22. *Piano Strategico Di Sviluppo Di Roma Capitale* // Vol I: Visione Strategica. – R.: Comune di Roma, 2009. – (http://www.comune.roma.it/PCR/resources/cms/documents/ seg_gen_10_PSS_VOLUME_I_web.pdf - время доступа: 27.07.2013)
23. *Strategia Rozwoju Krakowa* // (ред. 2013)– (http://www.bip.krakow.pl/ ?mmi=209 - время доступа: 30.07.2013)
24. *Strategia Rozwoju Gdańska* **// (**http://www.gdansk.pl/gospodarka,955.html - время доступа: 31.07.2013)
25. *Генеральний План м. Києва на період до 2020 р.: Основні положення*. – К.: Київська міська рада,2001. – 69 С.(http://www.*saveoldkyiv.org/doc/GenPlan**2020**.pdf* - время доступа: 04.08.2013)
26. *Стратегія* розвитку *міста Києва* до 2025 року //http://kievcity.gov.ua/ upload/a/kyiv_strategy.zip - время доступа: 30.07.2013)
27. *Генеральний план міста Києва до 2025 р.* (проект) / http://kievgenplan.grad.gov.ua/ images/genplan/osnovni_pologennya_gen_planu_19_09_11.pdf - время доступа: 30.07.2013)
28. *Комплексна стратегія розвиткуЛьвова 2012 - 2025 рр.* (проект) / http://www8.city-adm.lviv.ua/inteam/uhvaly.nsf/9315c344519dd559c2256bb50042bc5c/23349f49bc91ba52c225793400489747/$FILE/%D0%A1%D0%B5%D1%81%D1%96%D1%8F2.pdf -время доступа: 30.07.2013)
29. *Стратегія розвитку міста Ужгород до 2015 року* / (http://rada-uzhgorod.gov.ua/download/stratigija-2015.pdf - время доступа: 04.12.2012))
30. *Об утверждении Плана Стратегического Развития города Рязани до 2020 г.* Решение Рязанской Городской Думы» от 26.03. 2009 г. № 169-i / http://base.consultant. ru/ regbase/cgi/online.cgi?req=doc;base=RLAW073;n=132590 - время доступа: 07.08.2013))
31. *Генеральный план города Ярославля* / http://www.city-ar.ru/ home/city/architecture.html - время доступа: 07.08.2013)

Поступила 18.9.2013р.

УДК 621.314:519.22

Т. Л. Щербак, м. Київ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Abstract. For mathematical modeling of a wide class of cyclic processes (events)proposed a model of compound periodic process and its statistical characteristics are defined within correlation theory.
.

Keywords. Cyclical events, periodic processes, the correlation characteristics, the process of electricity.

Введение. Математическое моделирование широкого класса циклических процессов (явлений) в различных отраслях науки и техники играет важную роль в современной методологии исследований. В решении задач математического моделирования циклических процессов используется развитый математический аппарат естественных и технических наук.

Вопросы исследований циклических процессов рассмотрены в значительном количестве публикаций и имеют разноплановые постановки задач. В общем случае под циклическими процессами подразумевают различные физические явления, процессы, для которых характерна повторяемость во времени и/или в пространстве. Характерными примерами таких циклических процессов являются годичные процессы вращения Земли вокруг Солнца, суточные процессы Земли вокруг своей оси, циклические процессы вращения различных механизмов, узлов, циклические процессы энергопотребления, газопотребления и другие.

Употребляется также термин «ритмические процессы» при описании физических явлений. Такие процессы можно рассматривать как процессы в результате действия первичного циклического процесса, другими словами, ритмический процесс является вторичным и порожден первичным циклическим процессом.

Отметим также, что термин «циклический» используется как для описания физических процессов, так и в качестве математических объектов – циклических функций и процессов. Поэтому следует обращать внимание при использовании результатов публикаций на смысл использования термина «циклический».

В данной работе термин «циклический» будет использоваться для описания физических (реальных) процессов. Для описания циклических процессов используются математические модели – детерминированные и случайные периодические функции. При этом детерминированные рассматриваются как частный случай периодических случайных функций. Основным объектом исследования данной работы является модель случайного периодического процесса. Отметим, что различного рода периодические функции задаются на всей временной оси или полуоси, поэтому для описания динамики реальных циклических процессов возникает необходимость использования временных окон и в общей постановке задачи обоснования по сути новой математической модели.

Постановка задания. Обосновать для описания динамики циклических физических процессов (явлений) математическую модель, которая бы отображала динамику (изменения) реального физического процесса во времени.

Основные результаты. Среди случайных периодических процессов наиболее исследованы: периодически коррелированные процессы [1], название которых на английском языке, а именно “cyclostationarity stochastic processes” более точно отображает их структуру [2]; линейные случайные периодические процессы [3], а также циклические случайные процессы [4].

Сформулируем следующее

Определение 1. *Конструктивная форма составного случайного периодического процесса имеет вид*

$$\zeta(\boldsymbol{\omega},t)=\sum_{j=1}^{n}\xi_j(\omega_j,t)I(\Delta t_j,t),\ \boldsymbol{\omega}=(\omega_1,...,\omega_n),\ T\in[0,T_H],\qquad(1)$$

где:

● *векторный случайный процесс*

$$\Xi_n(\boldsymbol{\omega},t)=(\xi_1(\omega_1,t),...,\xi_n(\omega_n,t)),\ \boldsymbol{\omega}=(\omega_1,..,\omega_n)\qquad(2)$$

задан на всей временной оси $t\in R$, *а каждая из его компонент* $\{\xi_j(\omega_j,t),\ j=\overline{1,n}\}$ *является случайным периодическим с конкретным периодом* T_j *процессом и задана на фиксированном вероятностном пространстве* (Ω_j,F_j,P_j), *соответственно* $\omega_j\in\Omega_j$ *- пространство элементарных событий,* F_j *-* σ*-алгебра подмножеств* Ω_j, *а* P_j *- вероятностная мера, заданная на подмножествах* F_j*;*

● *индикаторная функция*

$$I(\Delta t_j,t)=\begin{cases}1, t\in\Delta t_j\\0, t\notin\Delta t_j\end{cases}\qquad(3)$$

определяет временное окно наблюдения каждой из компонент Δt_j *вектора (2), при этом*

$$\Delta t_l\cap\Delta t_m=\varnothing, l\neq m, l,m\in\overline{1,n}\qquad(4)$$

и

$$\bigcup_{j=1}^{n}\Delta t_j=[0,T_H]\qquad(5)$$

составляют временной интервал наблюдения реального физического процесса.

Модель (1) является конструктивной, так как она учитывает:

- случайные изменения значений (интенсивности) каждой из компонент вектора (2);
- временной интервал наблюдения каждой из компонент, т.е. в общем случае различные временные интервалы компонент вектора (2);
- динамику разладок исследуемого процесса (1) путем обоснованного использования соответствующей компоненты вектора (2);
- динамику изменения периодов исследуемого процесса на всем временном интервале наблюдения $t\in[0,T_H]$, что дает возможность исследовать два возможных варианта:

а) все компоненты вектора (2) имеют различные периоды и заданы на дискретном множестве

$$\{T_1,...,T_n\};\qquad(6)$$

б) все компоненты вектора (2) имеют один и тот же период

$$T_j=T_0,\ j=\overline{1,n},\qquad(7)$$

но в свою очередь имеют различные статистические характеристики

Если говорить о недостатках модели (1), то можно отметить, что модель не учитывает непрерывный характер изменения периодов исследуемого циклического процесса. Однако такие случаи встречаются очень редко на практике. С другой стороны измерять непрерывно изменяющиеся периоды исследуемого процесса затруднительно.

Проведем анализ модели (1) в рамках корреляционной теории.

Основные статистические (информационные) характеристики модели (1) на временном интервале наблюдения $t \in [0, T_H)$ имеют вид следующих последовательностей:

- временных моментов разладки однородности компонент вектора (2),

$$0 = \tau_0 < \tau_{j1} < \tau_{j2} < \ldots < \tau_{jk} < T_H\,,\ j = \overline{1,n},\ k \geq n \tag{8}$$

- временных интервалов однородности статистических характеристик каждой компоненты $\xi_j(\omega_j, t)$ с использованием последовательности (8)

$$\left\{\Delta t_j,\ j = \overline{1,n}\right\},\ \Delta t_j = \bigcup_{k=1} \left[\tau_{jk-1}, \tau_{jk}\right),$$

которые в совокупности образуют временной интервал наблюдения

$$\bigcup_{j=1}^{n} \Delta t_j = \left[0, T_H\right]; \tag{9}$$

- математических ожиданий процесса

$$\left\{\mathbf{M}\left\{\xi_1(\omega,t)\right\} = m_1(t), m_2(t), \ldots, m_n(t)\right\}; \tag{10}$$

- дисперсий процесса

$$\left\{\mathbf{D}\left\{\xi_1(\omega,t)\right\} = \sigma_1^2(t), \sigma_2^2(t), \ldots, \sigma_n^2(t)\right\}; \tag{11}$$

- одномерных функций распределения

$$\left\{\mathbf{P}\left(\xi_1(\omega,t) < x_1\right) = F_1(x_1,t), F_2(x_2,t), \ldots, F_n(x_n,t)\right\}; \tag{12}$$

- двумерных функций распределения

$$\left\{\mathbf{P}\left[\xi_i(\omega_i,t_1) < x_1, \xi_j(\omega_j,t_2) < x_2\right] = F_{ij}(x_1,x_2;t_1,t_2),\ i, j = \overline{1,n}\right\}. \tag{13}$$

При исследованиях модели (1) использование метода центрирования и нормирования последовательности случайных величин дало возможность для исследуемого периодического случайного процесса с гауссовым законом распределения определить стационарную модификацию $a_j(\omega_j,t)$ процесса $\xi_j(\omega_j,t)$ на ограниченном временном интервале Δt_j по формуле

$$\alpha_j(\omega_j,t) = \frac{\xi_j(\omega_j,t) - \mathbf{M}\left\{\xi_j(\omega_j,t)\right\}}{\sqrt{\mathbf{D}\left\{\xi_j(\omega_j,t)\right\}}}, t \in \Delta t_j\,. \tag{14}$$

Таким образом на основе алгоритма (11) получаем на интервале наблюдения $t \in \Delta t_j$ стационарную модификацию компонент процесса (1) с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Последовательности характеристик (8) ... (14) являются основными при проведении статистической обработки данных измерений и компьютерного моделирования реализаций модели (1).

Применение данной модели рассмотрим на конкретном примере исследований процесса электропотребления организации, используя результаты работ [5, 6].

Пример. В качестве исходного статистического материала приведем данные измерения электропотребления организации в виде графика, изображенного на рис. 1.

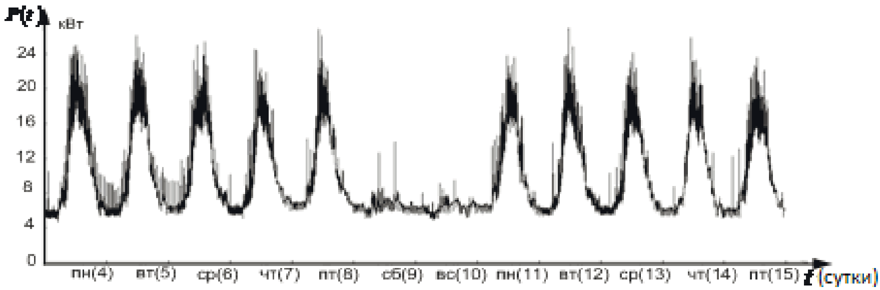

Рис. 1. График реализации процесса электропотребления конкретной организации за текущие (начиная с понедельника) двенадцать суток в июле 2007 года

Рассмотрим результаты статистической обработки данных измерений процесса электропотребления организации.

При исчислении статистических оценок характеристик (8)...(14) модели (1) используются первичные статистики данных измерений мощности суточного электропотребления в виде следующей матрицы базы данных

$$\left\| \begin{matrix} P_1(t_1) & P_1(t_2) & \dots & P_1(t_n) \\ . & . & \dots & . \\ P_m(t_1) & P_m(t_2) & \dots & P_m(t_n) \end{matrix} \right\| \tag{15}$$

В матрице (15) $P_i(t_j)$ - реализация мощности электроэнергии на i-том суточном интервале времени. Последовательности $\left\{P_i(t_j), \quad i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,n}\right\}$ - соответствующие временные ряды образуют матрицу реализаций периодического с периодом T_0 = 24 часа случайного процесса (1), которые заданы на равномерной дискретной временной решетке $\left\{t_j = (j-1)\Delta t,\ j=\overline{1,n}\right\}$. Число реализаций определяет время наблюдения $t \in [0, T_H)$, где $T_H = m \cdot T_0$.

В большинстве случаев Δt=30 минут. Современные электросчетчики позволяют измерять электропотребление с $\Delta t \in \{1 мин, 5 мин, 10 мин, 15 мин, 30 мин\}$, но результаты анализа таких временных рядов, для которых имеет место ярко выраженный характер нестационарности, в научных публикациях встречаются редко.

Основной задачей статистической обработки данных измерений исследуемого процесса электропотребления является разбиение данных вида (15) на совокупность ансамблей однородных реализаций. Рассматривается случай формирования ансамблей однородных реализаций процесса с гауссовым законом распределения, а сама задача статистической обработки решается поэтапно:

- формируются t-статистики разницы всех возможных попарных комбинаций матрицы (15) исследуемых реализаций, т.е. определяются t-статистики;
- для заданного уровня значимости (в большинстве случаев $\alpha = 0{,}05$) проводится проверка статистических гипотез на основе статистического t-критерия об однородности реализаций и формируются соответствующие ансамбли, таким образом, матрица (15) разбивается на n ансамблей однородных реализаций компонент модели (1).

Для повышения достоверности формирования ансамблей однородных реализаций, полученных с использованием t-статистик, в разделе приведены материалы дополнительной проверки сформированных ансамблей с использованием статистического F-критерия Фишера, при этом последовательность операций проверки на однородность аналогичная последовательности операций при проверке t-статистик.

Выводы. Для описания динамики широкого класса циклических процессов (явлений) предложена модель составного периодического случайного процесса с конечным числом компонент, отображающих специфику и характерные особенности исследуемого процесса. Рассмотрен конкретный пример использования такой модели для статистического анализа динамики электропотребления организации. Математическое моделирование циклических процессов на базе использования такой модели дает возможность исследования динамики и различных временных интервалов их наблюдений.

1. *Драган Я.П.* Системний аналіз, концепція та принципи побудови математичної моделі у фізико-технічних науках та оцінювання її якості / Я.П. Драган, М.О. Медиковський, В.К. Овсяк, Л.С. Сікора, Б.І. Яворський// Вісник НУ «Львівська політехніка». – Львів, 2010. - № 686. – С. 170-179.
2. *William A. Gardner, Antonio Napolitano, Luigi Paura*. Cyclostationarity: Half a century of research // Signal Processing. – Elsevier, 2006. – 86 (2006). – pp. 639-697 – [электронный ресурс].

3. *Марченко Б.Г.* Лінійні періодичні процеси // Праці Інституту електродинаміки НАН України. – К.: ІЕД НАНУ, 1999. – С. 172-185.
4. *Лупенко С.А.* Розвиток теорії моделювання та обробки циклічних сигналів в інформаційних системах: Автореферат дисертації на здобуття д.т.н. – Львів: НУ «Львівська політехніка», 2010. – 36 с.
5. *Щербак Т.Л.* Інформаційна технологія діагностики динаміки процесів електроспоживання організацій у штатному і нештатному режимах: Автореферат дисертації на здобуття к.т.н. – К.: НАУ, 2010. – 20 с.
6. *Марценко С.В.* Математичне моделювання та статистичні методи обробки вимірювань в задачах моніторингу електронавантаження: Автореферат дисертації на здобуття к.т.н. – Тернопіль: ТНТУ ім. І. Пулюя, 2011. – 20 с.

Поступила 11.9.2013р.

УДК 621.396.96

Д. П. Пашков, Ю. Б. Прібилєв, м. Київ

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ СУЧАСНИХ СИСТЕМ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ ЗЕМЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СТАНЦІЙ З СИНТЕЗОВАНОЮ АПЕРТУРОЮ

Abstract. The article refers to the capabilities of modern radar systems with synthetic aperture. They are widely used in aerospace monitoring systems for remote sensing of the Earth.

Key words: remote sensing of land, radar, synthetic aperture antenna.

Актуальність. Сучасні радіолокаційні засоби, що встановлюються на літаках і космічних апаратах, в даний час представляють один з сегментів радіоелектронної техніки, що найбільше інтенсивно розвиваються [1, 2, 3]. Основні відмінності між космічними та авіаційними радіолокаційними станціями (РЛС) полягають в принципах обробки радіолокаційного сигналу, пов'язаними з різним розміром апертури, особливостями поширення радіолокаційних сигналів в різних шарах атмосфери, необхідністю обліку кривизни земної поверхні і т.і.

Основу супутникових систем дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) з використанням РЛС із синтезованою апертурою (РСА) складають розробки методів і апаратури, що забезпечують формування радіолокаційних зображень земної поверхні з високим просторовим розрізненням, які служать інформаційним забезпеченням при вирішенні широкого кола завдань наукового, народногосподарського та оборонного характеру [1, 2]. Отримання таких радіолокаційних зображень стало можливим внаслідок розробки і практичного освоєння специфічного методу радіолокації - методу

