

інших електронних видань, наприклад, для відео- та аудіо-інформації.

Висновок. Для АСДО, які використовують електронні документи пріоритетним напрямком є забезпечення захисту інформації в документах від зовнішніх атак. Описаним способом порушення авторства документа від несанкціонованого доступу, модифікації, відмови від зобов'язань чи його знищення можуть протидіяти злагоджені системи захисту і служби безпеки організації, які оснащені усіма технологіями від криптографічного захисту інформації, використання цифрових підписів для документів до цифрових водяних знаків.

Якщо дотримуватись вимог, що визначають ЦВЗ як ідентифікатора електронного документу, то ЦВЗ можна використовувати у якості базового засобу ідентифікації в системі захисту авторських прав для електронних документів, які містять не тільки текстову інформацію, але й мультимедійний контент.

1. *Сабат В. І.* Особливості захисту інформації в автоматизованих системах документообігу / В. І. Сабат. — Збірник наукових праць, випуск 70, ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАН України. — К., 2014. — С. 119–123.
2. *Золотарьова І. О.* Автоматизація документообігу. Навчальний посібник / І. О. Золотарьова, Р. К. Бутова. — Харків : Вид. ХНЕУ, 2008. — 170 с.
3. *Карпінець В. В.* Методи захисту векторних зображень цифровими водяними знаками : монографія / В. В. Карпінець, Ю. Є. Яремчук. — Вінниця : ВНТУ, 2013. — 156 с.

Поступила 21.9.2015р.

УДК 519.8

Ю.М. Романишин^{1),2)}, д.т.н., С.Р. Петрицька¹⁾

¹⁾ Національний університет “Львівська політехніка”

²⁾ Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

ЕНЕРГЕТИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ АКТИВАЦІЇ МОДЕЛЕЙ НЕЙРОНА

Розглянуто енергетичні особливості активації моделі Ходжкіна-Хакслі нейрона. Визначено співвідношення між пороговими значеннями густини струму прямокутного імпульсу активації та його тривалості, обчислено порогове значення енергії вхідного імпульсу, що дало змогу обґрунтувати побудову енергетичної моделі активації нейрона.

Ключові слова: активація нейрона, модель Ходжкіна-Хакслі, енергія

Рассмотрены энергетические особенности активации модели Ходжкина-Хаксли нейрона. Определено соотношение между пороговыми значениями плотности тока прямоугольного импульса активации и его длительности, вычислено пороговое значение энергии входного импульса, что дало

возможность обосновать построение энергетической модели активации нейрона.

Ключевые слова: активация нейрона, модель Ходжкина-Хаксли, энергия

Energy peculiarities of Hodgkin-Huxley neuron model activation are examined. Ratio between threshold values of current density of rectangle activation impulse and its duration is calculated. Also threshold value of input impulse energy is calculated, that gives the possibility to ground the construction of energy model of neuron activation.

Keywords: neuron activation, Hodgkin-Huxley model, energy

Вступ. Обробка інформації в нейронних структурах супроводжується затратами енергії [1-3]. У зв'язку з цим важливими задачами є енергетичний аналіз процесів активації нейронів, побудова моделей нейронів з врахуванням енергетичних факторів та припущення про мінімальні затрати енергії при активації нейронів, а також встановлення форми енергетично оптимальних імпульсів активації. Крім того, важливим є також встановлення взаємозв'язку між енергетичними співвідношеннями для різних складових активації в різних іонних каналах (для моделей на рівні іонних потоків). Однак незважаючи на ряд досліджень та опублікованих результатів, задача дослідження процесів активації нейронів з енергетичної точки зору в достатньо повному обсязі не розв'язана, що обумовлює актуальність теми статті.

Метою статті є аналіз енергетичних особливостей активації моделі Ходжкина-Хакслі нейрона на основі встановлення взаємозв'язку між густиною струму та тривалістю імпульсу прямокутної форми при пороговій активації; побудова енергетичної моделі нейрона на основі характеристики "амплітуда-тривалість" та енергетичного критерію активації.

Енергетичний поріг для моделі Ходжкина-Хакслі. Модель Ходжкина-Хакслі [4, 5] представляє собою систему чотирьох звичайних нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, у зв'язку з чим математичний аналіз процесів в нейронних структурах з такими моделями, зокрема і енергетичний аналіз, звичайно можливий лише на основі комп'ютерного моделювання.

Основне рівняння моделі Ходжкина-Хакслі звичайно записується у вигляді:

$$C \frac{dV_m}{dt} = I - g_{Na} m^3 h (V_m - V_{Na^+}) - g_K n^4 (V_m - V_{K^+}) - g_L (V_m - V_L), \quad (1)$$

де I - густина зовнішнього струму; V_m - напруга на мембрані; V_{Na^+} , V_{K^+} і V_L - напруги опорних джерел для іонних каналів Na^+ , K^+ та сукупності інших іонів L ; t - час; g_{Na} , g_K , g_L - максимальні провідності відповідних іонних каналів; C - питома ємність мембрани; n , m та h - функції, які

визначають часову залежність густин струмів та нелінійні властивості провідностей. Часова залежність n , m , h виражається модифікованими диференціальними рівняннями дифузії (релаксації):

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(1-n) - \beta_n n; \quad \frac{dm}{dt} = \alpha_m(1-m) - \beta_m m; \quad \frac{dh}{dt} = \alpha_h(1-h) - \beta_h h, \quad (2)$$

де величини α_x та β_x ($x=n, m$ або h) є функціями від u з експериментально визначеними сталими (значення u задається в mB , а значення α_x та β_x в $mсек^{-1}$; зміщена на $-65 mB$ рівноважна напруга дорівнює нулю):

$$\alpha_n = \frac{0,1 - 0,01u}{\exp(1 - 0,1u) - 1}; \quad \beta_n = 0,125 \exp(-u/80); \quad \alpha_m = \frac{2,5 - 0,1u}{\exp(2,5 - 0,1u) - 1};$$

$$\beta_m = 4 \exp(-u/18); \quad \alpha_h = 0,07 \exp(-u/20); \quad \beta_h = \frac{1}{\exp(3 - 0,1u) + 1}. \quad (3)$$

Комп'ютерне моделювання проводилося при числових значеннях:

$$u_K = -12 mB; \quad u_{Na} = 115 mB; \quad u_L = 10.6 mB; \quad g_{Na} = 120 \cdot 10^{-3} Ом^{-1} \cdot см^{-2};$$

$$g_K = 36 \cdot 10^{-3} Ом^{-1} \cdot см^{-2}; \quad g_L = 0,3 \cdot 10^{-3} Ом^{-1} \cdot см^{-2}; \quad C = 1,6 \cdot 10^{-5} Ф \cdot м^{-1}.$$

На рис. 1 зображено вихідний імпульс при пороговій активації сталим значенням струму густиною $2,24 mA \cdot см^{-2}$; максимальне значення вихідного нейроімпульсу становить $\sim 90 mB$.

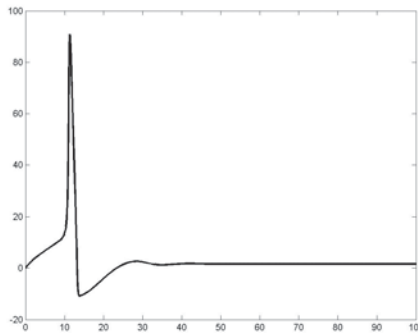


Рис. 1. Часова залежність вихідного нейроімпульсу (в mB); час в $mсек$

Питома енергія вхідного сигналу:

$$E_{in} = \int_0^T \left[g_{Na} m^3 h (V_m - V_{Na^+})^2 + g_K n^4 (V_m - V_{K^+})^2 + g_L (V_m - V_L)^2 \right] dt. \quad (4)$$

На рис. 2 представлено залежність питомої енергії вхідного імпульсу протягом часу активації.

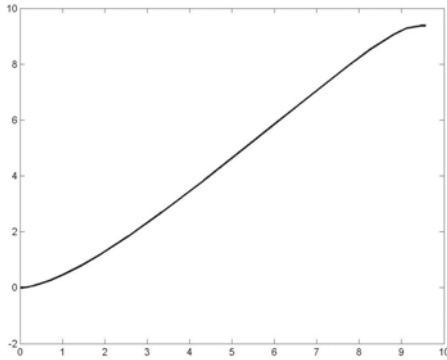


Рис. 2. Часова залежність питомої енергії вхідного імпульсу протягом часу активації (в мсек)

На підставі аналізу результатів обчислень енергії прямокутного вхідного імпульсу порогової активації для різних значень амплітуди імпульсу та його тривалості можна зробити висновок, що для порогових значень амплітуди та тривалості імпульсу енергія імпульсу змінюється в невеликих межах, що дає підстави використати відому характеристику “амплітуда-тривалість” та її апроксимації для побудови енергетичної моделі активації нейрона.

Енергетична модель активації нейрона. Використання енергетичного підходу до активації нейрона дає змогу побудувати енергетичну модель активації нейрона. При цьому використана відома експериментальна нейрофізіологічна залежність між пороговим значенням амплітуди прямокутного імпульсу активації та його тривалістю, яка має назву характеристики “амплітуда-тривалість” [5-7]. Ця залежність відображає реакцію нейрона на поодинокий прямокутний імпульс активації – якщо параметри імпульсу менші за порогові значення, активація нейрона не відбувається, при досягненні або перевищенні порогових значень відбувається активація нейрона і формування ним нейроімпульсу. Для опису сформованого нейроімпульсу може бути використана апроксимація експериментального нейроімпульсу.

Для математичної апроксимації цієї характеристики використовуються різні співвідношення, серед яких можна виділити гіперболічну (hyperbolic):

$$I(\tau) = I_0(1 + \tau_0 / \tau), \quad (5)$$

узагальнену гіперболічну (степеневу, power):

$$I(\tau) = I_0[1 + (\tau_0 / \tau)^\alpha]; \quad \alpha > 0 \quad (6)$$

та експоненціально-гіперболічну (exponentially hyperbolic) залежності:

$$I(\tau) = I_0[1 - \exp(-\tau/\tau_0)]^{-1}, \quad (7)$$

де $I(\tau)$ - порогова амплітуда імпульсу прямокутної форми; τ - тривалість імпульсу; I_0 (реобазис) та τ_0 (хронаксія) – сталі.

На рис. 3 зображено чотири апроксимації нормованої характеристики “амплітуда-тривалість” ($\tau/\tau_0 \rightarrow \tau/\tau_0$; $I(\tau)/I_0 \rightarrow I(\tau)/I_0$).

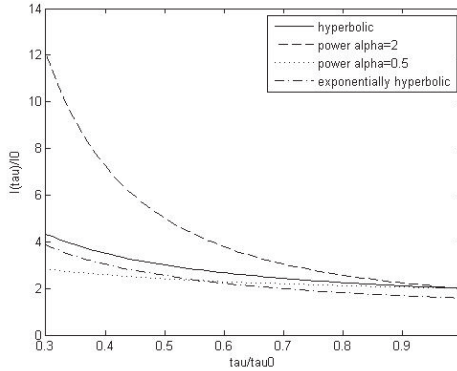


Рис. 3. Апроксимації нормованої характеристики “амплітуда-тривалість”

Для побудови моделі використовується апроксимація (5). Крім того, для побудови моделі використовується енергетичний критерій – порогова характеристика “амплітуда-тривалість” активації моделі прямокутним імпульсом відповідає енергетичному порогу активації. На основі цих двох тверджень будується модель активації нейрона.

Частотний коефіцієнт передачі моделі за потужністю $W(\omega) = |K(j\omega)|^2$ визначається інтегральним рівнянням [8]:

$$\frac{2I^2(\tau)}{\pi} \left[\int_0^\infty \frac{W(\omega)}{\omega^2} d\omega - \int_0^\infty \frac{W(\omega)}{\omega^2} \cos \omega\tau d\omega \right] = E_{th}, \quad (8)$$

де I - амплітуда імпульсу; τ - його тривалість; ω - колова частота; E_{th} - енергетичний поріг активації.

Розв’язок цього рівняння отримується у вигляді [8]:

$$W(\omega) = \frac{E_{th}}{I_0^2 \tau_0} x^2 [2g(x) - 1 + xf(x)], \quad (9)$$

де $x = \omega\tau_0$; $g(x) = -ci(x)\cos x - si(x)\sin x$; $f(x) = ci(x)\sin x - si(x)\cos x$;
 $ci(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt$ - інтегральний косинус, ($x > 0$); $si(x) = -\int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt$ -
інтегральний синус, ($x \geq 0$).

Можна показати, що $\lim_{\omega \rightarrow 0} W(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} W(\omega) = 0$. Звідси випливає, що модель активації нейрона, яка визначає його спектральні властивості, є смугопропускним фільтром. Частотна характеристика коефіцієнта передачі за потужністю для виразу (9) представлена в нормованому вигляді на рис. 4 (exact, $W_n(x) \rightarrow W(\omega)I_0^2\tau_0/E_{th}$) для значень нормованої частоти в межах двох декад (від 0.1 до 10).

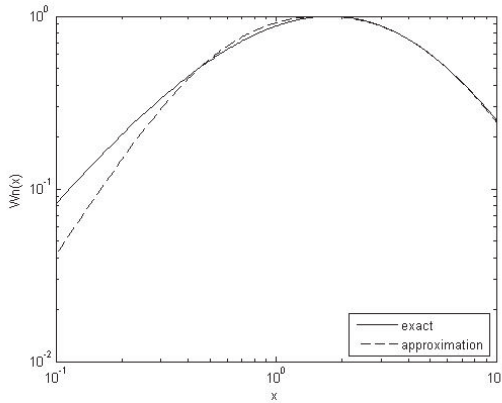


Рис. 4. Амплітудно-частотні характеристики коефіцієнта передачі моделі активації нейрона

Центральна частота і смуга пропускання характеристики визначаються параметрами фільтра. Смугопропускні властивості моделі нейрона при врахуванні шумів були відзначені в [9].

Апроксимація амплітудно-частотної характеристики фільтра в моделі нейрона. Достатньо складні аналітичні вирази в формулах (9) суттєво ускладнюють використання моделі, особливо при визначенні форми вихідного імпульсу при заданому вхідному. При цьому всі перетворення доводиться проводити в числовому вигляді. Крім того, отриманий вираз для амплітудно-частотної характеристики, не будучи дробово-раціональним виразом відносно ω , не дає можливості безпосередньо використати відомі результати теорії мереж і отримати схемну реалізацію математичної моделі. У зв'язку з цим необхідно апроксимувати амплітудно-частотну характеристику.

Оскільки модель активації нейрона представляє собою смугопропускний фільтр, для апроксимації частотної характеристики його коефіцієнта передачі (за потужністю) використовується вираз:

$$|\tilde{K}(j\omega)|^2 = \frac{A^2 x^2}{(x^2 + D_1^2)(x^2 + D_2^2)}, \quad (10)$$

де $x = \omega\tau_0$; A , D_1 , D_2 - сталі.

Така апроксимація відповідає найпростішій функції Баттерворта 1-го порядку, що представляє характеристику НЧ-прототипу. Значення величин A , D_1 та D_2 визначаються з умов співпадіння значень точної та апроксимованої характеристик в точках максимуму та на рівнях 0.5 від максимального: $A \approx 5.55$; $D_1 \approx 5.01$; $D_2 \approx 0.54$. На рис. 4 наведена також апроксимуюча характеристика.

Висновки. Наявність енергетичного порогу активації нейронів може бути обґрунтований на основі аналізу енергетичних особливостей активації моделі Ходжкіна-Хакслі нейрона. Енергетичний критерій активації, який полягає в трансформації порогової характеристики “амплітуда-тривалість” для прямокутного імпульсу активації в енергетичний поріг активації приводить до частотновибірних властивостей активації нейрона, тобто до частотновибірного фільтра, що відображає його частотновибірні властивості. Отриманий коефіцієнт передачі моделі активації за потужністю може бути апроксимований коефіцієнтом передачі фільтра Баттерворта першого порядку. Побудована модель активації нейрона може бути використана для дослідження ефективності імпульсів активації різної форми, в тому числі для формулювання та розв’язання задачі визначення форми енергетично оптимального імпульсу активації.

1. Wang Z., Wang R. Energy distribution property and energy coding of a structural neural network // *Frontiers in Computational Neuroscience, Original Research Article*. - 2014. - Vol. 14. - 17 p.
2. Yu L., Liu L. The Optimal Size of Stochastic Hodgkin-Huxley Neuronal Systems for Maximal Energy Efficiency in Coding of Pulse Signals // arXiv: 1308.4122v1 [q-bio.NC]. - 2013. - 22 p.
3. Attwell D., Laughlin S.B. An Energy Budget for Signaling in the Grey Matter of the Brain // *Journal of Cerebral Blood Flow and Metabolism*. - 2001. - Vol. 21, No. 10 - P. 1133-1145.
4. Gerstner W., Kistler W.M. Spiking Neuron Models. Single Neurons, Populations, Plasticity. - Cambridge University Press, 2002. - 5,26 MB.
5. Tuckwell H.C. Introduction to theoretical neurobiology. Volume 2. Nonlinear and stochastic theories. - Cambridge University Press, 1988. - 265 p.
6. Mogyoros I., Kiernan M.C., Burke D. Strength-duration properties of human peripheral nerve // *Brain*. - 1996. - Vol. 119. - P. 439-447.
7. Mogyoros I., Kiernan M.C., Burke D., Bostock H. Strength-duration properties of sensory and motor axons in amyotrophic lateral sclerosis // *Brain*. - 1998. - Vol. 121. - P. 851-859.

8. Смердов А.А., Романишин Ю.М. Электрическая модель нейрона при одиночном возбуждении // Вопросы кибернетики: Биомедицинформатика и ее приложения. - М.: Изд-во АН СССР. - 1988. – С. 168-174.
9. Plesser H.E. Noise turns Integrate-Fire Neuron into Bandpass Filter // Göttingen Neurobiology Report II, 1998. – P. 760.

Поступила 1.10.2015г.