7. *Бардила Т.И.* Учет мощностей видимых и невидимых сторон многополюсника при анализе и синтезе электрических цепей. / Бардила Т.И., Полевой Е.А./Известия ВУЗов СССР. Радиоэлектроника, № 2, 1974, с. 38-39.
8. *Бардила Т. И.* Учет энергетических соотношений в моделях радиоэлектронных цепей. / Бардила Т. И., Шаповалов Ю.И./ Известия высших учебных заведений СССР. Радиоэлектроника. - 1982. - №6, С.76-78.

*Поступила 25.08.2014р.*

УДК 004.9

Б.В.Дурняк, М.М. Кляп, УАД, м.Львів

# ВИКОРИСТАННЯ РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ВИБРАНИХ ТИПІВ ПОДІЙ

## Вступ

Технологічні процеси друкарства характеризуються рядом особливостей, які необхідно враховувати при формуванні методів прогнозування подій, що не передбачаються відповідними технологічними процесами. До таких особливостей відносяться наступні:

- технологічний процес друкарського виробництва потребує обслуговуючого персоналу з досить високим рівнем фахової підготовки,
- окремі автоматизовані фрагменти технологічного процесу зв'язуються між собою засобами, що можуть мати різний рівень,
- окремі фрагменти технологічного процесу реалізуються на основі використання локальних процесів, що мають різну фізичну природу, наприклад, механічні процеси, що реалізуються базовими механізмами друкарської машини, фізико-хімічні процеси, що пов'язані з нанесення фарби на відбиток задрукованої форми та інші,
- технологічний процес, в цілому, є досить чутливий на зміну значень параметрів, що характеризуюся використовують сировину, яка в процесі друкування, наприклад, параметри паперу, в першу чергу, фізичні параметри, параметри фарби, такі як густина, липучість та інші,
- технологічний процес друкування досить тісно пов'язаний з процесами додрукарської підготовки, що стосуються підготовки самого продукту друкарського виробництва та стосуються підготовки ключових технологічних засобів реалізації процесу друкування, наприклад, підготовка друкарських форм та інші [1].

Кожна з приведених особливостей може обумовлювати виникнення випадкових подій, що негативно впливають на технологічний процес і, відповідно, на якість продукту друкарського виробництва. Оскільки, друкарський процес, по своїй природі, є послідовним, то, у відповідності з загальною схемою реалізації цього процесу, різні фактори, що виникають в технологічному процесі, можна розглядати як послідовності пов’язані у відповідності із схемою реалізації технологічного процесу. Це дозволяє враховувати можливість виникнення неочікуваної події не тільки в залежності від причин, що можуть виникнути в рамках реалізації текучого фрагменту технологічного процесу ($TP$), а і враховувати причини, що обумовлюються тим, чи іншим рівнем можливості виникнення деякої негативної події на попередніх етапах реалізації $TP$. Ця обставина дозволяє стверджувати, що врахування різного рівня негативних факторів з попередніх етапів функціонування $TP$ реалізується на текучому етапі. Також можна стверджувати, що інформація про негативні фактори мігрує вздовж послідовного технологічного процесу і на кожному активізованому фрагменті використовуються дані про параметри негативних факторів, які не привели до виникнення негативних подій на попередніх етапах функціонування $TP$.

**Реалізація моделі прогнозування**

Один з підходів до реалізації моделі прогнозування грунтується на побудові функції апроксимації. Функція апроксимації повинна по можливості максимально точно відображати значення величини параметру $y_i$, стосовно якого передбачається реалізовувати прогноз, в залежності від незалежних змінних, або однієї змінної, що обумовлює зміну значень $y_i$.

Для побудови такої функції $y = f(x)$, будемо використовувати методи апроксимації, що використовують статистичні дані. В багатьох випадках параметр $y_i$, що характеризує, в даному випадку неочікувану подію ($NP$), може залежати від цілого ряду незалежних параметрів окремих фрагментів друкарського технологічного процесу ($DTP$). Тому, опис функції $y_i = f(x_i)$ доцільно було би представляти у вигляді $y_i = f(x_1, \dots, x_n)$. Оскільки, значення параметрів $x_i \in \{X\}$ в певних границях можна розглядати як величини випадкові, то останні характеризуються деякими значеннями $M_i(x_i)$ та $D(x_i)$, де $M_i(x_i)$ - математичне очікування значення величини $x_i$, $D(x_i)$ – є величина дисперсії значення величини $x_i$. Якщо має місце співвідношення:

$$M_i(x_i) \pm \delta(x_i) = M(x); D(x_i) \pm \Delta(x_i) = D(x), \tag{1}$$

то можна прийняти, що $y_1 = f(x_1) \propto y_2 = f(x_2) \propto \cdots \propto y_n = (x_n)$ і , в цьому випадку, можна прийняти, що параметр $y_i$ відображає, в цілому, відповідну $NP_i$. Функція $y_i = f(x_i)$ може залежати від більш ніж одної змінної, або $y_i = f(x_1, \dots, x_n)$, то в цьому випадку співвідношення (1) запишеться з врахуванням всіх необхідних змінних. Для спрощення запису основних співвідношень приймемо, що $y_i = f(x_i)$, тоді модель прогнозування запишеться у вигляді співвідношення [2]:

$$F(x) = f(x) + \varepsilon(x), \tag{2}$$

де $\varepsilon(x)$ – відхилення, яке в класичних моделях прогнозування інтерпретується як шум з заданими математичним очікуванням та дисперсією.

Для побудови функції $f(x)$ в явному вигляді виберемо апроксимуючу функцію. Загально прийнятим класом таких функцій є многочлени $n$ – го степеня:

$$P_n(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \cdots + a_{n-1}\varphi_{n-1}(x) + a_n \; .$$

Для побудови $P_n(x)$ будемо використовувати апроксимаційний многочлен Грамма, який приводить до запису апроксимаційної функції у вигляді [3]:

$$y_n(x) = \sum_{k=0}^{m} \frac{C_k}{S_k} F_k^{(n)}\left(\frac{x-x_0}{h}\right), \tag{3}$$

для $m \leq n$, де $S_n = \sum_{q=0}^{n}[\hat{F}(q)]^2$ ; $C_n = \sum_{i=0}^{n} y_i[\hat{F}(x_i)]^2$; $q = \frac{x-x_o}{h}$ , а $F_k^{(n)}(q) = \sum_{S=0}^{k}(-1)^S \binom{k}{s}\binom{k+s}{s} \frac{q^{[s]}}{n^{[n]}}$.

При використанні функції (3) виникає задача оцінки можливої точності побудови моделі відповідного прогнозу. Один із способів розв'язку такої задачі може полягати у наступному. Приймемо, що дані, які отримані, для побудови многочлена $P_n$ в межах оцінок $M_i(x_i)$ та $D(x_i)$ достатньо точно відображають опис процесу, по відношенню до якого передбачається реалізовувати прогнозування. В множині точок $\{x_1, \dots, x_n\}$ виділимо точки, які будемо називати тестовими точками. Тестові точки множини $\{x_1, \dots, x_n\}$ виділимо починаючи з кінцевої точки $x_n$ . Для множини точок $\{x_1, \dots, x_n\}$ побудуємо апрксимаційний многочлен $L_n(x)$ використовуючи для цього інтерполяцію Лагранжа [4]. Інтерполяційний многочлен в точках $\{(y_r, x_r), (y_{r+1}, x_{r+1}), \dots, (y_n, x_n)\}$, які є для нього базовими, визначає значення функції $y = f(x)$, які по умові побудови $L_n(x)$, приймаються достатньо адекватними реальній кривій, що визначається многочленом Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} \; . \tag{4}$$

Функцію $y = f(x)$, яка використовується в моделі прогнозування і описується співвідношенням (2), формується на множині точок $\{(y_r, x_r), (y_{r+1}, x_{r+1}), \dots, (y_n, x_n)\}$. За допомогою цієї моделі реалізується прогноз, в результаті якого обчислюються значення $y_r^p = f(x_r), y_{r+1}^p = f(x_{r+1}), \dots,\ y_n^p = f(x_n)$. Тестування моделі прогнозування (2) здійснюється шляхом порівняння тестових значень інтерполяційного многочлена

$$L^P(x_r) = \sum_{i=r}^{n} y_i \frac{(x-x_r)(x-x_{r+1})\dots(x-x_{r+i-1})(x-x_{r+i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_r)(x_i-x_{r+1})\dots(x_i-x_{r+i-1})(x_i-x_{r+i+1})\dots(x_i-x_n)}$$

З тестовими значеннями апроксимаційної функції $F_i^P(x) = \sum_{i=r}^{n} f_i\varphi_i(x)$, який, в даному випадку, в явній формі описується співвідношенням:

$$y_r^p(x) = \sum_{k=0}^{r} \frac{C_k}{S_k} F_k^{(r)}\left(\frac{x-x_0}{h}\right),$$

і побудовано на множині $\{(y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots, (y_{r-1}, x_{r-1})\}$. Для визначення міри точності обчислень прогнозованих значень на інтервалі $[r, n]$, викорирстовується функція тестової ідентифікації, яку будемо описувати співвідношенням:

$$\Phi[y_r^P(x_i), L_n^P(x_r)] = \psi_r^P(z_r, z_{r+1}, \dots, z_n),$$

де змінні $z_i$ представляють собою певним чином визначену відмінність $y_r^P(x_i)$ та $L_n^P(x_i)$. В найпростішому випадку, така функція $\psi_r^P(z_r, z_{r+1}, \dots, z_n)$ може представляти собою множину значень різниць між $y_r^P(x_i)$ та $L_n^P(x_r)$, що описується у вигляді співвідношення:

$$z_i^P = L_n^P(x_r) - y_r^P(x).$$

В даному випадку, коли тим чи іншим способом визначається величина змінної $z_i$ і обчислення таких змінних здійснюється на основі використання функції $\Phi[y_r^P(x_i), L_n^P(x_r)]$, то функцію $\psi_r^P$ можна представити, як деяку функцію, що описує взаємну залежність між $y_r^P(x_i)$ та $L_n^P(x_i)$.

Для побудови функції $f(x)$ в моделі прогнозу, введемо нові початкові дані наступним чином. З вибраним кроком апроксимації $h$ визначаємо на інтервалі $[a, b]$ чергові значення незалежної змінної $x_i$ та відповідні їм значення функцій $y_r^P(x_i)$ та $L_n^P(x_i)$, де $y_r^L(x_j) = L_n^P(x_j)$ та $y_r^G(x_j) = y_r^P(x)$. Величини значень цих точок визначаємо на основі наступного співвідношення:

$$[y_r^L(x_j) - y_r^G(x_j)]/2 = y_r^R(x_j),$$

де $j = (0,1, \dots, r)$. На множині визначених точок $[y_r^R(x_j), x_j]$ формуємо апроксимаційну функцію $y_r^R$. Модель прогнозування, по аналогії до функції (2.2), представляється у вигляді співвідношення:

$$F(x) = y_r^R(x) + \varepsilon^*(x).$$

У відповідності з цією моделлю визначаємо значення $F^T(x_i)$, де $i = (r + 1, \dots, n)$. Якщо параметри отриманої послідовності зберігають допустимі величини, для оцінки яких обмежимося параметрами $M_i(x_i)$ та $D(x_i)$, то використовуємо співвідношення:

$$F(x) = y_r^P(x_i) + y_r^R(x_j) + \varepsilon(x_i),$$

де $y_r^P(x_i)$ - многочлен Грамма на відрізку $[1, \dots, r]$, $y_r^R(x_j)$ - многочлен Грамма на відрізку $[r, \dots, n]$. В цьому випадку, точність прогнозування визначається функцією:

$$\Delta F(x) = \psi(z_r, \dots, z_n).$$

При цьому, інтервал прогнозування вибирається на основі інтервалу функціонування відповідного фрагменту $TP$ в межах цілого $DTP$.

В кожному циклу $DTP$, при реалізації фрагменту $TP$, для якого побудовано модель прогнозу $F_i(x)$, дані значення параметрів $\{x_1, \dots, x_n\}$, що описують фрагмент $TP$, поновлюються і реалізується обчислення прогнозу на період $\Delta T(TP_i)$. Результатом такого обчислення є значення параметрів відповідного фрагменту технологічного процесу $F(TP_i)$, які можуть інтерпретуватися, як виникнення події типу $NP$.

Для прогнозування виникнення $NP_i$, в рамках всього $DTP$ використовується модель Байєса [5]. Очевидно, що між виникненням непроектних несправностей в кожному фрагменті $F(TP_i)$ та виникненні $NP$ в цілому $DTP$ існують залежності, які можна описувати на рівні детального аналізу всіх $F(TP_i) \in DTP$, але використання таких описів є досить громіздким. Виявлення $NP_i$ в $TP_i$ повинно реалізовуватися в режимі реального часу. Тому, використовувати детальний опис можливих залежностей є не прийнятним. Оскільки, використання окремих $TP_i$ мають певну історію своїх реалізацій, то можна говорити про ймовірності виникнення $NP_i \in F(TP_i)$, для кожного $F(TP_i) \in TP_i$. Позначимо ці ймовірності наступним чином: $\{P_1(np_1), P_2(np_2), \dots, P_n(np_n)\}$. Якщо в процесі $TP$ виникає несправність типу $NP$, обумовленість появи якої не повязується явно з якоюсь з $np_i$, то згідно з теоремою гіпотез, або формулою Бейєса можна написати співвідношення:

$$P(np_i/NP) = \frac{P(np_i) \cdot P(NP/np_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(np_i) \cdot P(NP/np_i)}. \quad (4)$$

Ця формула дозволяє перейти від апріорних ймовірностей $P(np_i)$ перейти до апостеріорних ймовірностей $P(np_i)$ по відомій ймовірності виникнення $NP$. Така ймовірність встановлюється на основі даних по обслуговуванню $TP$ та даних по регламентних роботах, що проводяться з технічними засобами, які використовуються для реалізації $TP$. З точки зору діагностики, $NP_i$, що виникають в $TP$, доцільно обчислити $P(NP)$ в залежності від $\{(np_1), (np_2), \dots, (np_n)\}$. В цьому випадку співвідношення (4) можна записати у вигляді:

$$P(NP) = \frac{P(np_i) \cdot P(NP/np_i)}{P(np_i/NP)}.$$

В результаті прогнозування виникнення $np_i$ в $F(TP_i)$ можна, при певних узгодженостях, інтерпретувати як ймовірності виникнення відповідних подій $np_i$. Ймовірнісні залежності між $NP_i$ і $np_i$ встановлюються на основі аналізу відповідного $F(TP_i)$ і $TP_i$.

Перш ніж розглядати можливі модифікації процесів прогнозування, розглянемо більш детально окремі аспекти інтерпретації цих процесів. В першу чергу розглянемо параметр часу, по відношенню до якого, в більшості випадків, розв'язується задача прогнозування, хоча в якості такого параметру можна використовувати і будь який інший параметр, який, з точки зору прогнозу, має ті ж самі характеристики, що і час.

Методи прогнозування залежать, в значній мірі, від інтервалу часу, на який передбачається робити прогноз. Цей інтервал часу, крім своєї точної величини, яка визначається масштабами його вимірювання, наприклад, години, дні, місяці і т.д., визначається якісно, наприклад, малий інтервал часу, великий інтервал часу та інші якісні визначення, що можуть ці способи якісного визначення інтервалів часу розширити, наприклад, середні часові інтервали, дуже великі часові інтервали і інші.

Форма представлення часу, як параметру прогнозу, також впливає на методи розв'язку задачі прогнозування. Наприклад, якщо цей параметр представляється у вигляді часового ряду, то в залежності від розмірів цього ряду, розрізняють прогнозування на коротких, чи довгих часових рядах.

Очевидно, що параметри, стосовно яких проводиться прогноз і які представляють собою початкові дані для моделі прогнозування, називаються часовими трендами змін, або розвитку цих параметрів. В цьому випадку, значення параметру, стосовно якого проводиться прогноз, безпосередньо пов'язані з інтервалом часу, що в сумі представляють з цим часом відповідний часовий тренд.

Оцінка часових інтервалів прогнозування, або вхідні умови, що задають інтервал, через який повинен реалізовуватися прогноз, безпосередньо пов'язується з реальним часом, або швидкістю процесів, стосовно яких відповідний прогноз реалізується. Переважно, такий прогноз потрібний в тому випадку, коли відсутня достатньо адекватна модель відповідного процесу. Найчастіше прогноз реалізується по відношенню до тих процесів, стосовно яких відомі лише дані, про параметри, що характеризують відповідний процес.

Приймемо, що ті чи інші значення параметрів процесу визначають певні події, прогнозування яких передбачається проводити. В цьому випадку, можливі наступні умови виникнення або відомі дані про відповідні події, що прогнозуються:

- події, що прогнозуються та виникають через порівняно короткі інтервали часу, але у випадкові моменти часового ряду, які будемо називати частими подіями ($CP$),

- події, що прогнозуються та виникають через довгі інтервали часу, що визначаються часовим рядом та які будемо називати рідкими подіями ($RP$).

Події типу $CP$ не можуть бути не очікуваними, оскільки завдяки їх випадковій, але частій появі, вдається отримати достатньо багато статистичних даних про них, що використовуються у моделях їх прогнозування.

Серед $RP$ подій можуть існувати події, про які може не існувати достатньо багато даних, що характеризують їх появу і, тому, їх можна вважати подіями, що характеризуються певною мірою не передбачуваності, які визначаються як $NP$ події. Різниця між $RP$ та $NP$ подіями, незважаючи на те, що вони характеризуються спільною ознакою, яка полягає у тому, що вони появляються випадково та рідко, у перщому випадку, про $RP$ подію існує значно більше даних, ніж даних, що існують по відношенню до $NP$ подій, що можна записати у вигляді співвідношення:

$$NP(D) \ll RP(D) \,,$$

де $D$ – початкові дані про відповідні події, або про процеси, що їх породжують. Введемо наступне визначення.

*Визначення 1.* Рідкою подією є подія, що відбувається випадково через великі проміжки часу та стосовно якої є достатньо статистичних даних про її появу, що дозволяє будувати стохастичні моделі її прогнозування.

*Визначення 2.* Неочікуваною подією, є подія, що випадково відбувається через великі проміжки часу, але про її виникнення існує занадто мало статистичних даних.

Події типу $NP$ можуть переходити в клас подій типу $RP$, якщо кількість даних про $NP$ події зростає, що можна записати у наступному вигляді:

$$\{[D(NP) \to mD(NP)]\&[mD(NP) \approx D(RP)]\} \to (NP \to RP).$$

У зв'язку з приведеними визначеннями, виникає питання « за рахунок чого в $RP$ може виявитися достатня кількість $D(RP)$, якщо $RP$ рідка, випадкова подія?». Такі дані можуть виникати з наступних факторів:

- наявність даних про історію використання $RP$ подій, що забезпечується постійними і довготривалими їх спостереженнями та дослідженням,
- дослідження процесів, що пов'язані, або обумовлюють виникнення $RP$ подій,
- обумовленість виникнення $RP$ подій одним основним, або рядом зв'язаних між собою процесів.

Перший фактор є тривіальний. Другий фактор, що пов'язаний з мірою дослідження процесів, які обумовлюють виникнення $RP$, які будемо позначати $PRP$, означає, що в процесі дослідження $PRP$, на певному етапі, можна досягнути достатньо повного опису $PRP$, що приводить до можливості побудови моделі $PRP$, яка може використовуватися для визначення події $RP$ достатньо точно, що переводить її з класу випадкових подій у клас детермінованих подій, стосовно яких не проводиться прогнозування. Якщо відомо, що подія $RP$ обумовлюється рядом послідовно звязаних між собою процесів, або:

$$P_1 \to P_2 \to \cdots \to P_n(RP), \qquad (5)$$

то може мати місце ситуація, коли різні $P_i$ з послідовності (5) в різній мірі обумовлюють можливість виникнення $RP$. Тому, дослідження $PRP$ не тільки в рамках $P_n$, а і виявлення $P_{n-1}$, $P_{n-2}$, ..., $P_1$ має ключове значення, для побудови адекватної моделі $PRP$. Необхідність дослідження $P_{n-1}$,..., $P_k$, при дослідженні $PRP$ обумовлюється тим, що зв'язані між собою окремі $P_i \to P_{i+1}$ в (2.5), можуть бути не відомими, або можуть прояілятися не достатньо явно.

Одна з ключових відмінностей між $RP$ та $NP$ полягає у наступному. Для $RP$ інформація, або дані про $RP$ є не повними, але достатніми для того, щоб сформувати в рамках загальних уявлень про $RP$ повний опис того, що представляє собою можлива $RP$. Формально, це означає, що існують відомі події досить близькі до $RP$, або існуючі дані про $RP$ є достатньо точними, або адекватними можливому $RP$. Таким чином, $NP$ представляє собою подію, яка описується не тільки меншою кількістю даних у порівнянні з $RP$, а і тим, що дані $D(NP)$ є менш точними, або задаються у вигляді розмитих даних [6].

Другим фактором, що обумовлює відмінність між $RP$ та $NP$ є відсутність необхідних даних про процеси з якими повязані $NP$. Це формально можна представити у наступному вигляді:

$$P_{n-k} \to P_{n-k+1} \to \cdots \to P_n(RP), \quad k > 1,\ n = 0,1,2,\dots,n.$$

Для того, щоб можна було говорити про наявність $NP$, необхідно, щоб виконувалась наступна умова:

$$\forall P_n \exists P_i [P_i \to P_n(NP)].$$

Ця умова визначає необхідність існування події $P_i$, яку можна було би вважати попередником для $P_n(NP)$. Друга умова, що повинна виконуватися може бути описана наступним співвідношенням:

$$\exists (P_i \in RP)\big[[(x_1, \dots, x_k) \subset RP_i(x_1, \dots, x_n)]\&(k \ll n)\big] \to$$
$$\to [P_i^* \to NP_i(x_1, \dots, x_k)].$$

Ця умова означає, що будь яка $NP_i$ описується множиною $(x_1, \dots, x_n)$, таким чином, що $(x_1, \dots, x_n) \subset D(P_i^*)$ та існує хочаби одна подія $P_i^*$, для якої має місце $P_i^* \to NP_i$.

Наступним важливим параметром, який необхідно розглянути біль детально, є час, або інтервал часу прогнозування, або $\Delta TP_i$. На якісному рівні, величини $\Delta TP_i$ для $RP$, чи $NP$, визначаються, як великі проміжки часу. Щоб уникнути такого типу неоднозначності, при побудові моделей прогнозування $RP$ та $NP$, розглянемо наступну можливу інтерпретацію редукції уявлення про великий проміжок часу до величини, яку можна було би визначати чисельно. Події типів $RP$ та $NP$ є подіями, що виникають в результаті функціонування відповідних процесів. Більшість процесів, що активізуються в рамках технічних систем, в основному, можна вважати періодичними. В загальному випадку, в природному оточенні, також всі процеси, що активізуються і проявляються шляхом їх взаємодії з іншими елементами оточення, чи іншими процесами, можна вважати періодичними з певною точністю їх повторення. Їх періодичність означає, що існують параметри у цих процесах, які змінюються з певними періодами. Це означає, що на кожному циклі активізації процесів можна виділити параметри, що його характеризують, та значення яких повторяються, або відрізняються від відповідних значень на попередніх циклах в такій мірі, що така міра не приводить до необхідності визначення нового процесу, як такого, що не являється циклічним повторенням попереднього процесу. Формально, це можна записати у наступному вигляді:

$$F[P_i^j(x_{i1}^j, \dots, x_{ik}^j)] \to P^{j+1}\big[\big(x_{i1}^j + \Delta x_{i1}\big), \dots, \big(x_{ik}^j + \Delta x_{ik}\big)\big] = \{\big(P_i^j + \Delta P_i^j\big) \to$$
$$\big[\Delta P_i^j \le var\big(P_i^j\big)\big]\},$$

де $F$ – функція реалізації одного циклу процесу, що може обумовити виникнення в рамках циклу події, що відноситься до категорії короткотермінових подій.

*Визначення 3.* Коротко термінова подія ($KP$) є подією, що виникає випадково на протязі реалізації одного циклу деякого процесу $P_i$.

Приймемо, що момент завершення повного циклу процесу виникає тоді, коли базові параметри циклу приймають значення рівні, або близькі до значень, які вони мали на початку попереднього циклу. Для визначення способів вимірювання, або ідентифікації якісно визначених середніх інтервалів прогнозування подій, які будемо позначати $P_i$, та подій $RP_i$, чи $NP_i$ , необхідно визначитися з відносними процесами, для функціонування яких відповідні прогнозовані події ($PP_i$), мають функціонально обгрунтоване значення. Функціональна обгрунтованість $PP_i$ полягає у наступному. Очевидно, що прогнозування тих, чи інших подій обумовлюється необхідністю їх використання в процесах, які є зовнішніми ($ZPr_i$) по відношенню до процесів, що обумовлюють виникнення $PP_i$ подій, або ($OPr_i$). Можна прийняти, що $ZPr_i$ звязані з $OPr_i$ тільки через дію $PP_i(OPr_i)$ на $ZPr_i$. Якщо відповідної взаємодії не має, то необхідності реалізовувати прогнозування $PP_i$ на основі $OPr_i$ не має сенсу. Тому, приймемо, що для довільної $PP_i$ існує такий $ZPr_i$, на який здійснює вплив $PP_i(OPr_i)$. Як і у випадку $OPr_i$, приймемо, що кожний $ZPr_i$ також функціонує циклічно. Таким чином, можна записати, що

$$C(OPr_i) = OPr_i(\Delta T_i)\ ;\ C(ZPr_i) = ZPr_i(\Delta T_j).$$

Введемо наступні умови взаємодії $PP_i(OPr_i)$ з $ZPr_i$.

*Умова 1*. Необхідність в $KP_i \in OPr_i$ виникає в тому випадку, коли $C(ZPr) > C(OPr)$ і $KP_i$ приймає участь в реалізації процесу $ZPr_i$, що формально описується співвідношенням:

$$\Big[[C(OPr_i) < C(ZPr_i)]\&\big(x_{ij} \in ZPr_i\big)\&x_{ij}(KP_i)\Big] \to [PR(OPr_i) \to KP_i],$$

де $PR$ - процес прогнозування виникнення $KP_i$ в процесі $OPr_i$.

*Умова 2*. Прогнозування події $PP_i$ є необхідним у випадку, коли має місце наступне співвідношення:

$$\{(C\big(OPr_i^k\big) < C(ZPr_i^e)\&\big(x_{ij}^{e+1} \in ZPr_i^{e+1}\big)\&\big(PP_i \in OPr_i^k\big)\&\big(x_{ij}^{e+1}(PP_i)\big]\} \to$$
$$\to [PR(OPr_i^k) \to PP_i].$$

*Умова 3*. Прогнозування події $RP_i$ є необхідним, коли виконується наступне співвідношення:

$$\{\big[C\big(OPr_i^k\big) < C(ZPr_i^e)\big]\&\big(x_{ij}^{e+m} \in ZPr_i^{e+m}\big)\&\big(RP_i \in OPr_i^k\big)\&(m > 1)\&$$
$$\&[x_i^{e+m}(Rp_i)]\} \to [PR(OPr_i^k) \to RP_i].$$

Дані умови визначають необхідність реалізації прогнозів типу $KP_i$, $PP_i$ , $RP_i$ .

1. *Волкова Л.А.* Издательско полиграфическая техника и технология. М.: МГУП «Мир Книги», 1999. – 224 с.
2. *Гельфонд А.О.* Исчисление конечных разностей. М.: Наука. 1967. – 375 с.
3. *Гутер Р.С., Резниковский П.Т.* Программирование и вычислительная математика. – М.: Наука. 1971.
4. *Самарский А.А.* Введение в численные методы. – М.: Наука. -1982. -272 с.
5. *Шурыгин А.М.* Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. М.: Финансы и статистика, 2005. - 234 с.
6. *Конышева Л.К., Назаров Д.М.* Основы теории нечётких множеств. – СПб.: Питер, 2011. – 192 с.

*Поступила 6.08.2014р.*