

14. *Вертгеймер М.* Продуктивное мышление. М., 1987.

15. *Симонов П.* Сознание, подсознание, сверхсознание. "Наука и жизнь", № 12, 1975.

*Поступила 25.02.2013р.*

УДК 519.6

М.Ю. Ракушев, О.В. Лаврінчук, Київ

### **ОБЧИСЛЮВАЛЬНА СХЕМА ІНТЕГРУВАННЯ НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ТЕЙЛОРІВСЬКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ З АВТОМАТИЧНИМ ВИБОРОМ КРОКУ ТА ПОРЯДКУ**

**Abstract.** The computational scheme of ordinary differential equations integration with the automatic step size and order selection of the scheme, developed on the basis of differential Taylor transformation is offered. Adaptation at each step of integration is conducted on account of providing of the desired precision at the minimum computational effort. Results of the simulation are presented.

#### **Актуальність**

У багатьох практичних задачах виникає необхідність розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Рішення такої задачі проводиться методами числового інтегрування шляхом розробки відповідної обчислювальної схеми [1, 2, 3]. Найкращу обчислювальну ефективність забезпечують адаптивні обчислювальні схеми інтегрування з автоматичним вибором величини кроку інтегрування та порядку схеми [2]. Можливим варіантом розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь є використання методу диференціально-тейлорівських (ДТ) перетворень [4, 5].

Для реалізації адаптації за кроком та порядком необхідно оцінювати похибку апроксимації схеми та її обчислювальну складність. У [6] запропоновано підхід до розробки адаптивних ДТ-схем, який базується на оцінці похибки апроксимації через порівняння рішень, отриманих на основі прямого і зміщеного ДТ-спектрів. Однак, у зазначеному підході, по-перше, не враховані всі аналітичні властивості ДТ-схем, що дозволяє реалізувати лише кратну адаптацію за величиною кроку інтегрування, і, по-друге, за оцінку обчислювальної складності прийнято кількість врахованих у ДТ-схемі Т-дискрет, що призводить до значного заниження даної оцінки.

У [7, 8] наведено результати, які дозволяють отримувати аналітичні оцінки похибок апроксимації ДТ-схем, що є найбільш ефективним для реалізації адаптації за величиною кроку. Але адаптивні ДТ-схеми з використанням зазначеного підходу не розроблені.

### Постановка задачі

Проведений вище аналіз показав, що розробка адаптивних ДТ-схем, виходячи із узагальненого критерію "точність-обчислювальна складність", є доцільним. Але, на теперішній час відомі підходи до адаптації ДТ-схем за порядком і кроком інтегрування не враховують всі математичні особливості ДТ-перетворень, що призводить до їх відносно низької обчислювальної ефективності.

Таким чином, метою статті є розробка ДТ-схеми інтегрування звичайних диференціальних рівнянь з автоматичним вибором величини кроку інтегрування і порядку схеми, виходячи із забезпечення необхідної точності при мінімальних обчислювальних витратах.

### Вирішення задачі

ДТ-перетворенням називають операційний метод з функціональним перетворенням вигляду [4, 5]

$$Z(k) = \frac{h^k}{k!} \left[ \frac{d^k z(t)}{dt^k} \right]_{t_*} = \frac{h^k}{k!} z^{(k)}(t_*), \quad z(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{t-t_*}{h} \right)^k Z(k) \quad (1)$$

де  $t$  – аргумент, за яким проводиться перетворення;  $t_*$  – значення аргументу, при якому проводиться перетворення;  $h$  – відрізок аргументу, на якому розглядається функція  $z(t)$ ;  $k$  – цілочисловий аргумент  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $Z(k)$  – дискретна функція за аргументом  $k$ .

Вираз (1) визначає пряме та обернене ДТ-перетворення (перехід з області оригіналів в область ДТ-зображень). Множину значень  $Z(k)$  прийнято називати Т-спектром, а значення функції  $Z(k)$  при конкретних значеннях аргументу  $k$  – дискретами Т-спектру.

Задача Коші для звичайного диференціального рівняння має вигляд [1]:

$$\frac{du}{dt} = f(u), \quad t > 0, \quad u(t=0) = u_0, \quad (2)$$

де  $u = u(t)$  – шукана функція;  $t$  – незалежна змінна;  $u_0$  – початкова умова.

Явна ДТ-схема інтегрування (2) на обчислювальній сітці

$\omega_n = \{t_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$  має вигляд:

$$\begin{cases} U_n(0) = u_n, & U_0(0) = u_0, & t_0 = 0 \\ U_n(k+1) = \frac{h}{(k+1)} F_n(k, U_n(k)), & \text{при } k = 0, 1, \dots, k_{\max} - 1 \end{cases} \quad (3)$$

$$u_{n+1} = \sum_{k=0}^{k_{\max}} U_n(k), \quad t_{n+1} = t_n + h, \quad (4)$$

де  $u_n$  – сіткова функція, що приймається за розв'язок рівняння (2) на  $\omega_n$ ;  $U_n(k)$ ,  $F_n(k, U_n(k))$  – Т-спектри розв'язку та правої частини рівняння (2) на

$\omega_n$  відповідно;  $h$  – крок обчислювальної сітки  $\omega_n$  за незалежною змінною (2);  $k_{\max}$  – максимальний номер врахованої при відновленні Т-дискрети.

Використання (3), (4) дозволяє послідовно (починаючи з  $n = 0$ ) знайти розв’язок (2) – визначити на  $\omega_n$  значення сіткової функції, яка береться за наближення шуканої функції:

$$u(t_n) = u_n \approx U_n(0). \quad (5)$$

Визначимо похибку апроксимації ДТ-схеми (3), (4) [1, 2, 3, 8]. Для цього приведемо її до канонічного вигляду обчислювальної схеми інтегрування диференціального рівняння числовим методом [1]:

$$U_{n+1}(0) = \sum_{k=0}^{k_{\max}} U_n(k) \Rightarrow \frac{U_{n+1}(0) - U_n(0)}{h} = \frac{1}{h} \sum_{k=1}^{k_{\max}} U_n(k), \quad (6)$$

та підставимо у (6) замість отриманого наближеного розв’язку  $U_n(0)$  (відповідно до (5)) точний розв’язок задачі (2) ( $u_n = u(t_n)$ ) у вигляді:

$$u_{n+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{h_n^k}{k!} u_n^{(k)}, \quad (7)$$

та з врахуванням прямого ДТ-перетворення з (1) запишемо

$$\begin{aligned} \psi_{n+1} &= \frac{1}{h} \left( -u_{n+1} + u_n + \sum_{k=1}^{k_{\max}} \frac{h^k}{k!} u_n^{(k)} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_{n+1} &= \frac{1}{h} \left( -\sum_{k=0}^{k_{\max}} \frac{h^k}{k!} u_n^{(k)} + \sum_{k=0}^{k_{\max}} \frac{h^k}{k!} u_n^{(k)} \right) - \frac{1}{h} \sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty} \frac{h^k}{k!} u_n^{(k)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_{n+1} &= -\frac{1}{h} \sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty} \frac{h^k}{k!} u_n^{(k)}, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $\psi_n$  – похибка апроксимації ДТ-схеми (3), (4) на  $\omega_n$ .

З (8) визначимо головний член асимптотичного розкладу похибки апроксимації [1, 2, 3] для ДТ-схеми (3), (4) у вигляді

$$\psi_{n+1} \approx -\frac{1}{h} \frac{h^{k_{\max}+1}}{(k_{\max}+1)!} u_n^{(k_{\max}+1)}. \quad (9)$$

Пояснити отримане співвідношення (9) можна наступним чином. ДТ-схема (3), (4) реалізує інтегрування диференціального рівняння (2) на основі відрізка ряду Тейлора [2]. Таким чином, за рахунок того, що у ній враховується кінцева кількість Т-дискрет (які тотожні членам ряду Тейлора), у точне значення шуканої функції  $u(t_n)$  вноситься похибка, яка визначається неврахованим (відкинутим) відрізком ряду Тейлора. За асимптотичну оцінку відкинутого відрізка ряду Тейлора можна прийняти його перший член.

З врахуванням прямого ДТ-перетворення з (1) запишемо (9) у вигляді

$$\Psi_{n+1} \approx -\frac{1}{h} \frac{h^{k_{\max}+1}}{(k_{\max}+1)!} u_n^{(k_{\max}+1)} = -\frac{1}{h} U_n(k_{\max}+1). \quad (10)$$

На основі оцінки похибки апроксимації (10) можна знайти повну локальну похибку ДТ-схеми [2] (дана похибка є нев'язкою, яка вноситься на кожному кроці інтегрування у точне рішення (2) –  $u(t_n)$ )

$$\varepsilon_{n+1} = h\Psi_{n+1} \approx U_n(k_{\max}+1), \quad (11)$$

де  $\varepsilon_{n+1}$  – повна локальна похибка (нев'язка) ДТ-схеми (3), (4) на  $\omega_n$ .

Т-дискрета  $U_n(k_{\max}+1)$  може приймати як додатні так і від'ємні значення, при врахуванні зазначеного для визначення оцінки повної локальної похибки ДТ-схеми доцільно розглядати її абсолютне значення

$$\varepsilon_{n+1} \approx |U_n(k_{\max}+1)|. \quad (12)$$

Узагальнюючи отримане співвідношення (12) для задачі (2) у векторній формі, запишемо оцінку повної локальної похибки ДТ-схеми (3), (4) через норму від  $k_{\max}+1$ -дискрет Т-спектру вектора рішення рівняння (2), тобто

$$\varepsilon_{n+1} \approx \|U_n(k_{\max}+1)\|, \quad (13)$$

де  $\|\cdot\|$  – норма вектору.

Реалізації (13) потребує розрахунку значення  $U_n(k_{\max}+1)$ , для цього, додатково, необхідно у (3) провести пряме ДТ-перетворення при

$$k = k_{\max}. \quad (14)$$

Для реалізації адаптації за кроком інтегрування, використовуючи оцінку повної локальної похибки (13) та властивості ДТ-перетворень [4, 5], визначимо величину кроку, інтегрування який забезпечить необхідну (задану) точність:

$$\varepsilon = \|U_n(k_{\max}+1)\| \frac{h_n^{k_{\max}+1}}{h^{k_{\max}+1}} \Rightarrow h_n = h \left( \frac{\varepsilon}{\|U_n(k_{\max}+1)\|} \right)^{\frac{1}{k_{\max}+1}}, \quad (15)$$

де  $h_n$  – адаптивний крок ДТ-схеми, що забезпечить задану точність.

Використовуючи розраховане значення кроку інтегрування (15), можна, виходячи з властивостей ДТ-перетворень [4, 5], перерахувати Т-дискрети, які визначені при прямому ДТ-перетворенні (3), наступним чином

$$U_n(k) = U_n(k) \frac{h_n^k}{h^k}, \quad \text{при } k = 0, 1, \dots, k_{\max}. \quad (16)$$

При реалізації (15), (16) крок інтегрування  $h_n$  визначається безпосередньо перед проведенням оберненого ДТ-перетворення (4), це дозволяє при прямому ДТ-перетворенні (3) покласти

$$h = 1. \quad (17)$$

Для розробки ДТ-схеми інтегрування з автоматичним вибором величини кроку та порядку, крім оцінки повної локальної похибки ДТ-схеми (13), додатково необхідно оцінювати її обчислювальну складність. Дану оцінку проведемо через визначення кількості елементарних арифметичних дій (множень та ділень) в одному вузлі обчислювальної сітки  $\omega_n$ . Для диференціального рівняння зазначена кількість арифметичних дій буде визначатися, насамперед, їх кількістю для проведення прямого ДТ-перетворення (3), тобто розрахунком Т-спектру правої частини вихідного диференціального рівняння [4, 5].

Розглянемо операцію алгебраїчної згортки методу ДТ-перетворень, яка є ДТ-зображенням математичної операції множення для області оригіналів

$$r(t) \cdot w(t) - \text{область оригіналів,}$$

$$R(k) * W(k) = \sum_{l=0}^k R(l) \cdot W(k-l) - \text{область зображень,} \quad (18)$$

де  $r(t)$ ,  $w(t)$ ,  $R(k)$ ,  $W(k)$  – функцій у області оригіналів та їх ДТ-зображення відповідно; \* – операція алгебраїчної згортки.

Пряме ДТ-перетворення правої частини в (18) проводиться при  $k = 0, 1, \dots, k_{\max}$ . При кожному  $k$  кількість множень для кожного (\*) відповідно до (18) складає  $k+1$ . Таким чином, загальна кількість множень для кожного (\*) буде визначатися як сума арифметичної прогресії у вигляді

$$S(k_{\max}) = \sum_{k=0}^{k_{\max}} (k+1) = 0,5 k_{\max}^2 + 1,5 k_{\max} + 1. \quad (19)$$

де  $S(k_{\max})$  – обчислювальна складність кожної операції множення з правої частини (2) в одному вузлі сітки  $\omega_n$  (на одному кроці ДТ-схеми).

Використовуючи властивості ДТ-перетворень [4, 5], можна показати, що оцінка (19) буде виконуватися і для операції ділення.

Якщо у праву частину (2) входить  $m$  операцій множення та ділення, тоді оцінка загальної обчислювальної складності (3) з врахуванням (19) буде

$$mS(k_{\max}). \quad (20)$$

Використовуючи отриману оцінку обчислювальної складності (20), запишемо критерій адаптації за величиною кроку інтегрування та порядку ДТ-схеми наступним чином – з усіх адаптивних ДТ-схем з автоматичним вибором величини кроку інтегрування (15) обрати таку, що забезпечує мінімум обчислювальних витрат на одиницю кроку інтегрування

$$k_{\max, n} = \arg \min \left( \frac{mS(k_{\max})}{h_n} \right), \text{ де } h_n = \left( \frac{\varepsilon}{\|U_n(k_{\max} + 1)\|} \right)^{\frac{1}{k_{\max} + 1}}. \quad (21)$$

де  $k_{\max, n}$  – адаптивний порядок ДТ-схеми, що забезпечить задану точність.

При розв'язанні (21) кількість множень та ділень  $m$  є константою, яка не впливає на рішення. Таким чином, при розв'язанні (21) можна покласти

$$m = 1. \quad (22)$$

Виходячи з вищевикладеного, адаптивна ДТ-схема з автоматичним вибором величини кроку інтегрування та порядку з врахуванням (3), (4), (15-17), (19), (21) та (22) запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} U_n(0) = u_n, & U_0(0) = u_0, & t_0 = 0 \\ U_n(k+1) = \frac{1}{(k+1)} F_n(k, U_n(k)), & \text{при } k = 0, 1, \dots, k_{\max} \end{cases}, \quad (23)$$

$$h_n = \left( \frac{\varepsilon}{\|U_n(k_{\max} + 1)\|} \right)^{\frac{1}{k_{\max} + 1}}, \quad (24)$$

$$k_{\max, n} = \arg \min_{k_{\max, n} \geq k_{\max, \min}} \left( \frac{0,5 k_{\max}^2 + 1,5 k_{\max} + 1}{h_n} \right), \quad (25)$$

$$u_{n+1} = \sum_{k=0}^{k_{\max, n}} U_n(k) h_n^k, \quad t_{n+1} = t_n + h_n. \quad (26)$$

де  $k_{\max, \min}$  – заданий мінімальний порядок.

Реалізація адаптивної ДТ-схеми (23)-(26) проводиться наступним чином:

1. Приймається  $k_{\max} = k_{\max, \min}$ , при  $k_{\max, \min} \geq 1$ .
2. З відомого значення шуканої функції у точці  $n$ , при  $k = 0, \dots, k_{\max} - 1$  розраховуються Т-дискрети  $U_n(0), \dots, U_n(k_{\max})$  (23);
3. Виходячи із заданого значення повної локальної похибки  $\varepsilon$  для  $U_n(k_{\max})$  при  $k_{\max}$  визначається крок інтегрування  $\tilde{h}_n$  (24).
4. При  $k = k_{\max}$  розраховується Т-дискрета  $U_n(k_{\max} + 1)$  (23);
5. Виходячи із заданого значення повної локальної похибки  $\varepsilon$ , для  $U_n(k_{\max} + 1)$  та  $k_{\max} + 1$ , визначається крок інтегрування  $h_n$  (24);
6. Виконується розв'язок (25) шляхом перевірки виконання умови

$$\frac{0,5(k_{\max} - 1)^2 + 1,5(k_{\max} - 1) + 1}{\tilde{h}_n} \leq \frac{0,5 k_{\max}^2 + 1,5 k_{\max} + 1}{h_n}. \quad (27)$$

Якщо ямова (27) не виконується, тоді необхідно повернутися п. 4 для наступного значення  $k_{\max}$  (при цьому приймається  $\tilde{h}_n = h_n$ ). Якщо (27) виконується, тоді значення  $k_{\max}$  приймається за адаптивний порядок схеми  $k_{\max, n}$ , а значення  $h_n$  приймається за значення адаптивного кроку і здійснюється перехід до п. 7;

7. Розраховується значення шуканої функції у точці  $n+1$  (26).

Реалізація (п. 1-7) ДТ-схеми (23)-(26) має наступні особливості (рис. 1):

По-перше, при відносно великих значеннях  $\varepsilon$  та малих значеннях  $k_{\max}$ , (25) може мати декілька локальних мінімумів. Для їх відсікання вводиться значення  $k_{\max, \min}$ . Як правило, достатньо покласти  $k_{\max, \min} \leq 4$ .

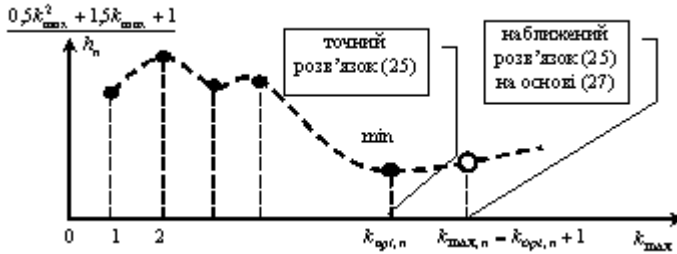


Рис. 1. Особливості рішення (25) на основі (27)

По друге, (27) не забезпечує точний розв'язок (25), а збільшує оптимальний порядок ДТ-схеми на одиницю  $k_{\max, n} = k_{opt, n} + 1$ , що призводить до збільшення результуючої обчислювальної складності. Однак, незважаючи на квазіоптимальність, використання (27) є доцільним, оскільки пряме ДТ-перетворення (23) вже проведено для  $k_{\max, n}$  і результуюча обчислювальна складність на одному кроці вже сформована, тому немає сенсу відмовлятися від врахування вже розрахованої Т-дискрети  $U_n(k_{\max, n})$ .

У розробленій адаптивній ДТ-схемі остання розрахована Т-дискрета  $U_n(k_{\max, n} + 1)$  використовується тільки для реалізації адаптації (визначення величини кроку та порядку (24), (25)) і не враховується при відновленні. Таким чином, розроблена ДТ-схема реалізує критерій точності у вигляді «повна локальна похибка дорівнює заданому значенню». Якщо Т-дискрету  $U_n(k_{\max} + 1)$  врахувати при відновленні, тоді критерій точності матиме вигляд «повна локальна похибка не перевищує заданого значення». Для реалізації зазначеного необхідно для розробленої ДТ-схеми у (26) у верхню границю оператору суми підставити

$$k_{\max, n} + 1. \quad (28)$$

**Приклад.** Розроблена адаптивна схема досліджувалась на прикладі [6]

$$\frac{du(t)}{dt} + 5u(t) - 4u(t)\cos(2t) = 10, \quad t \in [0, 5], \quad u(t=0) = 0. \quad (29)$$

Результати рішення (29) наведено у табл. 1, де  $k_{\max, n}$  – максимальне та мінімальне значення адаптивного максимального номера Т-дискрети

врахованої при відновленні;  $h_n$  – максимальний та мінімальний адаптивний крок інтегрування;  $N$  – кількість кроків інтегрування на інтервалі інтегрування;  $\mathcal{S}$  – оцінка обчислювальних витрат на розрахунок (сума оцінок обчислювальної складності на основі (19) для усього інтервалу інтегрування). При реалізації ДТ-схеми (20)-(26) прийнято  $k_{\max, \min} = 1$ .

Таблиця 1

| Характеристики ДТ-схеми  |               |     |       |       |     |               |
|--|---------------|-----|-------|-------|-----|---------------|
| Значення повної локальної похибки на одному кроці інтегрування | $k_{\max, n}$ |     | $h_n$ |       | $N$ | $\mathcal{S}$ |
|  | max           | min | max   | min   |     |               |
| $\varepsilon = 10^{-4}$  | 7             | 1   | 0,328 | 0,003 | 47  | 718           |
| $\varepsilon = 10^{-10}$                                       | 13            | 4   | 0,176 | 0,005 | 61  | 3322          |

### Висновки

Основними рисами розробленої адаптаційної ДТ-схеми є:

ДТ-схема використовує підхід до адаптації заснований на використанні вкладених методів [2], у ній повна локальна похибка оцінюється шляхом використання двох схем  $k_{\max}$ -го та  $k_{\max} + 1$ -го порядків точності та за рахунок того, що пряме ДТ-перетворення реалізоване у вигляді рекурентних процедур, збільшення порядку точності схеми на одиницю проводиться також рекурентно і тому реалізується єдиною ДТ-схемою;

адаптація у ДТ-схемі проводиться апіорно, тобто до остаточного виконання кроку. Це обумовлює її високу обчислювальну ефективність, так як практично відсутні додаткові обчислення (особливо з врахуванням (28)). Можливість апіорно адаптуватися реалізована за рахунок числово-аналітичних властивостей ДТ-перетворень, які дозволяють отримати аналітичну оцінку локальної похибки ДТ-схеми.

*Таким чином, у статті розроблена ДТ-схема інтегрування звичайних диференціальних рівнянь з автоматичним вибором величини кроку та порядку схеми, виходячи із забезпечення необхідної точності при мінімальних обчислювальних витратах.*

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.
2. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1979. – 321 с.
3. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров. – М., 1972. 400 с.
4. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели. – К.: Наукова думка, 1990.– 184с.
5. Баранов Г.Л., Баранов В.Л., Жуков І.А. Диференціальні перетворення для комп'ютерного моделювання: Навч. посіб. – К.: Нац. ав. ун., 2002. – 106 с.
6. Семагина Э.П. Алгоритмы решения дифференциальных уравнений с переменным



шагом и порядком метода численного интегрирования. – В кн.: Анализ и машинное проектирование электронных цепей. – К: Наукова думка, 1980.– С. 111-118.

7. Ракушев М.Ю. Схема інтегрування рівняння руху космічного апарата на основі диференціально-тейлорівського перетворення зі зменшеними обчислювальними витратами. // Космічна наука і технологія. – 2010. –т. 16 № 6. – С. 51-56.

8. Ракушев М.Ю. Апроксимація та стійкість методу зміщених диференціально-тейлорівських перетворень для рішення задачі Коші// Вісник ЖДТУ. – Житомир: ЖДТУ, 2007. – 42 № 3. – С. 128–132.

*Поступила 14.02.2013р.*

УДК 681.61

І.О.Ляшенко, к.в.н, НАОУ, м. Київ

## **МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ЖИВУЧОСТІ ІНФОРМАЦІЙНО-УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ СПЕЦІАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ**

Розглянуто процедурну модель оцінки живучості інформаційно-управляючих систем спеціального призначення

Ключові слова: живучість, граф, вершини, ребра, модель

Рассмотрена процедурная модель оценки живучести информационно-управляющих систем специального назначения

Ключевые слова: живучесть, граф, вершины, ребра, модель

The procedural model of estimation of vitality of the information-control systems of the special setting

Keywords: vitality, count, вершини, ribs, model

### **Вступ.**

Інформаційно-управляюча система спеціального призначення (ІУССпП) являє собою цифрову систему контролю чи управління деяким реальним об'єктом [1]. Вона є багаторівневою, ієрархічною структурою, яка включає в себе велику кількість вузлів, пов'язаних між собою, не менш значною кількістю каналів зв'язку. Тому ІУССпП являється дуже вразливою, за рахунок вузлів та зв'язків між ними. А ієрархічна структура системи припускає можливість навіть появи “каскадного ефекту”: відмова одного функціонального елементу кличе за собою відмову інших.

Дані відмови тісно пов'язані з поняттям живучості системи, де під живучістю ми розуміємо властивість системи зберігати і відновлювати здатність виконувати основні функції в заданому об'ємі та упродовж необхідного часу у разі зміни структури, алгоритмів і умов її функціонування внаслідок непередбаченого регламентом роботи несприятливої дії.