5. *Каменева І.П.* Моделювання забруднення атмосфери на основі Гаусового розподілу концентрацій / І.П. Каменева, О.О. Попов, А.В. Яцишин // Моделювання та інформаційні технології. – К. – 2008. – Вип. 49. – С. 24–31.
6. *Лисиченко Г.В.* Методологія оцінювання екологічних ризиків / Г.В. Лисиченко, Г.А. Хміль, С.В. Барбашев. – О. : Астропринт, 2011. – 368 с.
7. *Прохоров В.М.* Миграция радиоактивных загрязнений в почвах / В.М. Прохоров. – М. : Энергоатомиздат, 1981. – 180 с.
8. Руководство по организации контроля состояния природной среды в районе расположения АЭС / Под ред. К.П. Махонько. – Л. : Гидрометеоиздат,1990. – 264 с.
9. *Свирежев Ю.М.* Математические модели в экологии / Ю.М. Свирежев // Число и мысль. – Вып. 5. – М. : Знание, 1982. – С. 16-55.
10. *Сысуев В.В.* Моделирование процессов в ландшафтно-геохимических системах / В.В. Сысуев. – М. : Наука, 1986. – 278 с.
11. *Яцишин А.В.* Класифікація моделей забруднення атмосферного повітря / А.В. Яцишин, В.О. Артемчук, О.О. Попов // Моделювання та інформаційні технології. – 2012. – Вип. 63. – С. 49-57.
12. *Zannetti P.* Numerical simulation modelling of air pollution: an overview. Air pollution / P. Zannetti // Computational Mechanics Publications. – 1993. – P. 3-14.

Поступила 16.9.2013р.

УДК 519.6

Ю.В.Кравченко, М.Ю. Ракушев, м. Київ

ВДОСКОНАЛЕНИЙ ПІДХІД ДО РОЗРОБКИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ СХЕМ ІНТЕГРУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ РУХУ КОСМІЧНОГО АПАРАТУ У ГРИНВІЦЬКІЙ ПРЯМОКУТНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ТЕЙЛОРІВСЬКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

Abstract. The improved approach is offered for the development of the computing circuit of integration of ballistic space vehicle motion differential equalization in the Greenwich rectangular coordinate system on the basis of differential-taylor transformation. Offered approach, due to the direct transformation procedure improvement, allows to reduce computing providing specified accuracy.

Актуальність

Однією з задач, що виникає при оцінюванні космічної обстановки, є прогнозування руху космічного апарата (КА). Безпосередньо розв’язання такої задачі проводиться на основі обраного методу інтегрування звичайних диференціальних рівнянь шляхом розробки обчислювальної схеми розв’язку диференціального рівняння руху КА [2, 3]. Вибір конкретної обчислювальної схеми базується, насамперед, на аналізі її характеристик за узагальненим показником "точність-обчислювальна складність", що приводить до обрання схеми, яка забезпечує необхідну точність прогнозу при мінімальних витратах [8]. На теперішній час 80 % КА є низькоорбітальними (висота до 1500 км) [8]. Для прогнозування руху таких КА використовують диференціальне рівняння у гринвіцькій прямокутній системі координат (ГСК) [2, 3].

Одним з перспективних підходів до розробки обчислювальних схем інтегрування диференціальних рівнянь для прогнозування руху КА є використання методу диференціально-тейлорівського (ДТ) перетворення [6].

Запропонована для розв'язання задачі прогнозування руху КА у ГСК [6] обчислювальна схема на основі ДТ-перетворення (далі Т-схема) реалізована таким чином:

використовується процедура явного припасовування – схема є явною, оскільки має найменшу обчислювальну складність;

розраховані Т-дискрети тотожні членам ряду Тейлора функції, яка є розв'язанням диференціального рівняння руху КА [1, 4].

Постановка задачі

Загальною вимогою до Т-схем прогнозування руху КА є забезпечення необхідної точності прогнозу при мінімальних обчислювальних витратах. Найкраще цій вимозі відповідає явна Т-схема, при цьому її характеристики визначаються за узагальненим показником "точність-обчислювальна складність":

"обчислювальна складність" – кількістю арифметичних дій, які необхідні для проведення процедури прямого ДТ-перетворення;

"точність" – величиною похибки апроксимації схеми, яка виникає за рахунок урахування у схемі кінцевої кількості Т-дискрет.

Явна Т-схема реалізується канонічно до того, як це викладено у класичній літературі для математичного методу ДТ-перетворень і це жорстко зв'язує дві зазначених вище частини узагальненого показника "точність-обчислювальна складність" – необхідна "точність" напряму визначає отримувану "обчислювальну складність". Змінити таке жорстке обумовлення можливо лише зміною процедури проведення прямого ДТ-перетворення.

Таким чином, метою статті *є вдосконалення Т-схеми інтегрування диференціального рівняння руху КА у ГСК шляхом зменшення обчислювальної складності процедури проведення прямого ДТ-перетворення при забезпеченні незмінної похибки апроксимації схеми, що забезпечить покращення характеристик Т-схеми за узагальненим показником "точність-обчислювальна складність".*

Вирішення задачі

ДТ-перетворенням називають функціональне перетворення [1, 4]

$$Z(k) = \frac{h^k}{k!}\left[\frac{d^k z(t)}{dt^k}\right]_{t_*} = \frac{h^k}{k!} z^{(k)}(t_*),\; z(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t-t_*}{h}\right)^k Z(k), \qquad (1)$$

де t – аргумент, за яким проводиться перетворення; t_* – значення аргументу, при якому проводиться перетворення; h – відрізок аргументу, на якому розглядається функція $z(t)$; k – цілочисловий аргумент $k =$ 0, 1, 2,…; $Z(k)$ – дискретна функція за аргументом k .

Вирази (1) визначають пряме та обернене ДТ-перетворення відповідно. Множину значень $Z(k)$ прийнято називати Т-спектром, а значення функції $Z(k)$ при конкретних значеннях аргументу k – дискретами Т-спектра.

.Не втрачаючи загальності проведення подальших викладок, запишемо диференціальне рівняння, що описує рух низкоорбітальних КА у ГСК через прискорення, що визначають польот КА [2, 3, 6]:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = a_{geo}(u) + a_{doc}(u) + a_{kor}(u) + a_{atm}(u),\ t > 0\ ,\ u(0) = u_0\ ,\ \dot{u}(0) = v_{u0}\ , \quad (2)$$

де $u = u(t)$ – шукана траєкторія КА; a_{geo} , a_{doc} , a_{kor} , a_{atm} – прискорення від сили земного тяжіння, доцентрове, Коріоліса та за рахунок опору атмосфери відповідно; t – незалежна змінна; u_0 , v_{u0} – початкові умови.

Традиційна явна Т-схема інтегрування (2) для рівномірної обчислювальної сітки $\omega_n = \{t_n = t_0 + nh,\ \ n = 0, 1, 2, \ldots\}$ має вигляд [1, 4, 6]:

$$\begin{cases} U_0(0) = u_0, \quad U_0(1) = hv_{u0}, \quad t_n = t_0 + nh \\ U_n(k+2) = \dfrac{h^2}{(k+2)(k+1)}\left[A_{atm\,n}(k) + A_{geo_n}(k) + A_{doc\,n}(k) + A_{kor\,n}(k)\right], \\ \qquad \text{при } k = 0, 1, \ldots, k_{\max} - 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$U_{n+1}(0) = \sum_{k=0}^{k_{\max}} U_n(k), \quad U_{n+1}(1) = \sum_{k=0}^{k_{\max}-1} (k+1) U_n(k+1), \quad (4)$$

де $U_n(k)$ – Т-спектр розв’язку (2) на ω_n ; $A_{atm\,n}(k)$, $A_{geo_n}(k)$, $A_{doc\,n}(k)$, $A_{kor\,n}(k)$ – Т-спектри функцій a_{atm} , a_{geo} , a_{doc} , a_{kor} на ω_n відповідно; h – крок обчислювальної сітки ω_n за незалежною змінною рівняння (2); $k_{\max}$ – максимальний номер враховуваної при відновленні Т-дискрети.

У наведеній Т-схемі пряме ДТ-перетворення (2) проводиться канонічно до того, як це викладено у класичній літературі для даного математичного методу [1, 4], тобто воно реалізує рекурентне визначення членів ряду Тейлора для траєкторії руху КА ($u(t_n)$) у вигляді Т-дискрет $U_n(k)$.

Виходячи із зазначеного та з врахуванням того, що у наведеній Т-схемі при проведенні оберненого перетворення (4) враховується кінцева кількість Т-дискрет, у точне значення шуканої функції $u(t_n)$ вноситься похибка, яку можна оцінити першим неврахованим членом ряду Тейлора, або, що теж саме, яка дорівнює першій неврахованi Т-дискреті ($U_n(k_{\max}+1)$).

У цілому явна Т-схема (3), (4) реалізує класичну обчислювальну схему інтегрування (2) за допомогою рядів Тейлора, як це і зазначено у літературі з методу ДТ-перетворень [1, 4]. Тобто використання (3), (4) дозволяє послідовно (починаючи з $n=0$) знайти розв'язок (2) – визначити на ω_n значення сіткової функції, яка береться за наближення шуканої функції:

$$u(t_n)=u_n \approx U_n(0), \tag{5}$$

Подібно до підходу для числових кінцево-різницевих методів інтегрування диференціальних рівнянь [7] визначимо похибку апроксимації Т-схеми (3), (4) [5]. Для цього приведемо її до канонічного вигляду схеми інтегрування диференціального рівняння числовим методом [7]:

$$U_{n+1}(0)=\sum_{k=0}^{k_{\max}} U_n(k) \Rightarrow \frac{U_{n+1}(0)-U_n(0)}{h}=\frac{1}{h}\sum_{k=1}^{k_{\max}} U_n(k), \tag{6}$$

підставимо у (6) замість отримуваного наближеного розв'язку $U_n(0)$ (відповідно до (5)) точний розв'язок (2) ($u_n=u(t_n)$) у вигляді розкладу:

$$u_{n+1}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)} \tag{7}$$

та з врахуванням прямого перетворення із (1) запишемо

$$\psi_{n+1}=\frac{1}{h}\left(-u_{n+1}+u_n+\sum_{k=1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}\right)=\frac{1}{h}\left(-\sum_{k=0}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\sum_{k=0}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \psi_{n+1}=-\frac{1}{h}\sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}, \tag{8}$$

де ψ_n – похибка апроксимації Т-схеми на ω_n.

Для оцінки значення похибки апроксимації в (8) виділимо з суми перший член [7] та з врахуванням прямого ДТ-перетворення із (1) отримаємо

$$\psi_{n+1}\approx-\frac{h^{k_{\max}}}{(k_{\max}+1)!}u_n^{(k_{\max}+1)} \Rightarrow \psi_{n+1}\approx-\frac{1}{h}U_n(k_{\max}+1). \tag{9}$$

Однією з особливостей (2) є те, що прискорення, які входять у нього, мають різні порядки. Так, у ГСК для низкоорбітальних КА з висотами 500 км $\le h \le$ 1500 км щодо зазначених прискорень виконуються умови [2, 3]

$$\left|a_{atm}\right| \le 10^{-8} \text{ км/с}^2, \ \left|a_{geo}\right| + \left|a_{doc}\right| + \left|a_{kor}\right| \le 10^{-2} \text{ км/с}^2. \qquad (11)$$

Т-схема (3), (4) реалізує процедуру прямого ДТ-перетворення (3) таким чином, що в ній враховується у кожному з прискорень (a_{atm} , a_{geo} , a_{doc} , a_{kor}), однакова кількість Т-дискрет ($k_{\max} - 2$). Зазначене приводить до того, що при проведенні оберненого перетворення (4) всі прискорення враховуються як відрізки рядів Тейлора однакової довжини. Зважаючи на (10), можна вдосконалити Т-схему (3), (4) шляхом врахування у прискоренні від опору атмосфери (a_{atm}) тільки ($\tilde{k}_{\max} - 2$) Т-дискрет, при чому задатися

$$\tilde{k}_{\max} \le k_{\max} . \qquad (11)$$

Таким чином, вдосконалена Т-схема запишеться у вигляді

$$\begin{cases} U_0(0) = u_0, \quad U_0(1) = hv_{u0}, \quad t_n = t_0 + nh \\ U_n(k+2) = \dfrac{h^2}{(k+2)(k+1)}\left[A_{atm\,n}(k) + A_{geo\,n}(k) + A_{doc\,n}(k) + A_{kor\,n}(k)\right] \\ \qquad \text{при } k = 0, 1, ..., \tilde{k}_{\max} - 2 \\ \tilde{U}_n(k+2) = \dfrac{h^2}{(k+2)(k+1)}\left[A_{geo\,n}(k) + A_{doc\,n}(k) + A_{kor\,n}(k)\right] \\ \qquad \text{при } k = \tilde{k}_{\max} - 2, ..., k_{\max} - 2 \end{cases}, \qquad (12)$$

$$U_{n+1}(0) = \sum_{k=0}^{\tilde{k}_{\max}} U_n(k) + \sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}} \tilde{U}_n(k),$$

$$U_{n+1}(1) = \sum_{k=0}^{\tilde{k}_{\max}} (k+1) U_n(k) + \sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}} (k+1) \tilde{U}_n(k). . \qquad (13)$$

де $\tilde{U}_n(k)$ – Т-спектр розв'язку (2) без врахування опору атмосфери на ω_n .

Наведене вдосконалення при проведенні прямого ДТ-перетворення (12) внесе додаткові методичні похибки, тому розв'язок, отриманий із Т-схеми (12), (14), не буде тотожним з розв'язком, що отриманий із Т-схеми (3), (4). Визначимо умови, за яких зазначені методичні похибки не зменшать точність отримуваного розв'язку порівняно з традиційною Т-схемою.

У запропонований Т-схемі (12), (13) Т-дискрети $U_n(k)$ до номера $\tilde{k}_{\max}$ включно розраховуються як і у традиційній схемі (3), (4), тому їх значення збігаються. Решта Т-дискрет розраховані з методичними похибками, тобто

$$\tilde{U}_n(k) = U_n(k) + \Delta_n(k) \quad \text{при } k = \tilde{k}_{\max} + 1, \ldots, k_{\max}, . \qquad (14)$$

$$\Delta_n(k) = \frac{h^k}{k!} \delta_n^{(k)} \quad \text{при } k = \tilde{k}_{\max} + 1, \ldots, k_{\max}, . \qquad (15)$$

де $\Delta_n(k)$, δ_n – Т-спектр похибки та методична похибка, що внесена через неповне врахування опору атмосфери на ω_n відповідно.

Визначимо похибку апроксимації Т-схеми (12), (13):

$$\frac{U_{n+1}(0)-U_n(0)}{h}=\frac{1}{h}\left(\sum_{k=1}^{\tilde{k}_{\max}}U_n(k)+\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\tilde{U}_n(k)\right),$$

з врахуванням співвідношення (14) запишемо

$$\frac{U_{n+1}(0)-U_n(0)}{h}=\frac{1}{h}\sum_{k=1}^{k_{\max}}U_n(k)+\frac{1}{h}\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\Delta_n(k),\qquad(16)$$

підставимо у (16) точний розв'язок задачі (2) у вигляді (7) та позначення (15)

$$\tilde{\psi}_{n+1}=\frac{1}{h}\left(-u_{n+1}+u_n+\sum_{k=1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\tilde{\psi}_{n+1}=-\frac{1}{h}\sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty}\frac{h^k}{k!}u_n^{(k)}+\frac{1}{h}\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)},.\qquad(17)$$

де $\tilde{\psi}_{n+1}$ – похибка апроксимації вдосконаленої Т-схеми на ω_n.

Якщо з першої суми у (17) виділити два перших члени

$$\tilde{\psi}_{n+1}\approx-\frac{1}{h}\frac{h^{k_{\max}+1}}{(k_{\max}+1)!}u_n^{(k_{\max}+1)}-\frac{1}{h}\frac{h^{k_{\max}+2}}{(k_{\max}+2)!}u_n^{(k_{\max}+2)}+\frac{1}{h}\sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)},$$

то при виконанні умови

$$\left|\frac{h^{k_{\max}+2}}{(k_{\max}+2)!}u_n^{(k_{\max}+2)}\right|\geq\left|\sum_{k-\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}}\frac{h^k}{k!}\delta_n^{(k)}\right|,\qquad(18)$$

значення похибки апроксимації вдосконаленої Т-схеми (12), (13) можна оцінити у вигляді, еквівалентному до (9), тобто

$$\tilde{\psi}_{n+1}\approx-\frac{h^{k_{\max}}}{(k_{\max}+1)!}u_n^{(k_{\max}+1)}\Rightarrow\tilde{\psi}_{n+1}\approx\frac{1}{h}U_n(k_{\max}+1).\qquad(19)$$

Таким чином, при виконанні умови (18) значення (величини) похибок апроксимації запропонованої та традиційної Т-схем будуть збігатися.

Визначимо мінімальне значення максимального номера Т-дискрети ($\tilde{k}_{\max\min}$), у якій достатньо враховувати вплив прискорення від опору атмосфери для виконання умови (18), запишемо даний вираз через Т-спектри:

$$\tilde{k}_{\max\min} = \min_{\tilde{k}_{\max} \le k_{\max}} \arg \left\{ \left| U_n \left(k_{\max} + 2 \right) \right| \ge \left| \sum_{k=\tilde{k}_{\max}+1}^{k_{\max}} \Delta_n (k) \right| \right\}. \qquad (20)$$

Для розв'язку (20) спростимо його до вигляду

$$\tilde{k}_{\max\min} = \min_{\tilde{k}_{\max} \le k_{\max}} \arg \left\{ \left| U_n \left(k_{\max} + 2 \right) \right| \ge \left| \Delta_n \left(\tilde{k}_{\max} + 1 \right) \right| + \left| \Delta_n \left(\tilde{k}_{\max} + 2 \right) \right| \right\}. \qquad (21)$$

З розгляду Т-схем (2), (3) та (12), (13) можна показати, що

$$U_n\left(k_{\max} + 2\right) = \frac{h^2}{(k+2)(k+1)} \times \\ \times \left[A_{atm\,n}\left(k_{\max}\right) + A_{geo_n}\left(k_{\max}\right) + A_{doc\,n}\left(k_{\max}\right) + A_{kor\,n}\left(k_{\max}\right) \right], \qquad (22)$$

$$\left| \Delta_n \left(\tilde{k}_{\max} + 1 \right) \right| = \frac{h^2}{\left(\tilde{k}_{\max} + 1 \right) \tilde{k}_{\max}} A_{atm\,n} \left(\tilde{k}_{\max} - 1 \right), \qquad (23)$$

$$\left| \Delta_n \left(\tilde{k}_{\max} + 2 \right) \right| = \frac{h^2}{\left(\tilde{k}_{\max} + 2 \right) \left(\tilde{k}_{\max} + 1 \right)} A_{atm\,n} \left(\tilde{k}_{\max} \right), \qquad (24)$$

використання даних співвідношень дозволяє реалізувати (21).

Оцінимо обчислювальні складності Т-схем (2), (3) та (12), (13) через порівняння кількості елементарних арифметичних дій в одному вузлі обчислювальної сітки ω_n. Для диференціального рівняння руху КА у ГСК зазначена кількість арифметичних дій буде визначатися, насамперед, їх кількістю для проведення прямого ДТ-перетворення [6], тобто для розрахунку Т-спектру для (2). При цьому кількість елементарних арифметичних дій, які витрачаються на проведення прямого ДТ-перетворення, прямо залежить від максимального номера Т-дискрети, яка враховується у кожному з прискорень

$$N_{ad} \approx N_{atm}\left(k_{\max}\right) + N_{geo}\left(k_{\max}\right) + N_{doc}\left(k_{\max}\right) + N_{kor}\left(k_{\max}\right), \qquad (25)$$

$$\tilde{N}_{ad} \approx N_{atm}\left(\tilde{k}_{\max\min}\right) + N_{geo}\left(k_{\max}\right) + N_{doc}\left(k_{\max}\right) + N_{kor}\left(k_{\max}\right), \qquad (26)$$

де N_{ad}, $\tilde{N}_{ad}$ – загальна кількість арифметичних дій Т-схеми (2), (3) та Т-схеми (12), (13) в одному вузлі ω_n відповідно; N_{atm}, N_{geo}, N_{doc}, N_{kor} – кількість арифметичних дій на розрахунок Т-дискрет для a_{atm}, a_{geo}, a_{doc}, a_{kor} в одному вузлі ω_n відповідно.

Характер залежностей (25) та (26) такий: чим більше враховується у Т-схемі Т-дискрет від кожного з прискорень, тим більша обчислювальна складність, і навпаки. Таким чином, при (11) виконується співвідношення

$$N_{ad} \ge \tilde{N}_{ad},$$

яке гарантує, що запропонована Т-схема буде мати не більшу за традиційну Т-схему обчислювальну складність.

Визначимо варіанти реалізації запропонованої Т-схеми при забезпеченні однакових точнісних характеристик з традиційною Т-схемою, розробленою у [6]. Так, результати розв'язку (21) на основі (22)–(24) для Т-схеми (12), (13) прогнозування руху КА з параметрами орбіти КА "Січ-1" ($h_{ka} \approx$ 600 км, $e \leq$ 0,01, S_b = 0,06), при врахуванні у моделі руху поля до 8×8 гармонік розкладу геопотенціалу Землі у ряд за сферичними функціями та статичної моделі атмосфери (ГОСТ-4401-64), наведено у табл. 1, де $k_{\max}$ – максимальний номер Т-дискрети, що враховується при відновленні; h – крок обчислювальної сітки; $\tilde{k}_{\max\min}$ – мінімальне значення максимального номера Т-дискрети, у якій враховується прискорення від опору атмосфери.

Таблиця 1

Характеристики Т-схеми (12)–(13)

$k_{\max}$	4	8	12	20
h, с	40	400	700	800
$\tilde{k}_{\max\min}$	**2**	**3**	**5**	**6**

Результати оцінки обчислювальної ефективності запропонованої Т-схеми з отриманими характеристиками (табл. 1) порівняно з традиційною Т-схемою для прогнозування руху КА "Січ-1", наведено у табл. 2, де N_{ad} , $\tilde{N}_{ad}$ – кількість арифметичних дій, за (25) та (26) відповідно.

Таблиця 2

Зменшення обчислювальної складності Т-схеми (12), (13) при забезпеченні однакової точності прогнозування руху КА з традиційною Т-схемою (2), (3)

Модель розкладу геопотенціалу Землі в ряд за сферичними функціями	2×2	4×4	8×8
$\left(N_{ad} - \tilde{N}_{ad}\right)N_{ad\,ad}^{-1} \times 100\%$	**12-16**	**5-7**	**1-3**

Аналіз даних наведених у табл. 2 показує, що при реалізації Т-схеми відповідно до табл. 1 досягається зменшення обчислювальної складності прогнозування руху КА на 1–16 %.

Висновки

Розроблена обчислювальна Т-схема інтегрування диференціального рівняння руху КА порівняно з традиційною Т-схемою має такі особливості:

у запропонованій Т-схемі проведено вдосконалення процедури прямого ДТ-перетворення шляхом зменшення кількості враховуваних Т-дискрет, які визначають вплив опору атмосфери;

величина (значення) похибки апроксимації запропонованої Т-схеми є однаковою з такою похибкою для традиційної Т-схеми, що забезпечує однакову точність прогнозування руху КА;

через вдосконалення процедури прямого ДТ-перетворення запропонована Т-схема потребує менших обчислювальних витрат на проведення розрахунку Т-спектра і тому дозволяє досягти зменшення обчислювальної складності на прогнозування руху КА.

Зі сказаного вище випливає, що у статті пропонується удосконалений підхід до розробки обчислювальних схем інтегрування диференціального рівняння балістичного руху КА у ГСК на основі ДТ-перетворення. Запропонований підхід, за рахунок зменшення кількості Т-дискрет для прискорення від опору атмосфери, дозволяє залежно від прийнятої моделі гравітаційного поля Землі зменшити на 1–16 % обчислювальні витрати при забезпеченні заданих точнісних характеристик розв'язку задачі прогнозування руху низькоорбітальних КА.

1. *Баранов Г.Л., Баранов В.Л., Жуков І.А.* Диференціальні перетворення для комп'ютерного моделювання: Навч. посіб. – К.: Нац. ав. ун., 2002. – 106 с.

2. *Жданюк Б. Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений/ Б. Ф .Жданюк . – М.: Сов. радио, 1978.–384с.: ил.

3. *Мамон В. А.* Баллистическое обеспечение космических польотов/ В. А. Мамон, В. И. Половников, С. К. Слезкинский. – Л.: ВИКК им. А.Ф. Можайского , 1990 г.

4. *Пухов Г. Е.* Дифференциальные спектры и модели/ Г. Е Пухов. – К.: Наукова думка, 1990.– 184с.

5. *Ракушев М.Ю.* Апроксимація та стійкість методу зміщених диференціально-тейлорівських перетворень для рішення задачі Коші/ М. Ю. Ракушев// Вісник ЖДТУ. – Житомир: ЖДТУ, 2007. – 3 (42). – С. 128–132.

6. Прогнозування руху КА у гринвіцькій прямокутній системі координат методом диференціально-тейлорівських перетворень/ М. Ю. Ракушев, А. А. Завада, С. В. Ковбасюк, В.Й. Болотніков// Системи озброєння і військова техніка. – Х.: ХУПС, 2009. – № 2 (18). С. 109 – 114.

7. *Самарский А. А.* Численные методы: учеб. пособие для вузов/ А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

8. *Хуторовский З. Н.* Ведение каталога космических объектов/ *З. Н. Хуторовский*// Космические исследования. – 1993. – Т. 31, № 4. – С. 101 – 114.

Поступила 18.9.2013р.