(формування «зелених» тарифів та використання «зелених» аукціонів) / Інформаційна довідка, підготовлена Європейським інформаційно-дослідницьким центром [Електронний ресурс]: [сайт]: Режим доступу: http://euinfocenter.rada.gov.ua/ (Дата звернення: 29.10.19), 8 с.

http://doi.org/10.5281/zenodo.3859667

Поступила 16.09.2019р.

УДК 621.3

Є.А. Коломієць, Київ

ЗАГАЛЬНЕ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ МАСИ ТРУБОПРОВІДНИХ СИСТЕМ У ВИХІДНІЙ ПОСТАНОВЦІ

Abstract. The problem of optimizing the mass of pipeline systems is considered. Mathematical conditions are formulated for solving the problem of determining the pipe diameters optimal by weight for a given distribution of costs.

Оптимізація маси трубопровідних систем є глобальною проблемою, актуальною для багатьох галузей промисловості та народного господарства, пов'язаних з проектуванням, будівництвом та модернізацією розподільчих трубопровідних систем. Від вирішення цієї задачі залежить вартість і надійність, як масштабних енергетичних комплексів, так і окремих машин. Особливо вона актуальна для авіаційної та енергетичної галузей.

Вихідні залежності для оптимізації маси трубопровідних мереж стислого в'язкого газу

Розглянемо задачу мінімізації маси трубопровідної мережі невагомої стисливої рідини при зафіксованих витратах, граничних тисках, температурі, коефіцієнтах гідравлічних опорів, товщині і матеріалі стінки труби.

Отже, теоретичні аспекти роботи мають будуватись на таких наукових галузях, як Термодинаміка, Прикладна газова динаміка та Гідравліка.

У якості вихідних фізичних співвідношень візьмемо відому з газової динаміки (наприклад [1 – 4]) залежність для визначення втрат тиску в трубі постійного перетину (1) і очевидну формулу для розрахунку маси труби (2).

$$\lambda \frac{l}{d} = 2\,ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + \frac{F^2}{RTG^2}\left(P_1^2 - P_2^2 \right), \tag{1}$$

$$M = \pi d l \rho \delta, \tag{2}$$

Тепер можна визначитись з параметрами та змінними, необхідними для опису фізичних і технологічних процесів (табл. 1).

Таблиця 1

Сукупність параметрів і змінних задачі

Sym	Розмірність	Зміст, назва
λ	1	Коефіцієнт тертя для в'язкої рідини
l	м	Еквівалентна довжина труби
L	м	Геометрична довжина труби
d	м	Діаметр труби
F	м^2	Площа перетину труби
G	кг/с	Масова витрата газу у трубі
ρ	кг/м^3	Масова щільність матеріалу труби
δ	м	Товщина стінки труби
M	м	Маса відрізку труби
R	Дж/(кг·К)	Газова стала, для повітря R=287.1
P	Н/м^2	Абсолютний тиск повітря у трубі
ξ		Коефіцієнт місцевих втрат тиску
X	(Н/м^2)^2	$X = P^2$ – функція тиску

$$\lambda \frac{l}{d} = 2\,ln\left(\frac{X_2}{X_1}\right) + \frac{F^2}{RTG^2}(\,X_1 - X_2\,),\ M = \pi dl\rho\delta, \qquad (3)$$

$$M = \pi dl\rho\delta, l = L + \xi\frac{d}{\lambda} \qquad (4)$$

Використаємо формули (3) і (4) для побудови розв'язку ряду задач, потрібних для представлення властивостей об'єкту оптимізації.

Визначення діаметру d і маси M труби при відомих тисках на її кінцях

Приводимо формулу (3) до стандартного виду рівняння відносно змінної d. Інші елементи формули ввійдуть до коефіцієнтів рівняння. Шляхом перетворень одержимо наступне рівняння (5) з коефіцієнтами (6, 7, 8):

$$Ad^5 + Bd - C = 0, \qquad (5)$$

$$A = \pi^2\frac{X_1 - X_2}{16RTG^2}, B = \frac{ln\,X_2}{X_1}, C = \lambda l \qquad (6)$$

Формули (1 – 4) показують наявність однозначної залежності діаметра і маси відрізка труби від перепаду тисків при заданій витраті. У силу цього, розглянуту оптимізаційну задачу можна ставити, як пошук поля оптимальних тисків у вузлах мережі з наступним визначенням діаметрів.

Таким чином, для знаходження діаметру d окремого відрізку нерозгалуженої труби довжиною l, яка пропускає масову витрату G повітря при заданих значеннях тиску на її кінцях, треба розв'язати рівняння (5) п'ятого порядку.

Після знаходження діаметру можна розрахувати масу M відрізку труби по наведеним вище формулам (2) та (4).

Процедура розв'язку задачі (5) числовими методами оформлюється окремо підпрограмою, назвемо її DM_{xy}, де х і у – номери кінцевих вузлів.

Визначення тиску X2 на виході труби при відомому тиску X1 на її вході

Приводимо формулу (3) до стандартного виду рівняння відносно змінної X_2. Інші елементи формули ввійдуть до коефіцієнтів рівняння. Шляхом перетворень одержимо наступне рівняння (7) з коефіцієнтами (8):

$$ln\, X_2 - DX_2 + F = 0, \tag{7}$$

$$D = \frac{\pi^2 d^4}{16RTG^2}, E = DX_1, F = -ln\, X_1 + E - \lambda \frac{l}{d} \tag{8}$$

Таким чином, для знаходження тиску на виході відрізку нерозгалуженої труби довжиною l, яка пропускає витрату G газу при заданому значенні тиску, треба розв'язати логарифмічне рівняння (7). При потребі можна перейти від функції тиску X до фактичних значень:

$$P = \sqrt{X}, \tag{9}$$

Процедура розв'язку задачі (7) числовими метода оформлюється окремо підпрограмою, назвемо її P_{xy}, де х і у – номери кінцевих вузлів.

Визначення похідної *dM/dX*

Похідна потрібна для використання при побудові оптимізаційного алгоритму.

Використовуємо базові залежності (1, 2) та (3, 4), змінивши компоновку формул відповідно до умов задачі. Змінні M і X_2 мають бути виділені (кольором або місцем розташування). Також необхідно ввести M до рівняння енергії (3).

Розглянемо третю частину рівняння (3) і змінимо її форму завдання на більш детальну. Розкладемо на неподільні параметри всі складні змінні. Також для введення у формулу (3) змінної М, додаємо до формули (4) множник, який дорівнює 1.

$$1 = \frac{M}{\pi d l \rho \delta}, \tag{10}$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4}, \tag{11}$$

Після підстановки (10) у (11) одержимо

$$\frac{F^2}{RTG^2(X_1 - X_2)} = M \frac{\pi d^3}{16RTG^2 l\rho\delta(X_1 - X_2)}, \tag{12}$$

Формула (13) – готовий об'єкт для диференціювання:

$$\lambda \frac{l}{d} = ln\left(\frac{X_2}{X_1}\right) + M \frac{\pi d^3}{16RTG^2 l\rho\delta}(X_1 - X_2), \tag{13}$$

Позначимо буквою *K* і остаточно одержуємо формулу (14):

$$\lambda \frac{l}{d} = ln\left(\frac{X_2}{X_1}\right) + MK(X_1 - X_2), \tag{14}$$

$$K = \frac{\pi d^3}{16RTG^2 l\rho\delta}, \tag{15}$$

Використовуючи (14) і (15) потрібно отримати похідну:

$$M' = dM / dX, \tag{16}$$

Виведення формули для розрахунку похідної

Використаємо формулу (14), що задана не явно. Застосуємо методику диференціювання неявних функцій. Формула складається з трьох частин і кожна з них може внести свою частину у загальну величину похідної. Послідовно продиференціюємо кожну з них:

1. Ліва частина формули не має у своїй структурі ні *M* ні *X*, вона є константою задачі. Похідна дорівнює нулю.
2. Права частина складається з суми двох елементів:

   a. Містить логарифм $ln\left(\frac{X_2}{X_1}\right)$. Беремо похідну по X_2:

$$ln\left(\frac{X_2}{X_1}\right)' = ln(X_2)' - ln(X_1)' = \frac{1}{X_2}, X_1 = Const \tag{17}$$

   b. $MK(X_1 - X_2) = K(MX_1 - MX_2)$. Беремо похідну по X_2:

$$\left[K\left(MX_1 - MX_2\right)\right]' = KX_1M' - K\left(X_2M' + M\right)$$

Під час розрахунку певного відрізку труби *К* і X_1 є *Const*.

Тепер об'єднаємо всі три фрагменти похідної в загальну формулу для похідної:

$$0 = \frac{1}{X_2} + KX_1M' - KX_2M' - KM \qquad (18)$$

Розв'яжемо виведену формулу (18) відносно M':

$$KX_1M' - KX_2M' = KM + \frac{1}{X_2}, \qquad (19)$$

$$\frac{dM}{dX_2} = M' = \frac{KM + {}^{1}\!/\!_{X^2}}{K(X_1 - X_2)}, \qquad (20)$$

Процедура розв'язку задачі визначення похідної оформлюється окремо підпрограмою, назвемо її Π_{xy}, де х і у – номери кінцевих вузлів.

Використання формул

Розглянемо умовний приклад схеми трубопровідної мережі (рис. 1).

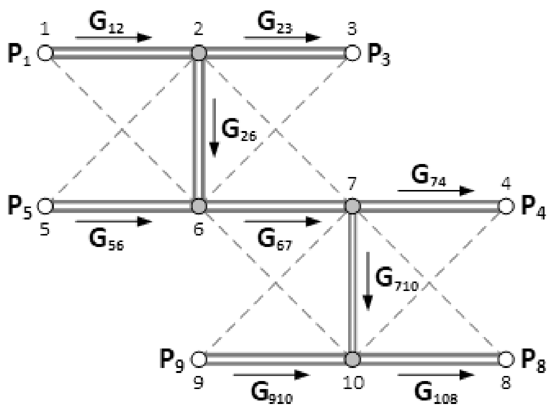

Рис. 1. Схема трубопровідної мережі

Витрати та граничні тиски P_1, P_3, P_4, P_5, P_8, P_9 задані. Визначимо необхідні умови для перебування тисків в вузлах, мінімізуючи масу системи:

$$M_{\Sigma} = \sum M_{ij} \Rightarrow min, \tag{21}$$

$$M(P_2, P_6, P_7, P_{10}) = DM_{1,2} + DM_{2,3} + DM_{2,6} + M_{6,5} + DM_{6,7} + DM_{7,4} + DM_{7,10} + DM_{8,10} + DM_{9,10} \tag{22}$$

Параметри, що потрібні для використання у коефіцієнтах формул, в момент звернення повинні бути зафіксовані. Маємо дві групи параметрів:

- Постійні параметри за умовами задачі. У нашому випадку це G, δ, ρ та граничні тиски $P_Г$.
- Параметри змінні по своїй природі та ролі у задачі. Вони змінюються між кроками ітераційного циклу. В середині кроку, коли саме проходить звернення до внутрішніх функцій ці змінні зафіксовані. Такі змінні у нас – d, M та внутрішні P. Ці параметри теж фіксуються, але не остаточно.

Оптимізація

Порівнюючи нулю частинні похідні, одержуємо шукані залежності:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M}{\partial P_2} &= П_{1,2} - П_{2,3} - П_{2,6} = 0, \\
\frac{\partial M}{\partial P_6} &= П_{2,6} - П_{6,5} - П_{6,7} = 0, \\
\frac{\partial M}{\partial P_7} &= П_{6,7} - П_{7,4} - П_{7,10} = 0, \\
\frac{\partial M}{\partial P_{10}} &= П_{10,7} - П_{9,10} - П_{10,8} = 0,
\end{aligned} \tag{23}$$

Система рівнянь (23) записана для шуканих тисків у внутрішніх вузлах мережі.

Цікавим є якісне дослідження поводження функцій, покладених в основу системи рівнянь. Умовно виділимо трійку труб, обмежену вузлами 1-2-3-6 (див. рис. 1). Тиск у вузлах 1, 3 і 6 зафіксуємо, тобто зробимо їх граничними. Одержимо формулу маси такої ізольованої частини системи.

$$M(P_2) = DM_{1,2} + DM_{2,3} + DM_{2,6} \tag{24}$$

Аналогічно, для виділення трійки труб із трійником іншого типу, виділимо вузол 6 і зафіксуємо тиск у вузлах 2, 5, 7.

$$M(P_6) = DM_{5,6} + DM_{2,6} + DM_{6,7} \qquad (25)$$

Функція $M(P_{вузла})$ існує в інтервалі тисків, зумовлених умовами виконання заданого розподілу витрат і має мінімум в цій області. Необхідна умова є достатньою для мінімізації маси. Вихід функції в нескінченність при наближенні вузлового тиску до значення граничного тиску має очевидний фізичний зміст – для пропуску через трубу заданої витрати при зменшенні перепаду тисків необхідно збільшувати діаметр, а значить і масу труби.

Ознаки такої поведінки $M(P_{вузла})$ можна бачити у формулі (20) для похідної – вона у своєму складі має операцію поділу на різницю тисків на кінцях труби.

Особливістю структури отриманої системи рівнянь (23) є те, що в кожне рівняння входять тиски, що відносяться тільки до одного з'єднання 3-х труб із загальним вузлом. Це створює умови для застосування декомпозиційних методів рішення задачі, подібних наведеному в [5, 6].

Висновки

Розглянуто задачу оптимізації маси трубопровідних систем.

Сформульовано математичні умови для рішення задачі визначення оптимальних по масі діаметрів труб при заданому розподілі витрат.

1. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. − М.: Наука, 1969. − 824 с.
2. *Сушков В.В.* Техническая термодинамика. − М.: ГОСЭНЕРГОИЗДАТ, 1960. − 380 с.
3. *Гладышев Н.Н.* Гидрогазодинамика. — СПб.: СПбГТУРП, 2012. — 159 с.
4. *Некрасов Б.Б.* Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах. — М.: Машиностроение, 1967. —352 с.
5. *Кондращенко В.Я., Винничук С.Д., Федоров М.Ю.* Моделирование газовых и жидкостных распределительных систем. − К.: Наук. думка, 1990. − 184 с.
6. *Кондращенко В.Я.* Автоматическое построение алгоритмов моделирования технических систем сетевой топологии путем логического вывода на их функциональной схеме. − Журнал “Электронное моделирование” – №5. – К., 2012 − С.41-53.
7. *Торчинский Я.М.* Оптимизация проектируемых и эксплуатируемых газораспределительных систем. – 2-ое изд., перераб. и доп. − Л.: Недра, 1988. − 239 с.

http://doi.org/10.5281/zenodo.3859669

Поступила 17.10.2019р.