищити точність прогнозування циклічної довговічності, що особливо актуально для конструкцій, які перебувають в експлуатації тривалий період.

#### ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. В. Е. Панин, В. Е. Егорушкин, *Физическая мезомеханика*, **11**, № 5: 5 (2008).
2. В. А. Романова, Р. Р. Болохонов, *Физическая мезомеханика*, **12**, № 6: 33 (2009).
3. Т. Ю. Яковлева, *Локальная пластическая деформация и усталость металлов* (Киев: Наукова думка: 2003).
4. В. С. Иванова, В. Ф. Терентьев, *Природа усталости металлов* (Москва: Металлургия: 1975).
5. В. Т. Трощенко, А. Я. Красовский, В. В. Покровский и др., *Сопротивление материалов деформированию и разрушению: справочное пособие* (Киев: Наукова думка: 1994), ч. 2.
6. Н. Н. Афанасьев, *Статистическая теория усталостной прочности металлов* (Киев: Издательство АН УССР: 1953).
7. В. Ф. Терентьев, *Металловедение и термическая обработка металлов*, **2**: 47 (2008).
8. В. Т. Трощенко, *Усталость и неупругость металлов* (Киев: Наукова думка: 1971).
9. В. Т. Трощенко, Л. А. Хамаза, Г. В. Цыбанев, *Методы ускоренного определения предела выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев* (Киев: Наукова думка: 1979).
10. Л. Е. Матохнюк, *Ускоренные усталостные испытания высокочастотным нагружением* (Киев: Наукова думка: 1988).
11. А. Н. Майло, *Проблемы прочности*, **3**: 124 (2009).
12. И. М. Васинюк, А. В. Войналович, Л. Е. Матохнюк, А. Б. Соколинский, *Проблемы прочности*, **3**: 58 (1988).