

Яцишин, В.О. Ковач, В.О. Артемчук, Є.Б. Краснов // International Scientific Journal Acta Universitatis Pontica Euxinus. Special edition. – 2017. – Vol. 1. – P.129-134.

14. Лисиченко Г.В. Розробка комп'ютерної системи екологічного моніторингу атмосферного повітря в зонах впливу техногенних об'єктів / Г.В. Лисиченко, О.О. Попов, А.В. Яцишин, В.О. Артемчук // Матеріали II Міжнародної науково-практичної конференції «Екологічна безпека як основа сталого розвитку суспільства. Європейський досвід і перспективи» (м. Львів, 4-6 листопада 2015 р.). – Львів: ЛДУБЖД, 2015. – С.211-214.

15. Яцишин А.В. Використання інформаційних технологій в задачах управління екологічною безпекою / А.В. Яцишин, О.О. Попов, В.О. Артемчук // Праці Одеського політехнічного університету. – 2013. – Вип. 2(41). – С.289-294.

16. Попов О.О. Розробка структури картографічної підсистеми комплексного екологічного моніторингу АЕС України / О.О. Попов // Матеріали третьої міжнародної конференції «Хімічна і радіаційна безпека: проблеми і рішення», (м. Київ, 19-22 травня 2015 р.). – К.: ДУ ПГНС НАН України, 2015. – С.41.

Поступила 1.10.2018р.

УДК 621.671

С.Д. Косторной, Сумы
А.С. Косторной, Сумы
А.Ю. Хатунцев, Сумы
А.О. Бондарев, Сумы

МОДЕЛИРОВАНИЕ 3D ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ В ЭЛЕМЕНТАХ ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОС МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Abstract. The simulation of the ideal fluid vortex flow in the centrifugal pump stage has been performed in order to improve the power and dynamic characteristics at the designing stage. The instantaneous streamline and vortex field in the hydraulic part were calculated. The constructed vortex field allows to evaluate the losses due to friction on the surface and vortex dissipation in the flow.

Введение

Основоположником вихревых методов является метод дискретных вихрей для моделирования течений идеальной жидкости [1 – 3]. Метод был успешно применен для расчетов нестационарного обтекания тел со сходом вихревого следа на острых краях [4].

При моделировании течения жидкости в различных каналах, или замкнутых пространствах, вихревое распределение обычно считается конечным и распределенным на внутренней границе, на которой имеется тангенциальный разрыв вектора скорости. Величина скачка тангенциальной

© С.Д. Косторной, А.С. Косторной, А.Ю. Хатунцев, А.О. Бондарев 65

скорости определяется из интегрального уравнения, которое обеспечивает условие отсутствия течения через поверхность тела.

Постановка задачи

Решается прямая 3D задача течения в центробежном насосе с учетом взаимного влияния элементов проточной части. Задача решается в дискретные моменты времени. Используется модель вихревой идеальной несжимаемой жидкости для стационарного течения:

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \mathbf{grad} \, p,$$

$$\mathbf{div} \mathbf{V} = 0,$$

Рассматривается течение в ступени центробежного насоса.

Граничные условия:

– на поверхности проточной части S в контрольных точках с радиус-векторами \mathbf{r}_i , записанное в виде:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_i) = 4\pi \cdot f(\mathbf{r}_i), \quad (1)$$

где

$f(\mathbf{r}_i) = 0$, на неподвижной поверхности;

$f(\mathbf{r}_i) = U_n$, на подвижной поверхности – проекция скорости движения поверхности S на нормаль к поверхности;

$f(\mathbf{r}_i) = V_{1n}(\mathbf{r}_i)$, известное распределение нормальной скорости во входном сечении, соответствующее заданному расходу;

– на выходе – условие свободного течения («opening»), так как предполагаем возвратные течения.

Алгоритм решения прямой задачи методом граничных элементов

Внутреннюю поверхность проточной части, входное и выходное сечения представим непрерывной системой граничных элементов – вихревых рамок [5, 6].

Поле возмущенных скоростей в произвольной точке проточной части и в контрольных точках \mathbf{r}_0 на поверхности S определяется по формуле:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_0) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \mathbf{W}_i(\mathbf{r}_0), \quad (2)$$

где

N – общее количество рамок,

γ_i – интенсивность i -ой вихревой рамки,

$\mathbf{W}_i(\mathbf{r}_0)$ – вектор скорости, индуцируемый i -ой вихревой рамкой в точке

радиусом вектором \mathbf{r}_0 .

В вихревой модели скорость от вихревой рамки вычисляется как поверхностный интеграл от вихревого диполя \mathbf{Y} [7, 8], равномерно распределенного по площади рамки S :

$$\mathbf{W}^B(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{3[\mathbf{Y} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)] - \mathbf{Y}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^5} ds .$$

Для вихревой модели

$$\mathbf{rot} \mathbf{W}^B(\mathbf{r}_0) = \int_S \mathbf{Y} \times \nabla \delta(\mathbf{r}) ds \neq 0, \quad \mathbf{div} \mathbf{W}^B(\mathbf{r}_0) = 0 .$$

Если ввести матрицу:

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\} = \{\mathbf{W}_i(\mathbf{r}_{0j})\}, \quad i, j = 1..N$$

и вектор – матрицы:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \dots \\ \gamma_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4\pi \cdot F(r_{01}) \\ 4\pi \cdot F(r_{02}) \\ \dots \\ 4\pi \cdot F(r_{0N}) \end{bmatrix},$$

тогда (1) запишется в виде

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} = \mathbf{B} . \tag{3}$$

Равенство (3) рассматривается как система линейных алгебраических уравнений и используется для определения интенсивностей вихревых рамок $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N$ на S .

Определив интенсивности неизвестных гидродинамических особенностей, по формуле (2) рассчитывается поле скоростей в любой точке проточной части, в том числе и в контрольных точках на твердых поверхностях.

Результаты

Некоторые результаты численного эксперимента, выполненного в программном обеспечении собственной разработки на основе метода гидродинамических особенностей [5, 6], представлены на рис. 1 – 3.

Построенное вихревое поле $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{rot} \mathbf{V} \neq 0$ позволяет оценить потери трения на поверхности и потери энергии из-за диссипации вихрей.

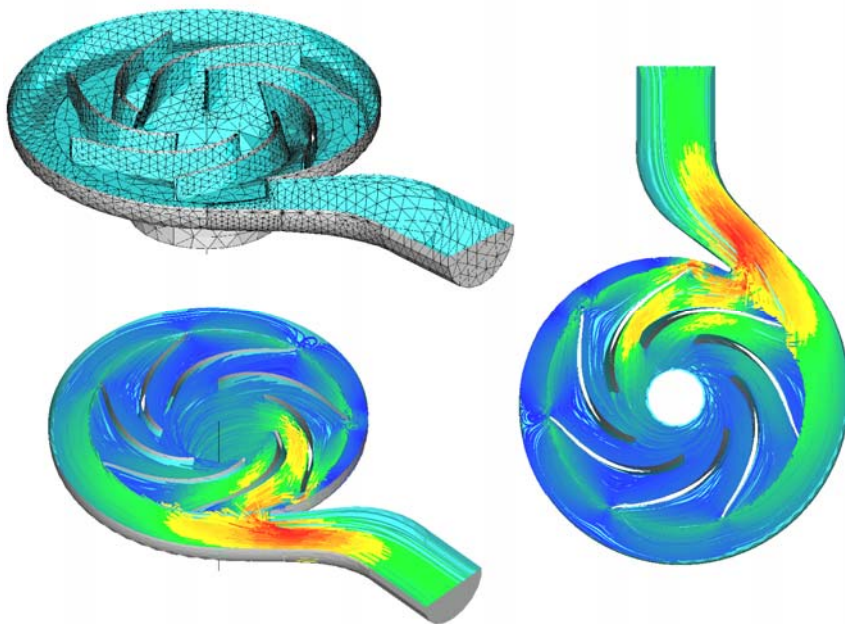


Рис. 1. Расчетная сетка и линии тока в центробежном насосе со спиральным отводом

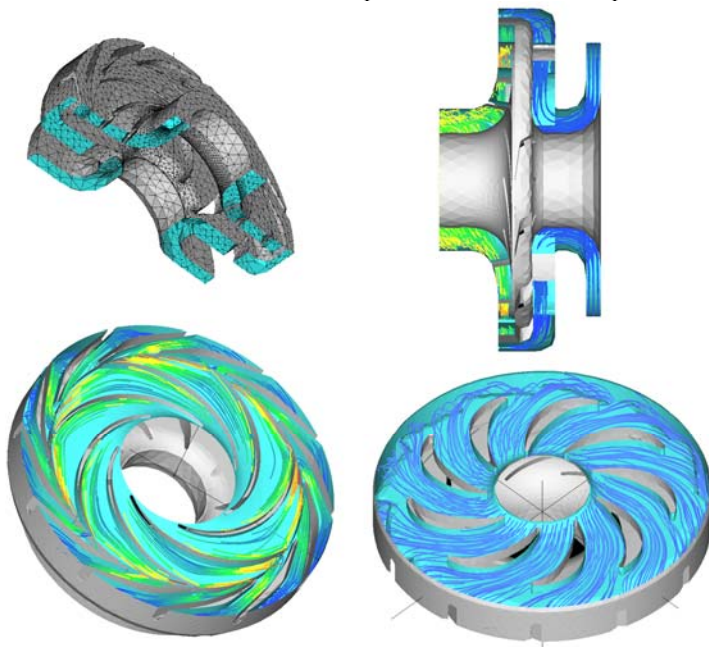


Рис. 2. Расчетная сетка и линии тока в ступени центробежного насоса

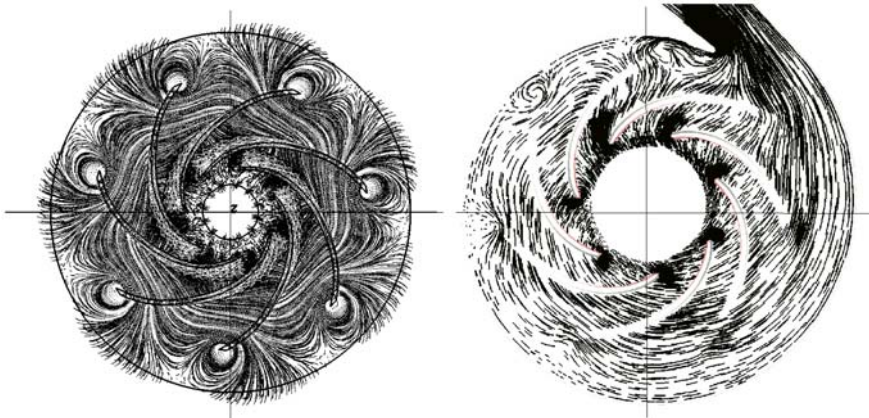


Рис. 3. Расчетные вихревые линии в продольном сечении рабочего колеса и спиральном отводе центробежного насоса

Расчет напряжения трения

В работах [8, 9] показано, что сила \mathbf{F} , действующая на обтекаемую поверхность при отсутствии иных сил, действующих на жидкость, связана с гидродинамическим импульсом \mathbf{I} формулой:

$$\mathbf{F} = -\frac{d\mathbf{I}}{dt} - \rho \frac{d}{dt} \oint \mathbf{r} \times (\mathbf{V} \times \mathbf{n}) dl, \quad (4)$$

где гидродинамический импульс

$$\mathbf{I} = \rho \int_s \rho \times \boldsymbol{\Omega} ds.$$

Дифференцируя (4) получим в случае равномерного поступательного движения тела при выполнении условия прилипания

$$\mathbf{F} = -\rho \int_l \mathbf{r} \times \mathbf{J} dl - \rho \int_{\Gamma} \mathbf{V}_d \times d\Gamma.$$

Первое слагаемое представляет собой результирующую сил давления, второе – сил трения. Напряжение трения τ_w выражается формулой

$$\tau_w(l) = -\rho \int_{\Gamma} \mathbf{I}_w \mathbf{r}(l), \mathbf{r}(\Gamma) \times d\Gamma.$$

На рис. 4 изображено изменение суммарной энергии силы трения (силы сопротивления) за единицу времени, действующей на рабочее колесо в зависимости от расхода. Потери энергии уменьшаются с увеличением расхода.

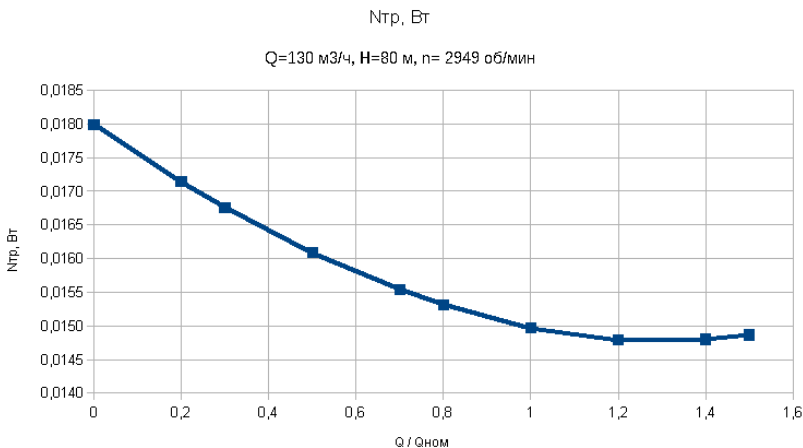


Рис. 4. Изменение суммарной энергии силы трения за единицу времени, действующей на рабочее колесо в зависимости от расхода

Потери энергии из-за диссипации вихрей

Работа всех сил, действующих на массу жидкости в конечном объеме, которая определяется скалярным произведением тензора напряжений и тензора скоростей деформации, для несжимаемой жидкости определяется выражением [10]

$$\begin{aligned}
 N_{\text{дис}} = \mu \int & 2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \\
 & + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 \, J
 \end{aligned} \tag{5}$$

Выражение в правой части (5) всегда положительно, за исключением случая, когда все производные от скоростей по координатам обращаются в ноль. Следовательно, движение вязкой несжимаемой жидкости будет происходить без рассеивания механической энергии лишь в том случае, когда не будет происходить деформаций частиц, т.е. когда жидкость будет перемещаться как твердое тело. Во всех других случаях при движении вязкой несжимаемой жидкости будет происходить потеря механической энергии. Вычитая из правой и левой части (5) соответственно выражение

$$2\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 = 0,$$

и, вводя компоненты вихря, получим

$$N_{\text{duc}} = 4\mu \left(\Gamma_x^2 + \Gamma_y^2 + \Gamma_z^2 \right) - 4\mu \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \quad (6)$$

Умножая левую и правую части (6) на элемент объема dt и проводя интегрирование по всему объёму, получим количество механической энергии, рассеиваемой за единицу времени в конечном объёме τ .

$$\iiint_{\tau} N_{\text{duc}} dt = 4\mu \iiint_{\tau} \left(\Gamma_x^2 + \Gamma_y^2 + \Gamma_z^2 \right) dt - 4\mu \iiint_{\tau} \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) dt$$

Если границы объёма τ будут представлять собой неподвижные твердые стенки, на которых в силу условия прилипания проекция вектора, скорости будут обращаться в ноль, то после интегрирования по частям будем иметь

$$\iiint_{\tau} N_{\text{duc}} dt = 4\mu \iiint_L \left(\Gamma_x^2 + \Gamma_y^2 + \Gamma_z^2 \right) dt \quad (7)$$

Следовательно, при движении несжимаемой жидкости, заключенной в неподвижном объёме, полное количество рассеиваемой механической энергии за секунду будет зависеть только от интенсивности вихрей внутри объёма и будет представлена в виде (7).

На рис. 5 приведен график изменения потерь энергии в единицу времени в исследуемом рабочем колесе в зависимости от расхода вследствие диссипации вихрей. Потери энергии уменьшаются с увеличением расхода.

Выводы

Метод граничных элементов при моделировании макроструктуры потока в элементах проточной части гидравлических машин позволяет получить качественно и количественно удовлетворительные результаты и в общем случае менее ресурсоемкий по сравнению с другими методами CFD моделирования.

Построенное вихревое поле позволяет рассчитать кинематические характеристики течения в проточной части центробежного насоса и интегральные энергетические показатели, такие как напор, суммарные потери трения, потери вследствие диффузии вихрей.

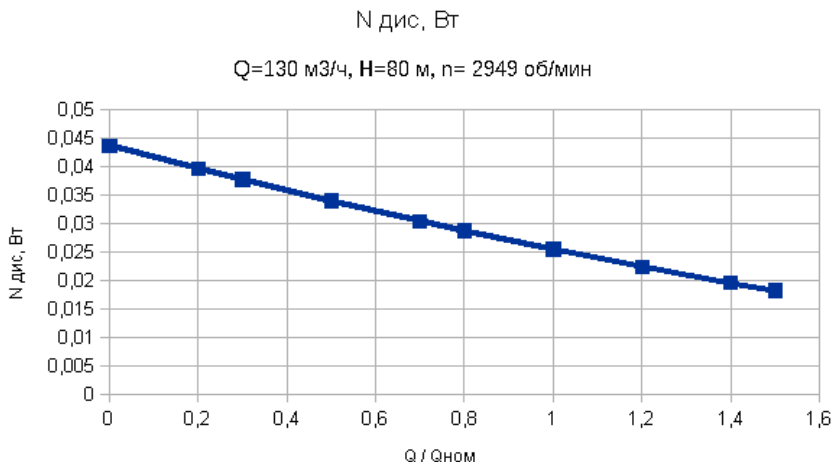


Рис. 5. Потери энергии из-за диссипации вихрей за единицу времени в рабочем колесе центробежного насоса в зависимости от величины расхода

1. *Rosenhead L.* Formation of vortices from a surface of discontinuity / L. Rosenhead // Proc: Roy. Soc. – 1931. – Series A, Vol. 134. – P.170-192.
2. *Моргунов Г.М.* Разработка численного метода пространственного безвихревого потока в гидромашине / Г.М. Моргунов // Тр. МЭИ. Исследование гидромашин. – 1975. – Вып.25. – С.38-49.
3. *Лифанов И.К.* О методе дискретных вихрей / И.К. Лифанов // ПММ. – 1979. – Т. 43. – №1. – С.184-188.
4. *Белоцерковский С.М.* Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. – М.: Наука, 1978. – 351 с.
5. *Косторной С.Д.* Математическое моделирование и расчет трехмерного невязкого течения жидкости в лопастных гидромашине осевого типа с целью определения их силовых и моментных характеристик / С.Д. Косторной, А.К. Давиденко // Вест. Нац. Техн. Ун-та Украины «Киев. политехн. ин-т»: серия «Машиностроение». – 1999. – № 36. – Т. 2. – С.487-494.
6. *Косторной С.Д.* Расчет пространственного потока в рабочем колесе поворотнлопастных гидротурбин осевого типа. Часть 1. – Моделирование пространственного течения / С.Д. Косторной, А.К. Давиденко // Вісник Сумського державного університету. – 1996. – №2(6).–С.41-46.
7. *Сеффмен Ф.Дж.* Динамика вихрей / Ф.Дж. Сеффмен. – М.: Науч. Мир, 2000. – 367 с.
8. *Дынникова Г.Я.* Расчет трехмерных течений несжимаемой жидкости на основе дипольного представления завихренности. // ДАН. 2011. Т. 437, №1. С.35-38.
9. *Андронов П.Р.* Вихревые методы расчёта нестационарных гидродинамических нагрузок / П.Р. Андронов, С.В. Гувернюк, Г.Я. Дынникова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2006. – 184 с.
10. *Косторной С.Д.* Создание замкнутых математических моделей расчета потерь механической энергии в проточной части гидравлических машин. Вестник СумГУ. – Сумы. – 2004. – №2(61). – С.5-13.

Поступила 20.08.2018р.