1. *Jen-Hao Liu.* Developed Urban Air Quality Monitoring System Based on Wireless Sensor Networks / *Jen-Hao Liu, Yu-Fan Chen, Tzu-Shiang Lin, Da-Wei Lai, Tzai-Hung Wen, Chih-Hong Sun, Jehn-Yih Juang, Joe-Air Jiang* // 2011 Fifth International Conference on Sensing Technology. – pp. 549-554.
2. *Артемчук В.О.* Математичні та комп'ютерні засоби для вирішення задачі розміщення пунктів спостережень мережі моніторингу стану атмосферного повітря [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : спец. 01.05.02 "Математичне моделювання та обчислювальні методи" / В.О. Артемчук. – К., 2011. – 178 с.
3. В Кривом Роге создадут систему мониторинга экологической ситуации [Електронний ресурс] / Веб-сайт Podrobnosti.ua — дата доступу 21.01.2015 – Режим доступу : http://podrobnosti.ua/accidents/2012/12/26/878967.html — Загол. з екрану.
4. *Верлан, В. А.* Оптимизация размещения сети постов мониторинга за загрязнением атмосферы в промышленном городе [Текст] : дис. ... канд. геогр. наук / В.А. Верлан. — О. – 1999. — 167 с.
5. *Гандин Л.С.* Об экономическом подходе к планированию сети метеорологических станций / Гандин Л.С., Каган Р.Л. // Труды ГГО. – 1967. – Вып. 208. – С.120–131.
6. *Дроздов О.А.* Теория интерполяции в стохастическом поле метеорологических элементов и её применение к вопросам метеорологических карт и рационализации сети / Дроздов О.А., Шепелевский А.П. // Труды НИУ. – 1964. – сер. 1. – Вып.13. – С.65–115.
7. *Кучерявый Е.* Беспроводные сенсорные сети и их роль в прогрессивном обществе XXI века // Первый профессиональный журнал для специалистов в области телекоммуникаций и информационных технологий "Информационные телекоммуникационные сети", № 2, 2006. С. 36-45.
8. Методичні рекомендації з підготовки регіональних та загальнодержавної програм моніторингу довкілля (затверджено Наказом Міністерства екології та природних ресурсів України 24.12.2001 р. N487)
9. От «каменных джунглей» к «умному городу» [Електронний ресурс] / Веб-сайт Habrahabr.ru — дата доступу 21.01.2015 – Режим доступу : http://habrahabr.ru/company/intel/blog/167295/ — Загол. з екрану.
10. *Рибалов О.О.* Основи моніторингу екологічного простору: Навчальний посібник. - Суми: Вид-во СумДУ, 2007. - 240 с.

Поступила 8.09.2014р.

УДК 681.142 + 519.4

О. Д. Глухов

ПРО ЧИСЛО МІНІМАЛЬНИХ РОЗРІЗІВ ГРАФА

In this paper, we give some estimates of the number of minimum cuts of connected graph.

В даній статті розглядається ряд оцінок числа $\sigma_k(G)$ мінімальних розрізів зв'язного графа. Нехай G - граф з множиною G^0 вершин і множиною G^1 ребер, $|G^0|=n$, $|G^1|=m$, під мінімальним розрізом тут розуміється мінімальний по включенню розріз графа, тобто така множина U його ребер, що будь-яка її підмножина вже не є розрізом. Обчислення числа мінімальних розрізів важливо, наприклад, для оцінки ймовірності P зв'язності квазівипадкових графів $G(p)$ [1] на основі даного зв'язного графа G

Дійсно, у випадку, коли G - зв'язний граф, для ймовірності P справедлива оцінка[1]:

$$1-P \le \sum_{k=1}^{m} \sigma_k(G)\, q^k \ , \text{ де } q = 1-p\ .$$

1. <u>Мінімільні *k*-розрізи у *k*- зв'язних графах.</u>

Теорема 1. Якщо G - k- зв'язних граф, то $\sigma_k(G) = O(n^2),\ k = 2j$; $\sigma_k(G) = O(n),\ k = 2j-1$.

Доведення. Перша оцінка доведена в роботі [2], а друга доводиться аналогічно результату роботи [3] для випадку $k = 3$.

2. <u>Мінімільні розрізи в планарних графах.</u>

Наступні результати для 3-зв'язних планарних графів був отримані в роботах [3 ,4] :

Теорема 2. Якщо G - планарний 3-зв'язний граф, то

$$\sigma_3(G) \le 4n/3\ .$$

Теорема 3. Якщо G - простий (без петель і кратних ребер) планарний 3-зв'язний граф, то при $k \ge 4$ має місце наступна нерівність:

$$\sigma_k(G) \le \frac{1}{2k}(2m)^{k/2}\ .$$

3. <u>Мінімільні розрізи в *3*- зв'язних графах.</u>

Теорема 4.[4]. Якщо G - 3-реберно зв'язний граф на n вершинах, $n \ge 3$, то

$$\sigma_k(G) \le 2^{k-2}\binom{n+k-3}{k-2}, \text{ де } k \ge 3\ .$$

4. <u>Мінімальні розрізи і циклічний індекс графа</u>.

Нехай G - зв'язний граф, $u \in G^1$, поставимо у відповідність ребру $u \in G^1$ деякий цикл $Z(u)$ найменшої довжини графа G, який містить дане ребро u, а довжину такого циклу назвемо циклічним індексом даного ребра. Найбільший циклічний індекс ребер графа будемо називати циклічним індексом графа G і позначати $z(G)$. Очевидно, що рівність $z(G)=s$ означає, що граф G є об'єднанням циклів довжини не більше s.

Нехай $d(G)$ - діаметр графа G, тоді вірна наступна лема.

Лема1. Якщо G 3-зв'язний граф, то

$$z(G) \le 2d(G)+1.$$

Доведення одразу випливає з результатів роботи [5].

Теорема 5. Якщо G 3-зв'язний граф, $z(G)=s$, то вірна оцінка:

$$\sigma_k(G) \le m^{\lfloor k/2 \rfloor} s^{\lceil k/2 \rceil}.$$

Доведення. Розглянемо відображення $f: u \to Z(u)$, яке ставить кожному ребру графа G деякий мінімальний цикл, що містить дане ребро. Множину Ψ усіх таких циклів будемо називати стандартною множиною мінімальних циклів графа G. Нехай U - є деякий є деякий мінімальний k-розріз. Розглянемо два випадки. 1) Нехай число k - парне. Оскільки розріз U має з кожним циклом множини Ψ парне число спільних ребер, то очевидно є не більше $k/2$ циклів множини Ψ, які мають перетин з U. Таким чином, існує не більше m можливостей вибрати кожне з $k/2$ ребер розрізу U і не більше, ніж s можливостей вибору решти $k/2$ ребер. Звідси одразу випливає оцінка $\sigma_k(G) \le m^{k/2} s^{k/2}$. 2) Нехай тепер число k - непарне. Тоді легко довести, що існують такі 3 ребра $u_1, u_2\, u_3 \in U$, що мають місце наступні умови: $f(u_1)=f(u_2)=Z_1,\ f(u_3)=Z_2 \ne Z_1, u_2 \in Z_2^1$.

Тому існує не більше ніж m можливостей вибрати ребро u_3 (а отже і циклу Z_2), після чого є не більше, ніж s можливостей вибору ребра $u_2 \in Z_2$, (а отже і циклу Z_1) і далі не більше, ніж s можливостей вибору ребра $u_1 \in Z_1$.

Очевидно, що перші 3 ребра розрізу U можна вибрати не більше, ніж ms^2 способами, а решту $k-3$ ребра можна як в першому випадку вибрати не більше, ніж $m^{(k-3)/2} s^{(k-3)/2}$ способами. Звідси і випливає оцінка $\sigma_k(G) \le m^{(k-1)/2} s^{(k+1)/2}$. Таким чином, теорема доведена.

5. <u>**Мінімільні розрізи в експандерах.**</u>

Теорема 6. Зокрема, якщо G - 3-зв'язний експандер, то:

$$\sigma_k(G) \le (cm \ln m)^{k/2}.$$

Доведення. Якщо G - 3-зв'язний експандер, то як відомо [6] має місце оцінка $d(G) \le a \ln m$, де a деяка константа, тому, враховуючи лему 1, отримуємо нерівність $z(G) \leq c \ln n$. Тепер доведення даної теореми одразу випливає з теореми 5.

6.Мінімільні розрізи в симетричних графах.

Теорема 7. Якщо G 3-зв'язний реберно-симетричний граф, то

$\sigma_k(G) \leq (cm \ln m)^{k/2}$

Доведення. Відомо [6], що талія $g(G)$ графа G не перевищує $a \ln m$, де a деяка константа, і оскільки граф є реберно симетричний, то кожне його ребро належить циклові довжини не більше $a \ln m$, а отже $z(G) \leq a \ln n$. Тепер потрібна нерівність випливає з теореми 5.

Теорема 8. Якщо G кубічний вершинно-симетричний граф, то

$\sigma_k(G) \leq n^{k/2} (c \ln n)^k$

Доведення. Оскільки G кубічний вершинно-симетричний граф на n вершинах , то $g(G) \leq a \ln n$, де a деяка константа і, як легко перевірити, множина його ребер має не більше двох орбіт. Якщо маємо одну орбіту, то граф є реберно-симетричний і можна застосувати теорему 7. Якщо маємо дві орбіти, то одна з них є сумою його мінімальних циклів довжини $g(G)$, а друга 1-фактором. Стягнувши кожен такий мінімальний цикл в нову вершину, отримуємо новий граф H з $n/2$ ребрами (можливі паралельні ребра). Цей граф H буде реберно-симетричним і отже до нього можливо застосувати теорему 7. Зауважимо, що у випадку, коли він матиме паралельні ребра, то очевидно $g(H) = 2$. В будь-якому випадку, згідно з теоремою 7, матимемо нерівність $z(H) \leq b \ln n$, а тому $z(G) \leq c (\ln n)^2$, де b, c - деякі константи. Отже, згідно з теоремою 5, отримуємо потрібну нерівність.

1. *Глухов О.Д., Коростіль Ю.М.* Структурна безпека складних дискретних систем при випадкових відмовах. - Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАНУ, вип. 27, Київ, 2004, с. 91-95.
2. *Диниц Е.А., Карзанов А.В., Ломоносов М.В.* О структуре системы минимальных реберных разрезов графа. –Исследования по дискретной оптимизации, Москва, Наука, 1976, с. 290-306.
3. *Глухов О.Д.* Про зв'язність планарних pr- графів пуассонівського типу// II Український математичний конгрес, 27-29 серпня 2009 р.: тези доп. – К., 2009. – режим доступу: http://www.imath. kiev.ua/~congress2009.
4. *Глухов О.Д* Про планарні квазівипадкові графи пуассонівського типу. Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАНУ, вип.57, Київ, 2010, с. 10-12.
5. *Chung F.R.K., Garey M.R.* Diametr Bounds for Altered Graphs. - Journal of Graph Theory, v. 8, 1984, p. 511-534.
6. *Diestel R.* Graph Theory.- Springer-Verlag, NewYork , 2000. -322p.
7. *Глухов О.Д.* Про зв'язність планарних pr- графів пуассонівського типу// II Український математичний конгрес, 27-29 серпня 2009 р.: тези доп. – К., 2009. –

режим доступу: http://www.imath. kiev.ua/~congress2009.
8. Про зв’язність планарних pr- графів пуассонівського типу. Тези доповідей 2-го Українського математичного конгресу, Київ, 2009р., http://www.imath.kiev.ua/~congress 2009.
9. Лема про домінатори в дводольних графах та деякі її застосування. Матеріали VII Міжнародної науково-технічної конференції “АВІА-2009”, т.1, Київ, 2009, с.4.39-4.41.
10. Про збільшувачі із заданими підграфами. Тези доповідей XVI Всеукраїнської наукової конференції “Сучасні проблеми прикладної математики та інформа-тики”- Львів, 2009, видавнцтво ЛНУ, с.67.
11. Про число розрізів 3-зв’язного графа. Матеріали XIII Міжнародної наукової конференції ім. акад. М.Кравчука. - К.,2010. - с.92.
12. Про планарні квазівипадкові графи пуассонівського типу. Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАНУ, вип.57, Київ, 2010, с. 10-12.
13. Про експандери із заданою структурою. Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. квазівипадкових графів. Матеріали дванадцятого Міжвузівського науково-практичного семінару "Комбінаторні конфігурації та їх засто-сування", Кіровоград, 2011р.- с.15-17.
14. Оцінка структурної стійкості планарних дискретних систем при випадкових відмовах. Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАНУ, вип.62, Київ, 2011, с. 45-48.
15. Про квазавипадкові графи на основі експандерів. Матеріали XIV Міжнародної наукової конференції ім. акад. М.Кравчука. - К.,2012. - с.69.

Поступила 1.09.2014р.

УДК 502.08:51-74

Н. А. Бородіна, Ю. Л. Забулонов, Л. А. Одукалець, м. Київ

МОДЕЛЬ ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДУ ОЧИСТКИ ВОД ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ЕКОЛОГІЧНОГО МОНІТОРИНГУ ІСНУЮЧИХ ТА НОВИХ ОЧИСНИХ СПОРУД (ОБЛАДНАННЯ)

A mathematical model of the technical and economic efficiency of the method of water purification. The proposed model allows for quantitative and qualitative comparative evaluation of methods of sewage treatment. The model also allows the ranking parameters of evaluation of technical and economic efficiency of cleaning methods. Compared with existing models of technical and economic assessment of the effectiveness of the developed model is simple and easy to use and does not require significant preliminary calculations. In developing the model used methods of reliability theory and methods of probability theory.

Keywords: mathematical model, method, treatment, options

