

В.О. Ковач, Київ

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ НАФТИ ПРИ АВАРІЙНОМУ РОЗЛИВІ У ВОДНОМУ ОБ'ЄКТІ

**Abstract.** In this work a new mathematical model of oil pollution spreading during an accidental spill in the sea has been developed, which allows determining the size and position of the oil film, depending on the initial volume, viscosity and density of spilled oil, water density and time. This model will be the basis for the development of new information and technical methods for the prevention of emergencies associated with oil and petroleum spills in surface water bodies.

### Вступ

В останні роки значно зріс інтерес до дослідження механізму розповсюдження нафти в морському середовищі. Сумарне надходження нафтопродуктів в море в першому наближенні пропорційно обсягу світового нафтовидобутку, що визначає зростаючу небезпеку забруднення моря. Основними джерелами забруднення моря нафтопродуктами є видобуток нафти в морі, морські перевезення нафти і пов'язані з ними операції, винос нафтопродуктів річками, надходження нафти з атмосфери, з індустріальними та побутовими стоками, природне просочування нафти біля берегів морів з великими товщинами донних відкладень і тектонічною активністю. При цьому об'єм нафтопродуктів, що надходять в море внаслідок аварій танкерів і інших суден, становить незначну частину загального обсягу забруднень. Однак забруднення такого типу є найбільш небезпечними, оскільки їх не можна передбачити і вони мають локальний характер при великій потужності, що ускладнює процеси самоочищення і може призводити до порушення екологічної рівноваги [1 – 4].

При плануванні та проведенні робіт по боротьбі з аварійними розливами в морі виникає необхідність прогнозування розповсюдження нафти в морі. Такі прогнози дозволяють, зокрема, попереджати про можливість забруднення нафтою берегової зони, про перетин нафтовою плямою районів інтенсивної господарської діяльності, курсів суден і т.д.

Розповсюдження нафти в морі при аварійних розливах представляє собою складний процес, для описання якого необхідне врахування великої кількості різноманітних факторів. Для випадку миттєвого локального розливу деякого об'єму нафти цей процес схематично можна представити таким чином. Спочатку спостерігається розтікання нафти по поверхні моря під дією сил, обумовлених гравітацією (густина води більше густини нафти, тому нафта «підноситься» над поверхнею моря) і в'язким тертям, а потім – сили, зумовленої поверхневим натягом. Завдання ускладнюється тим, що в процесі розтікання властивості нафти змінюються внаслідок її випаровування і

розчинення у воді. На певному етапі робота сил, обумовлених поверхневим натягом, змінює знак і розтікання припиняється. Подальше збільшення розмірів плівки визначається турбулентним вітром і течією, тобто турбулентною дифузєю. Крім вивчення механізму поширення плями нафти відносно її центра ваги велике значення має дослідження руху, тобто дрейфу плями нафти, який визначається впливом вітру, течії і поверхневого хвилювання [5].

### **Підходи до моделювання розтікання нафтової плівки**

В даний час існує велика кількість підходів до моделювання розтікання нафтової плівки по поверхні моря. У роботах [6, 7] процес розтікання нафтової плівки по поверхні моря представлений у вигляді послідовності трьох фаз: інерційної, гравітаційно-в'язкої і фази поверхневого натягу. На основі такого спрощення процесу розтікання для кожної фази запропонована методика визначення залежності радіуса нафтової плівки від часу. Для інерційної фази ця залежність визначається з наближеної рівності сил, обумовлених горизонтальним градієнтом тиску і інерцією, для гравітаційно-в'язкої фази – з наближеної рівності сил, обумовлених горизонтальним градієнтом тиску і в'язкістю, для фази поверхневого натягу – з наближеної рівності сил, обумовлених в'язкістю і поверхневим натягом.

Слід зазначити, що запропонована методика є досить простою, однак має ряд істотних недоліків, до числа яких можна віднести спрощене трактування основних механізмів розтікання нафти, відсутність чіткого критерію визначення тривалості різних фаз розтікання і т.д.

У роботах [8 – 11] для дослідження розтікання нафтової плівки по поверхні моря запропоновані дво- і тривимірні гідродинамічні моделі, що представляють собою системи нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних. Однак розв'язання цих рівнянь є дуже складним внаслідок їх нелінійності і наявності вільної межі. Тому виникає необхідність розробки досить простої математичної моделі, яка описує основні механізми розповсюдження нафти в морі і придатної для практичного використання. Найбільш перспективним є підхід, при якому основні параметри і рівняння усереднюються по товщині плівки.

### **Постановка задачі і метод вирішення**

Розглянемо процес розтікання нафтової плівки, що утворюється при аварійному розливі нафти в море. Припустимо, що розтікання нафтової плівки по поверхні моря відбувається під дією сил, обумовлених гравітацією і в'язким тертям. Основними характеристиками нафтової плівки вважатимемо її радіус і товщину. Тоді, використовуючи рівняння збереження маси для елементарного об'єму нафтової плівки і рівняння руху, математичну модель даного процесу у вісесиметричному випадку можна представити у вигляді рівняння збереження маси

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(ruh)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

і рівняння руху

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -g\delta \frac{\partial h}{\partial r} - \frac{\tau}{\rho_o h}, \quad (2)$$

де  $h$  – товщина нафтової плівки;  $u$  – усереднена по товщині плівки швидкість руху;  $\tau$  – дотична напруга на нижній межі плівки;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\delta = (\rho_w - \rho_o) / \rho_o$ ;  $\rho_w, \rho_o$  – густина води та нафти відповідно;  $r$  – радіальна координата;  $t$  – час.

Оскільки процес розповсюдження нафтової плівки відбувається повільно, можна знехтувати прискоренням руху в ній і спростити рівняння руху. Тоді, вважаючи

$$\tau = \frac{\mu u}{h},$$

з рівняння (2) отримуємо

$$u = -\frac{\rho_o \delta g h^2}{\mu} \cdot \frac{\partial h}{\partial r},$$

де  $\mu$  – в'язкість нафти.

Підставляючи отриманий вираз для  $u$  в рівняння (1), отримуємо

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial h^4}{\partial r} \right), \quad (3)$$

де  $\alpha = \frac{\rho_o \delta g}{4\mu}$ .

Початковий розподіл плівки представимо у вигляді зосередженого миттєвого джерела:

$$h(r, 0) = 0 \text{ при } r \neq 0, \quad 2\pi \int_0^{\infty} h(r, 0) r dr = V_0, \quad (4)$$

де  $V_0$  – початковий об'єм розлитої нафти.

Приймемо наступну граничну умову:

$$h(\infty, t) = 0, \quad t \geq 0. \quad (5)$$

Аналіз розмірностей, виконаних в [12], показує, що розв'язок задачі (3) – (5) є автомодельним і залежить від величин  $t, \tau, \alpha, V_0$ . Розв'язок задачі (3) – (5)

будемо шукати у вигляді:

$$h(r, t) = \psi(t)f(\xi), \quad \xi = \frac{r}{\phi(t)}. \quad (6)$$

Підставляючи вираз (6) в рівняння (3), будемо мати наступне:

$$\frac{\phi^2 f}{\alpha \psi^4} \cdot \frac{d\psi}{dt} - \frac{\phi' \phi \xi}{\alpha \psi^3} \cdot \frac{df}{d\xi} = \frac{1}{\xi} \cdot \frac{d}{d\xi} \left( \xi \frac{df^4}{d\xi} \right). \quad (7)$$

З аналізу розмірностей маємо, що

$$\psi(t) = 4 \sqrt[4]{\frac{V_0}{2\pi\alpha t}}, \quad \phi(t) = 8 \sqrt[8]{\frac{V_0^3 \alpha t}{8\pi^3}}.$$

З рівняння (7) отримемо звичайне диференціальне рівняння відносно функції  $f(\xi)$ :

$$\frac{d^2 f^4}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{df^4}{d\xi} + \frac{\xi}{8} \cdot \frac{df}{d\xi} + \frac{f}{4} = 0. \quad (8)$$

Помножуючи обидві частини рівняння (8) на величину  $\xi$ , отримемо рівняння в повних диференціалах:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \xi \frac{df^4}{d\xi} + \frac{\xi^2}{8} f \right) = 0. \quad (9)$$

Зі співвідношення (4) маємо, що

$$2\pi \int_0^{\infty} h(r, t) r dr = \text{const} = V_0 \quad (10)$$

при довільному значенні  $t$ . З врахуванням умов (4) та (6) з виразу (10) отримемо, що

$$\int_0^{\infty} \xi f(\xi) d\xi = 1, \quad f(\infty) = 0. \quad (11)$$

Проінтегрувавши рівняння (9) на відрізок  $[0, \xi]$ , отримемо наступну рівність:

$$\xi \frac{df^4}{d\xi} + \frac{\xi^2}{8} f = 0,$$

інтегрування якого з врахуванням другої умови (11) дає загальний розв'язок

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3}}{4} \sqrt[3]{\xi_0^2 - \xi^2}, & \xi \leq \xi_0, \\ 0, & \xi \geq \xi_0. \end{cases}$$

Використовуючи першу умову в (11), визначимо константу  $\xi_0$ :

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{4} \int_0^{\xi_0} \xi \cdot \sqrt[3]{\xi_0^2 - \xi^2} d\xi = 1.$$

Звідси знаходимо, що  $\xi_0 = \frac{4}{\sqrt[8]{162}}$ .

Таким чином, розв'язок задачі (3) – (5) можна представити в остаточному вигляді:

$$h(t) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3}}{4} \cdot 4 \sqrt[4]{\frac{V_0}{2\pi\alpha t}} \cdot \sqrt[3]{\xi_0^2 - r^2} \cdot 4 \sqrt[4]{\frac{8\pi^3}{V_0^3\alpha t}}, & r \leq r_k(t); \\ 0, & r \geq r_k(t). \end{cases} \quad (12)$$

З розв'язку (12) маємо, що в кожний момент часу нафтова плівка має кінцевий радіус  $r_k(t)$ , який визначається співвідношенням

$$r_k(t) = \xi_0 \cdot \sqrt[8]{\frac{V_0^3\alpha t}{8\pi^3}}. \quad (13)$$

Для нафтової плівки максимальної товщини отримаємо вираз

$$h(0,t) = \frac{\sqrt[3]{3}}{4} \cdot 4 \sqrt[4]{\frac{V_0}{2\pi\alpha t}} \cdot \sqrt[3]{\xi_0^2}. \quad (14)$$

## Висновки

Таким чином, розроблено нову математичну модель розповсюдження нафтового забруднення при аварійному розливі у морі, яка дозволяє визначати розміри та положення нафтової плівки в залежності від початкового об'єму, в'язкості та густини розлитої нафти, густини води та часу.

Дана модель буде покладена в основу розробки нових інформаційно-технічних методів попередження надзвичайних ситуацій, пов'язаних із розливами нафти та нафтопродуктів у поверхневих водних об'єктах. Використання даних методів дозволить здійснювати превентивний прогноз таких надзвичайних ситуацій, що, в свою чергу, підвищить ефективність заходів їх запобігання та ліквідації наслідків. На основі інформаційно-технічних методів буде розроблено комп'ютерну систему підтримки прийняття рішень для розв'язання актуальних задач при аварійних розливах нафти у водах Світового океану.

1. *Воробьев Ю.Л.* Предупреждение и ликвидация аварийных разливов нефти и нефтепродуктов. – 2-е изд., стереотипное / Ю.Л. Воробьев, В.А. Акимов, Ю.И. Соколов. – М.: Институт риска и безопасности, 2007. – 368 с.
2. Техника и технологии локализации и ликвидации аварийных разливов нефти и нефтепродуктов: справочник / И.А. Мерициди, В.Н. Ивановский, А.Н. Прохоров и др.; под ред. И.А. Мерициди. – СПб.: НПО «Профессионал», 2008. – 824 с.
3. *Яковлев В.В.* Нефть, газ, последствия аварийных ситуаций / В.В. Яковлев. – СПб.: СПбГПУ, 2003. – 414 с.
4. *Ковач В.О.* Аналіз надзвичайних ситуацій, пов'язаних із розливами нафти внаслідок аварій танкерів та інших суден / В.О. Ковач // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ ім Г.Є. Пухова НАН України. – Київ, 2016. – Вип. 77. – С.73-82.
5. *Ковач В.О.* Розробка математичних засобів для оцінки рівня забруднення поверхні моря в результаті розливу нафти / В.О. Ковач // Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції «Теорія і практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій» (м. Черкаси, 19 – 20 травня 2016 р.). – Черкаси: ЧПБ ім. Героїв Чорнобиля НУЦЗ України, 2016. – С.63-65.
6. *Fay J.A.* Physical processes in the spread of oil on a water surface / J.A. Fay // Proceedings of Joint Conference On Prevention And Control Of Oil Spills. – Washington, D.C.: The American Petroleum Institute, 1971. – P.463-467.
7. *Fay J.A.* The spread of oil slicks on a calm sea / J.A. Fay // Oil on the sea. – New York: Plenum Press, 1969. – P.53-63.
8. *Монин А.С.* Явления на поверхности океана / А.С. Монин, В.П. Красицкий. – Л.: Гидрометеиздат, 1985. – 375 с.
9. *Озмидов Р.В.* Диффузия примесей в океане / Р.В. Озмидов. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 280 с.
10. *Yapa P.D.* Oil spill processes and model development / P.D. Yapa // Journal of Advanced Marine Technology. – 1994. – P.1-22.
11. *Hess K.W.* A Model to Forecast the Motion of Oil on the Sea / K.W. Hess, C.L. Kerr // Proceedings of the Oil Spill Conference. – 1979. – P.653-663.
12. *Баренблатт Г.И.* Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Теория и приложения к геофизической гидродинамике; 2-е изд., перераб. и доп. / Г.И. Баренблатт. – Л.: Гидрометеиздат, 1982. – 256 с.

*Поступила 17.09.2018р.*