УДК 621.396

В.М. Колчар, м.Одеса

ЗАСТОСУВАННЯ СИНХРОННОГО ФІЛЬТРА В ПРИСТРОЯХ ТАКТОВОЇ СИНХРОНІЗАЦІЇ

Abstract. Synchronous filter (SF) which can be used as a tracking filter in devices of clock synchronization provided the following conditions – slow deviation of the instantaneous clock frequency on clock frequency and the end of the transition process in SF for the period of time during which there occured such deviations.

Вступ. Якісна синхронізація цифрових систем передачі є основою їх нормального функціонування при об'єднанні з системами розподілу інформації в єдину телекомунікаційну мережу. Тому проблема підвищення завадостійкості пристроїв тактової синхронізації особливо актуальна. Існує декілька методів підвищення завадостійкості систем тактової синхронізації. До них відносяться використання в пристроях тактової синхронізації зворотного зв'язку за частотою, слідкуючих фільтрів, регенеративних дільників частоти і синхронного фільтра (СФ). Однак, можливість використання СФ у пристроях тактової синхронізації в якості слідкуючих фільтрів не розглядалася у зв'язку з відсутністю розв'язку задачі проходження сигналу тактової синхронізації через СФ.

Проходження сигналу тактової синхронізації через ідеалізовані синхронні фільтри.

Синхронний фільтр є параметричною системою, напруга на виході якої [1]:

$$\dot{U}_{\text{ВИХ}}(\omega) = \dot{K}(\omega)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\dot{U}_{\text{ВХ}}(\omega - kN\omega_k); \tag{1}$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\dot{U}_{\text{ВХ}}(\Omega + kN\omega_k) = \dot{U}_{\text{ВХ}}(\Omega)(\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\dot{K}(\Omega + kN\omega_k); \tag{2}$$

де N = 3,4,5,…, – кількість ємностей СФ; k = 0, ±1, ±2, ±3, …; $\dot{K}(\omega)$ – комплексний коефіцієнт передачі СФ; ω_k – частота комутації СФ.

Із (1) випливає, що будь якому значенню частоти ω на виході СФ відповідає ряд частот $\omega \pm kN\omega_k$ на його вході, а з виразу (2), що при подачі на вхід СФ однієї частоти Ω на його виході може бути отриманий ряд частот $\Omega \pm kN\omega_k$, тобто в складі спектру вихідної напруги є складові, зміщені по частоті на інтервал $kN\omega_k$. Як правило, на практиці їх використовують спільно з фільтрами нижніх частот або зі смуговими фільтрами, певним чином обираючи частоту зрізу останніх. Наприклад, при умові обмеження спектру сигналу на вході та виході СФ частотою зрізу ФНЧ, що стоять на його вході та виході, згідно співвідношення

$$\Omega_{3P} < \left|k_{\min}\right| N\omega_k / 2 \qquad (3)$$

та виборі керуючих сигналів у вигляді послідовності прямокутних імпульсів з періодом *T*, амплітудою рівною 1 та тривалістю *T/N*, при найменших можливих $k = +1$ и $N = 3$ із формули коефіцієнта передачі [1]

$$\dot{K}(\Omega) = \dot{G}(\Omega) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin \frac{\pi n}{3}}{\frac{\pi n}{3}} \right)^2 [\dot{G}(\Omega + n\omega_k) + \dot{G}(\Omega - n\omega_k)], \qquad (4)$$

де: $\dot{G}(\omega)$ – коефіцієнт передавання напруги еквівалентного *RC*-чотириполюсника.

З формули випливає, що СФ, який є лінійною системою, має два максимуми пропускання: поблизу нульової частоти $\Omega = 0$ та поблизу частоти $\omega = \omega_k$, що дозволяє використовувати його на даній частоті як смуговий фільтр.

При використанні СФ в якості слідкуючих фільтрів за детермінованою складовою тактового синхросигналу, виконати умову (3) у зв'язку з нескінченністю спектра останнього, у складі якого завжди знайдуться частоти, що не задовольнять умові (3) при будь-яких *k* і *N*. Тому доцільним є застосування СФ в якості гребінчастих фільтрів для оптимального прийому сигналу тактової синхронізації [2].

Виконаємо оцінку можливості застосування СФ в якості слідкуючого фільтра за частотою сигналу тактової синхронізації.

Вплив частот, кратних частоті комутації синхронного фільтра.

Згідно виразів (1), (2), (4) виконаємо аналіз:

– впливу частот $\omega \pm kN\omega_k$ на вході СФ на частоту ω на виході СФ;

– впливу частот $\Omega \pm k\omega_k$ на виході СФ на частоту ω на виході СФ в робочій смузі пропускання.

Обидві задачі розв'язуватимемо для випадку надходження на вхід СФ сигналу тактової синхронізації, вважаючи, що частота комутації СФ збігається з тактовою ($\omega_k = \omega_T$), а смуга пропускання на рівні 0,707*K* дорівнює подвоєній частоті відхилення ($2\Delta\omega = 2\omega_B$).

Оцінимо вплив частот $\omega \pm kN\omega_k$ на вході СФ на частоту ω на виході СФ.

Математична модель сигналу тактової синхронізації визначається співвідношенням [3]:

$$U_{\text{ВХ}}(t) = U_m \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_\nu(m) \cos(\omega_0 + \nu\Omega)t, \qquad (5)$$

де $J_\nu(m)$ – функція Бесселя ν-го порядку від аргументу *m*; $m = \omega_B / \Omega = f_Д / F$ – індекс модуляції; $\omega_B = 2\pi f_B$ – відхилення тактової частоти; $\Omega = 2\pi F$ – частота відхилення; $\omega_T = 2\pi F_T$ – частота сигналу тактової синхронізації.

Враховуючи, що для цілих ν

$$J_\nu(m) = (-1)^\nu J_\nu(m), \tag{6}$$

Перетворюючи (5) до вигляду:

$$\begin{aligned} U_{\text{ВХ}}(t) = U_m\Big[J_0(m)\cos\omega_0 t + \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_\nu(m)\cos(\omega_0 + \nu\Omega)t + \\ + \sum_{\nu=-\infty}^{\infty}(-1)^\nu J_\nu(m)\cos(\omega_0 - \nu\Omega)t. \end{aligned} \tag{7}$$

З (7) випливає, що в спектрі сигналу тактової синхронізації присутня нескінченна кількість бічних коливань з частотами $\omega_T + \nu\Omega$ і $\omega_T - \nu\Omega$, початкові фази яких співпадають, якщо ν – парне число, і відрізняються на 180°, якщо ν – непарне. Зіставляючи (7) з (1) видно, що після перетворення в СФ всі складові спектра вхідного сигналу тактової синхронізації $\omega_T \pm \nu\Omega$ з парними значеннями порядку ν, кратні частотам $\omega \pm kN\omega_k$, на частоті ω на виході СФ будуть додаватися, а всі складові спектра $\omega_T \pm \nu\Omega$ з непарними значеннями порядку ν, кратні частотам $\omega \pm kN\omega_k$ на частоті ω на виході СФ будуть взаємно компенсуватись. Іншими словами, будь-якому значенню складової з частотою ω на виході СФ відповідає ряд складових на його вході з частотами

$$\omega_T \pm 2\nu\Omega = \omega \pm kN\omega_T,\ \ \nu = 1, 2, 3, \ldots, \tag{8}$$

пропорційні функціям Бесселя порядку 2ν і $\acute{K}(\omega)$, які на виході СФ на частоті ω додаються, або ряд складових на вході СФ з частотами

$$\omega_T \pm (2\nu - 1)\Omega = \omega \pm kN\omega_T,\ \ \nu = 1, 2, 3, \ldots. \tag{9}$$

Пропорційні функціям Бесселя порядку $(2\nu - 1)$ і, які на виході СФ на частоті ω будуть взаємно компенсуватись.

Для випадку $\omega = \omega_k = \omega_T$ найменший порядок парних або непарних складових вхідного сигналу, що впливають на складову з частотою ω_T на виході СФ, може бути визначений з (5), (6) як

$$2\nu_0 \text{ або } 2\nu_0 - 1 = \Big]kN\omega_T / \Omega\Big[=]kNf_T / F[,\ \ k = 1, 2, 3, \ldots, \text{ або} \tag{10}$$

$$2\nu_0 \text{ або } 2\nu_0 - 1 =]kN\omega_T / \omega_Д[=]kNmf_T / f_Д[,\ \ k = 1, 2, 3, \ldots, \tag{11}$$

де тут і далі]…[позначатимемо операцію взяття цілої частини числа.

В цифрових системах передачі смугу пропускання тракту кабель-коректор обмежують значенням тактової частоти або подвоєним значенням тактової частоти тоді, $m >> 1$ ($m = 10000$) та $f_T >> f_Д >> F$ ($f_T/f_Д = 10000$). Тому найменший порядок парних складових належить інтервалу

$$2\nu_0 \in \big[A_{\min}kN,\ A_{\max}kN\big],\ k = 1, 2, 3, \ldots,\ A = 100, 102, \ldots, 1000 \text{ або} \tag{12}$$

$$2\nu_0 \in \big[B_{\min}kNm,\ B_{\max}kNm\big],\ k = 1, 2, 3, \ldots,\ A = 100, 102, \ldots, 1000, \tag{13}$$

а найменший порядок непарних складових може бути визначено із інтервалу

$$2\nu_0 - 1 \in \left[A'_{\min} kN,\ A'_{\max} kN\right],\ k = 1, 2, 3, \ldots,\ A' = 1001, 1003, \ldots, 9999 \text{ або} \quad (14)$$

$$2\nu_0 - 1 \in \left[B'_{\min} kNm,\ B'_{\max} kNm\right],\ k = 1, 2, 3, \ldots,\ A = 100, 102, \ldots, 1000, \quad (15)$$

Аналіз формул (12-15) показує, що на частоті $\omega_T = \omega_k$ в спектрі вихідного сигналу при будь-яких значеннях K, N і будь-яких цілих значеннях m (для виключення випадку $J_\nu(m) = 0$, що тягне за собою відсутність несучого коливання на частоті ω_T в спектрі вхідного сигналу) слід враховувати вплив або тільки парних складових (12 і 13) або парних або непарних складових спектра вхідного сигналу (14 і 15). При цьому найбільший внесок, за інших рівних умов, будуть вносити парні складові відповідні коефіцієнтам A_{min} або B_{min}, пропорційні, в даному випадку, функцій Бесселя найменшого порядку.

Практична ширина смуги частот у якій перебуває сигнал тактової синхронізації з урахуванням фазового тремтіння при $m >> 1$ дорівнює [3]

$$\Delta f_{CTC} \approx 2m\Omega = 2\omega_B, \quad (16)$$

найменший порядок парних і непарних складових спектра вхідного сигналу, що впливають на складові з частотами $\omega_T \pm \nu\Omega$ на виході СФ, буде лежати в загальному випадку в інтервалі

$$2\nu_0 \text{ або } 2\nu_0 - 1 \in \left[D_{\min} kN \pm \nu,\ D_{\max} kN \pm \nu\right], \quad (17)$$
$$\text{при } k = 1, 2, 3, \ldots,\ \nu = 0, 1, 2, 3, \ldots, m,\ D \in \left[1000, 10000\right] \text{ або}$$

$$2\nu_0 \text{ або } 2\nu_0 - 1 \in \left[D'_{\min} kN \pm \nu,\ D'_{\max} kN \pm \nu\right], \quad (18)$$
$$\text{при } k = 1, 2, 3, \ldots,\ \nu = 0, 1, 2, 3, \ldots, m,\ D' \in \left[100, 1000\right].$$

Найбільший внесок у складові спектра вихідного сигналу вносять спектральні складові вхідного сигналу при мінімальних значеннях N і m. Згідно (1) напругу на виході СФ в обраній смузі пропускання може бути представлено у вигляді

$$U_{ВИХ}(t) = U_{ВИХ.ОСН}(t) + U_{ВИХ.ДОД}(t),$$

де основна складова вихідної напруги з врахуванням виразу (5) у вигляді комплексного ряду Фур'є

$$U_{BX}(t) = U_m \cdot \mathrm{Re}\left\{ e^{j\omega_0 t} \cdot \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_\nu(m) e^{j\nu\Omega t} \right\}, \quad (19)$$

можна записати

$$U_{ВИХ.ОСН}(t) = U_m \cdot \mathrm{Re}\left\{ e^{j\omega_0 t} \cdot \sum_{\nu=-m}^{m} J_\nu(m) \left|K(\omega_0 + \nu\Omega)\right| e^{j[\nu\Omega t + \varphi(\nu\Omega)]} \right\}, \quad (20)$$

Максимальне значення додаткової складової визначимо для $D'_{min} = 10$. При цьому $U_{ВИХ.ДОД}(t)$ буде являти собою суму ($2m + 1$) доданків, кожен з яких складається з нескінченного числа перетворених в СФ пар складових вхідного сигналу, що впливають на складові $\omega_0 \pm \nu\Omega$ в спектрі вихідного сигналу. Обмежившись значенням ν дорівнює кількості m спектральних складових, що потрапляють в половину смуги пропускання ($\nu = m$), після згортання рядів в більш компактну форму отримаємо значення додаткової складової вихідної напруги у вигляді [4]

$$U_{ВИХ.ДОД}(t) = U_m \cdot \mathrm{Re}\left\{e^{j\omega_0 t}\left\{\sum_{\nu=-1}^{\infty} J_{10kNm}(m)\left|K(\dot{\omega}_0)\right|e^{j10kNm\Omega t} + \right.\right.$$

$$+\sum_{\nu=1}^{m}\sum_{k=1}^{\infty} J_{10kNm+\nu}(m)\left|K(\omega_0+\nu\Omega)\right|e^{j\left[(10kNm+\nu)\Omega t-\varphi(\omega_0+\nu\Omega)\right]} +$$

$$+(-1)^{\nu}\sum_{k=1}^{\infty} J_{10kNm-\nu}(m)\left|K(\omega_0+\nu\Omega)\right|e^{j\left[-(10kNm-\nu)\Omega t-\varphi(\omega_0+\nu\Omega)\right]} + \quad (20)$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty} J_{10kNm-\nu}(m)\left|K(\omega_0-\nu\Omega)\right|e^{j\left[(10kNm-\nu)\Omega t+\varphi(\omega_0-\nu\Omega)\right]} +$$

$$\left.+(-1)^{\nu}\sum_{k=1}^{\infty} J_{10kNm+\nu}(m)\left|K(\omega_0-\nu\Omega)\right|e^{j\left[-(10kNm+\nu)\Omega t+\varphi(\omega_0-\nu\Omega)\right]}\right\}$$

Враховуючи, що $|\mathrm{Re}\, n| \le |n|$, $|a–b| \le |a|+|b|$, $|e^{\pm j\nu(\omega_0 \pm \nu\Omega)}| \le 1$, а також (4) отримаємо із (20) верхню оцінку додаткової складової вихідної напруги:

$$U_{ВИХ.ДОД}(t) = 2\left|U_m\right| \cdot \left\{\sum_{\nu=-1}^{m}\ \sum_{k=-1}^{\infty}\left|J_{10kNm+\nu}(m)\right|\right\}. \quad (21)$$

Функції Бесселя для цілих значень $10kNm \pm \nu$ можуть бути представлені:

$$J_{10kNm\pm\nu}(m) = \sum_{i=0}^{\infty}(-1)^{\nu}\frac{\left(\frac{m}{2}\right)^{10kNm\pm\nu+i}}{(10kNm\pm\nu+i)!}\cdot\frac{\left(\frac{m}{2}\right)^{i}}{i!}. \quad (22)$$

Тоді має місце оцінка

$$\left|U_{ВИХ.ДОД.}(t)\right| \le 2\left|U_m\right|\sum_{\nu=-m}^{m}\ \sum_{k=1}^{\infty}\left|\sum_{i=0}^{\infty}(-1)^{\nu}\frac{\left(\frac{m}{2}\right)^{10kNm+\nu+i}}{(10kNm+\nu+i)!}\cdot\frac{\left(\frac{m}{2}\right)^{i}}{i!}\right|. \quad (23)$$

Внутрішня сума в (23) являє собою ряд Лейбніцівського типу, залишок якого за абсолютною величиною не перевищує значення першого члена. Отже,

$$\left|U_{ВИХ.ДОД}(t)\right| \le 2\left|U_m\right|\sum_{\nu=-m}^{m}\ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{m}{2}\right)^{10kNm+\nu}}{(10kNm+\nu)!}. \quad (24)$$

Згідно формулі Стірлінга [4]

$$(10kNm \pm \nu)^{10kNm \pm \nu} \cdot e^{-(10kNm \pm \nu)} \cdot \sqrt{2\pi(10kNm \pm \nu)} < (10kNm \pm \nu)! \qquad (25)$$

Тому

$$\left|U_{ВИХ.ДОД}(t)\right| \le \sqrt{\frac{2}{\pi m(10N-1)}} \cdot \left|U_m\right| \cdot \sum_{\nu=-m}^{m} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{m \cdot e}{2(10Nm+\nu)}\right]^{10kNm+\nu}.$$

Звертаючи нескінченно спадаючу геометричну прогресію, отримуємо

$$\left|U_{ВИХ.ДОД}(t)\right| \le 2\sqrt{\frac{2}{\pi m(10N-1)}} \cdot \left|U_m\right| \cdot \sum_{\nu=-m}^{m} \left[\frac{m \cdot e}{2(10Nm+\nu)}\right]^{10Nm+\nu}. \qquad (26)$$

Ряд в (26) являє собою кінцеву суму (число доданків дорівнює $2m$) нескінченно малих величин, що згасають, найбільша з яких дорівнює $[e/2(10N\text{-}10]^{(10N\text{-}1)}$. Сума всіх членів цього ряду не перевищить значення

$$\sum_{\nu=-m}^{m} \left[\frac{m \cdot e}{2(10Nm+\nu)}\right]^{10Nm+\nu} < 2m \cdot \left[\frac{e}{2(10N-1)}\right]^{(10N-1)m}. \qquad (27)$$

Підставляючи (27) в (26) остаточно знаходимо, що

$$\left|U_{ВИХ.ДОД}(t)\right| \le 4m\sqrt{\frac{2}{\pi m(10N-1)}} \cdot \left[\frac{e}{2(10N-1)}\right]^{(10N-1)m} \cdot \left|U_m\right|. \qquad (28)$$

З виразу (28) випливає, що для мінімально можливих значень $N = 3$, $m = 1$ та $D'_{min} = 10$ найбільша з можливих оцінок додаткової складової вихідної напруги є нескінченно малою величиною.

Висновки

Результати дослідження проходження сигналу тактової синхронізації через ідеалізовані синхронні фільтри підтверджують можливість їх використання у пристроях тактової синхронізації цифрових систем передачі.

Синхронний фільтр можна застосувати в якості слідкуючого фільтра в пристроях тактової синхронізації за наступних умов: повільне відхилення миттєвої частоти сигналу тактової синхронізації від номінального значення і закінчення перехідних процесів у синхронному фільтрі за період часу, протягом якого відбуваються дані відхилення.

1. *Гольдгефтер В.И.* Идеализированные многоканальные синхронно-фазовые фильтры с модуляторами напряжения или тока /В кн. Отбор и передача информации, вып 18. - К.: Наукова думка, 1969. - С. 64-71.

2. *Лейхтер Л.Е.* Расчет гребенчатых фильтров-накопителей импульсных сигналов. – М.: Сов. *радио, 1972. – 256с.*

3. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высш. шк. 1988. – 448с.

4. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров (Определения, теоремы, формулы). – М.: Наука, 1984. – 831с.

Поступила 13.10.2016р.