

праць ІПМЕ ім. Г.С. Пухова НАН України. – 2009. – Вип. 51. – С.73-84.

14. *Примак А.В.* Организация автоматизированных систем сбора и обработки данных о загрязнении атмосферного воздуха / А.В. Примак. – К. : Наукова думка, 1979. – 28 с.

15. *Iatsyshyn A.V.* The methodology of future specialists teaching in ecology using methods and means of environmental monitoring of the atmosphere's surface layer / A.V. Iatsyshyn, O.O. Popov, V.O. Kovach, V.O. Artemchuk // Information Technologies and Learning Tools. – 2018. – Iss. 66 (4). – P. 217-230.

16. *Ясенский А.Н.* Оптимизация пространственной структуры сети наблюдения при контроле загрязнения атмосферы города / А.Н. Ясенский, В.К. Боброва, А.Д. Зив, В.И. Красов // Труды ГГО. – 1987. – Вып. 492. – С.13-23.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.3859673>

Поступила 19.09.2019р.

УДК 004.942:621.548:620.928

В.С. Подгуренко, Київ
О.М. Гетманець, Харків
В.Є. Терехов, Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ОЦІНКИ ВИРОБІТКУ ВІТРОЕЛЕКТРИЧНОЇ УСТАНОВКИ

Abstract. The coefficient of variation is determined from the differential distribution of wind speed, the Weibull – Gnedenko differential distribution parameters are calculated from its value and average wind speed; then simulate the wind turbine power curve at different heights as a convolution of the Weibull distribution and power curve.

Вступ

Унікальність розрахунків потенційної виробітку вітроелектричної установки (ВЕУ) у складі вітроелектричних станцій (ВЕС) полягає у надзвичайно високій чутливості продуктивності ВЕУ до умов місця розташування ВЕС. Всього лише 10 % неточності у розрахунках дають 30 % неточності у виробітку [1]

Врахування ряду проблем у визначенні середньої швидкості вітру, в горизонтальній і вертикальній екстраполяції середніх статистичних даних та інших проблем, що впливають на достовірність розрахунків, дають можливість забезпечити як ефективність роботи ВЕС, так і термін окупності їх будівництва. Тому розробка достовірного і простого методу оцінки виробітку ВЕУ у складі ВЕС є **вкрай актуальною**.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Із літературних джерел відомі різні способи оцінювання виробітку ВЕУ. Наприклад, за значенням середньої місячної або річної швидкості вітру \bar{V} на певній території, згідно якому питома потужність вітрового потоку є пропорційною \bar{V}^3 [2]. Недоліками способу є застосування недостатньо обґрунтованих спрощених емпіричних залежностей для розподілу швидкості вітру, а також повне ігнорування потужностної характеристики конкретної ВЕУ, тобто залежності її потужності від швидкості вітру.

Відомий також спосіб розрахунку виробітку електроенергії і часу роботи ВЕУ для довільного діапазону зміни робочих швидкостей вітру, який ґрунтується на апроксимації емпіричної залежності повторюваності швидкостей вітру за допомогою розподілу Вейбулла-Гніденка [3]. По ньому виробіток ВЕУ Q в кВт·год визначається згідно наступної формули:

$$Q = TK_T K_M \int_0^{\infty} P(V) \cdot f(V) dV, \quad (1)$$

де T – час роботи ВЕУ; T – коефіцієнт технічної готовності ВЕУ; K_M – коефіцієнт простою; $P(V)$ – потужностна характеристика ВЕУ; $f(V)$ – диференціальний розподіл швидкості вітру, який, як відомо, добре описується розподілом Вейбулла-Гніденка [4]:

$$f(V) = \frac{c}{b} \left(\frac{V}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{b}\right)^c\right],$$

параметри розподілу a , b і c оцінюють за даними спостережень.

Недоліком способу [3] є заміна інтегрування в формулі (1) підсумовуванням з урахуванням повторюваності значень швидкості вітру з дискретністю 2 м/с (що відповідає методиці обробки результатів вимірювань на метеостанціях). Це суттєво зменшує точність і надійність оцінки виробітку і ускладнює можливість встановлення аналітичного зв'язку між виробітком та іншими параметрами.

Постановка завдання

Розробити простий спосіб оцінювання виробітку ВЕУ на певній місцевості та побудові ВЕС на підставі вимірних середніх значень параметрів розподілу швидкості вітру з урахуванням потужностної характеристики ВЕУ та інших метеопараметрів на висоті розташування стандартного (10 м) флюгера та одержати аналітичні залежності виробітку ВЕУ від висоти розташування осі вітроколеса.

Матеріали дослідження

Повернемось до формули (1), що описує виробіток ВЕУ. Надалі на час відкинемо всі коефіцієнти у цій формулі і будемо розраховувати виробіток за одну годину (назвемо його «наведеною потужністю» P), тобто:

$$P = \int_0^{\infty} P(V) \cdot f(V) dV. \quad (2)$$

Інтеграл (2) являє собою так звану «згортку» двох функцій – характеристики ВЕУ $P(V)$ і диференціальної характеристики розподілу швидкості вітру $f(V)$, яка залежить як правило від двох параметрів розподілу Вейбулла-Гніденка b і c (при цьому $a = 0$, бо в більшості спостережень $f(V_0) = 0$).

Розглянемо основні початкові моменти розподілу Вейбулла-Гніденка, котрі визначені за результатами спостережень за швидкістю вітру. Як відомо, першим початковим моментом є середня швидкість вітру \bar{V} :

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \int_0^{\infty} V \cdot \frac{c}{b} \left(\frac{V}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{b}\right)^c\right] dV = \frac{b}{c} \int_0^{\infty} x^{c-1} e^{-x} dx = \\ &= \frac{b}{c} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{c}\right) = b \cdot \Gamma\left(\frac{1}{c} + 1\right) \end{aligned} \quad (3)$$

де $\Gamma\left(\frac{1}{c}\right)$ – гамма-функція: $\Gamma\left(\frac{1}{c}\right) = \int_0^{\infty} x^{c-1} \cdot e^{-x} dx$ (у формулі (3) зроблено

перехід від V до «змінної Вейбулла-Гніденка» $x = \left(\frac{V}{b}\right)^c$, тоді $V = b \cdot x^{\frac{1}{c}}$).

Аналогічно середній квадрат швидкості вітру \bar{V}^2 є другим початковим моментом розподілу Вейбулла-Гніденка:

$$\bar{V}^2 = \int_0^{\infty} V^2 \cdot \frac{c}{b} \left(\frac{V}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{b}\right)^c\right] dV = \frac{b^2}{c} \int_0^{\infty} x^{\frac{2}{c}-1} e^{-x} dx = b^2 \cdot \Gamma\left(\frac{2}{c} + 1\right).$$

Якщо відомі значення \bar{V} і \bar{V}^2 , то можна скласти відношення $\delta = \frac{\bar{V}^2}{\bar{V}^2} =$

$\frac{\Gamma\left(\frac{1}{c} + 1\right)^2}{\Gamma\left(\frac{2}{c} + 1\right)}$, із якого безпосередньо визначити значення c , а потім за

формулою $b = \frac{\bar{V} \cdot c}{\Gamma\left(\frac{1}{c}\right)}$ визначити значення параметру b .

Застосовуючи таблиці гамма-функцій і відповідні рекурентні співвідношення [5], одержимо наступну інтерполяційну формулу для

залежності параметру c від δ в явному вигляді:

$$c = 97,38860 - 592,93565 \cdot \delta + 1346,40103 \cdot \delta^2 - 1341,04960 \cdot \delta^3 + 497,83854 \cdot \delta^4. \quad (4)$$

На рис. 1 ця залежність наведена для широкого діапазону зміни c . Тут також для порівняння крапками показані значення параметру c при деяких фіксованих значеннях δ .

Тепер визначення параметрів моделі Вейбулла-Гніденка виглядає наступним чином: 1) за фактичними даними обчислюємо \bar{V} і \bar{V}^2 ; 2)

складаємо відношення $\delta = \frac{\bar{V}^2}{V^2}$; 3) за формулою (4) знаходимо значення c ; 4) з

співвідношення $b = \frac{\bar{V} \cdot c}{\Gamma\left(\frac{1}{c}\right)}$, застосовуючи таблиці гамма-функцій [5],

знаходимо значення b .

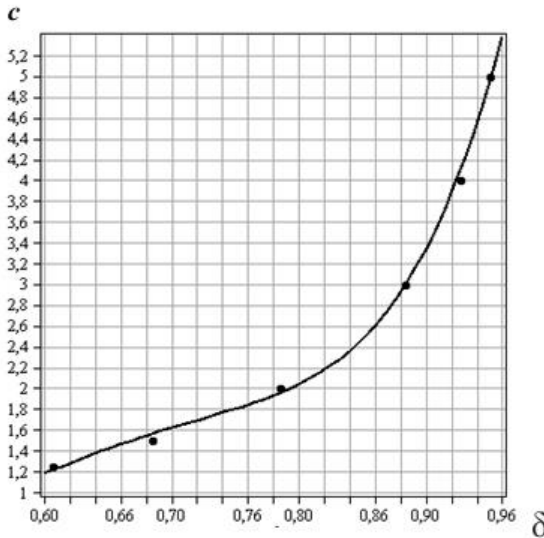


Рис. 1. Аналітична крива залежності параметру c моделі Вейбулла-Гніденка від параметру δ

Якщо застосовувати похідні від перших двох початкових моментів розподілу Вейбулла-Гніденко, наприклад, стандартне відхилення (від

середньої швидкості): $\sigma = \sqrt{V^2 - \bar{V}^2}$ та коефіцієнт варіації $Cv = \frac{\sigma}{\bar{V}}$, то можна довести, що $\delta = \frac{\bar{V}^2}{V^2} = \frac{\bar{V}^2}{\bar{V}^2 + \sigma^2} = \frac{1}{1 + Cv^2}$. Тобто, параметр Вейбулла – Гніденко

c визначається лише коефіцієнтом варіації Cv , оскільки δ у формулі (4) залежить тільки від Cv .

Таким чином, диференціальний розподіл швидкості вітру $f(V)$ на даному майданчику на певній висоті характеризує вітроенергетичний потенціал.

Перейдемо до моделювання потужностної характеристики ВЕУ $P(V)$. В загальному випадку її можна параметризувати у вигляді поліному k -го ступеня за V : $P(V) = a_0 + a_1V + a_2V^2 + \dots + a_kV^k$ ($k \geq 3$). Остання умова витікає із міркувань, що середня потужність вітру повинна бути пропорційною V^3 [2].

Реальна ВЕУ характеризується пороговим значенням швидкості вітру $V_0 = V_{ВКЛ}$, починаючи з якого вона видає струм (зона B), та номінальним значенням швидкості вітру $V_N = V_{НОМ}$, коли ВЕУ виходить на постійну номінальну потужність P_N (зона C) – рис. 2.

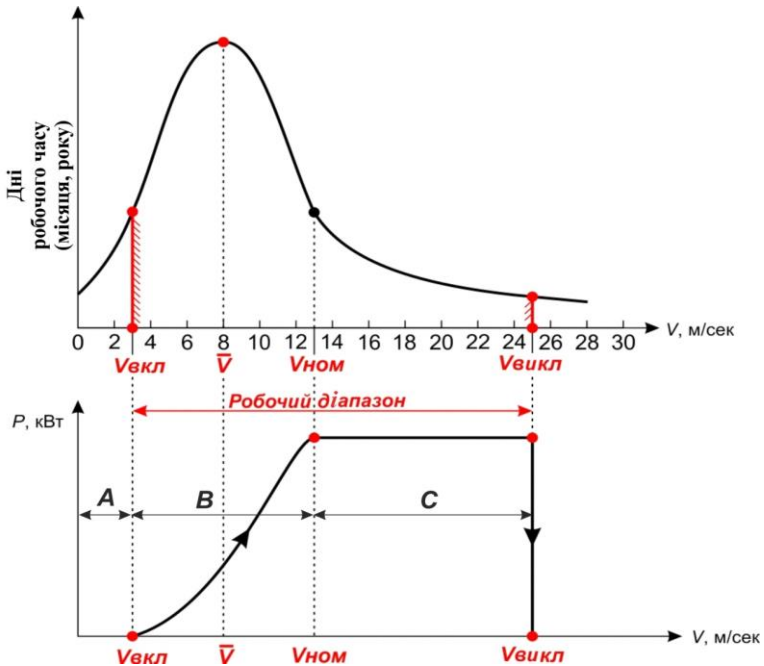


Рис. 2. Розподіл Вейбулла-Гніденко та характерні зони вітрового кадастра

З урахуванням «воріт» для швидкості вітру V наведена потужність генерації ВЕУ P визначимо наступним виразом, який витикає з інтегралу (2):

$$\begin{aligned}
 P = & a_0 \left(e^{-x_0} - e^{-x_N} \right) + a_1 b \cdot \left[\gamma \left(\frac{1}{c} + 1, x_N \right) - \gamma \left(\frac{1}{c} + 1, x_0 \right) \right] + \\
 & + a_2 b^2 \cdot \left[\gamma \left(\frac{2}{c} + 1, x_N \right) - \gamma \left(\frac{2}{c} + 1, x_0 \right) \right] + \dots \\
 & \dots + a_k b^k \cdot \left[\gamma \left(\frac{k}{c} + 1, x_N \right) - \gamma \left(\frac{k}{c} + 1, x_0 \right) \right] + P_N \cdot e^{-x_N},
 \end{aligned} \tag{5}$$

де $\gamma \left(\frac{k}{c} + 1, x \right)$ – неповна гамма-функція: $\gamma \left(\frac{k}{c} + 1, x \right) = \int_0^x t^{\frac{k}{c}} \cdot e^{-t} dt$; $x_0 = \left(\frac{V_0}{b} \right)^c$;

$x_N = \left(\frac{V_N}{b} \right)^c$ (тут також зроблено перехід від V до «змінної Вейбулла-

Гніденко» $x = \left(\frac{V}{b} \right)^c$). Зауважимо, що неповна гамма-функція добре табульована [5] та знаходиться в бібліотеках стандартних функцій найбільш поширених обчислювальних програм: MS Excel, MathCAD, MATLAB, Maple та ін.

Таким чином, знаючи параметри розподілу Вейбулла-Гніденко b і c за результатами вимірювань розподілу швидкості вітру на певних висотах z_1, z_2, \dots, z_m та потужностну характеристику ВЕУ $P(V)$, для будь-якого заданого рівня точності обчислимо значення її наведеної потужності на цих висотах: $P_1(z_1), P_2(z_2), \dots, P_m(z_m)$. Потім, застосовуючи ступеневу модель

$$P(z) = P_0(z_0) \cdot \left(\frac{z}{z_0} \right)^m$$

в якості «лінії тренду», одержимо значення «умовної потужності» $P_0(z_0)$ на висоті розташування стандартного флюгера z_0 та значення показника ступеня m із рівняння лінійної множинної регресії [6]

$$m = -0,18475 \cdot \bar{V}_0 + 0,001302 \cdot p_0. \tag{6}$$

Це рівняння має дуже високий коефіцієнт детермінації (0,999), воно є значущим в цілому за Фішером, його коефіцієнти є значущими за Стьюдентом [7, 8]. Рівняння (6) свідчить про те, що зі збільшенням середньої швидкості вітру на 1 м/с показник m зменшується приблизно на 0,185; збільшення атмосферного тиску на 1 Па призводить до його збільшення приблизно на 0,001. Оскільки за європейськими стандартами $z_0 = 10$ м, що значно менше радіуса вітроколеса сучасних ВЕУ, то «умовну потужність» $P_0(z_0)$ слід формально розуміти як нормуючу сталу для ступеневої моделі.

Оцінювання наведеної потужності проведено на прикладі сучасної ВЕУ FL 2500 – 100 із складу ВЕС ТОВ “Вітряний парк Очаківський” номінальної потужності $P_N = 2500$ кВт, для якої початкова швидкість вітру становить близько $V_0 = 3$ м/с, а номінальна близько $V_N = 13$ м/с. Потужностну характеристику ВЕУ моделювали поліномом 5-го ступеня за V ($R^2 = 0,993$):

$$P(V) = (-2293,14098 + 1902,83735 \cdot V - 600,37994 \cdot V^2 + 89,10042 \cdot V^3 - 5,65921 \cdot V^4 + 0,12780 \cdot V^5) \cdot \theta(V - V_0) \cdot \theta(V_N - V) + 2500 \cdot \theta(V - V_N), \quad (7)$$

де були застосовані ступінчасті тета-функції Хевісайда: $\theta(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$

Відповідний графік для $P(V)$ представлений на рис. 3. Наведена потужність турбіни на різних висотах (50, 80 і 100 м) розрахована на підставі формули (5) з урахуванням виразу (7). Паралельно розраховані параметри ступеневої залежності для \bar{V} , C_v , а також параметри розподілу Вейбулла-Гніденка b і c від висоти за допомогою програми MS Excel-2010 (команди «Додати лінію тренду»: «Ступеневий тренд»). Тим самим одночасно одержали значення кожного відповідного параметру на висоті розташування флюгера $z_0 = 10$ м і показник ступеневої залежності m для кожного з цих параметрів.

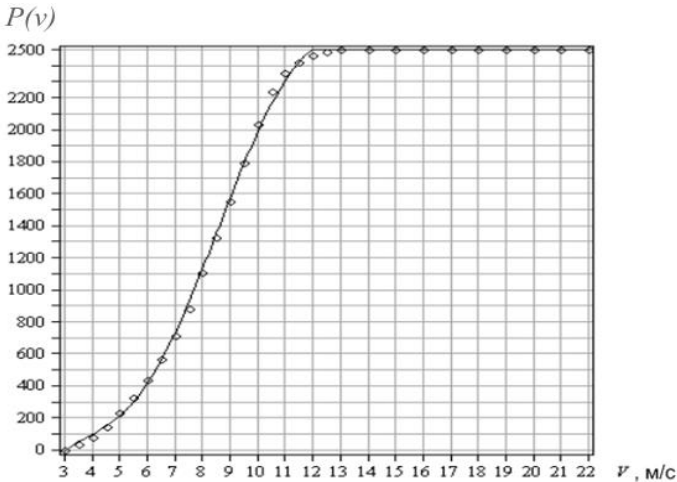


Рис. 3. Порівняння модельної потужностної характеристики вітрян турбіни FL 2500 – 100 з фактичною (точки)

Висновки

1. Отримані в роботі аналітичні залежності дають можливість розрахувати і оцінити виробіток ВЕУ промислових ВЕС на будь-якій реальній висоті розташування осі вітроколеса.

2. Запропонований новий спосіб за своєю простотою дозволяє швидко і багаторазово оцінювати потенційний виробіток на невеликому обмеженому майданчику при проектуванні чи побудові промислової ВЕС.

1. *Petersen E.L.* Estimation of Wind Resources / Erik Lundtang Petersen and Ib Troen // Wind Energy in Denmark. Research and technological development, 1990. – Copenhagen: Ministry of Energy. Danish Energy Agency. – P.64. – p.30-37.
2. *Рыхлов А.Б.* Ветроэнергетический потенциал на различных высотах приземного слоя атмосферы на юго-востоке европейской территории России / А.Б. Рыхлов // Известия Саратовского университета, 2014. – Т. 14. Сер. Науки о Земле, вып. 1. – С.30-37.
3. *Васько П.Ф.* Определение технических показателей эффективности использования ветроэнергетических агрегатов в Украине / П. Ф. Васько, А. А. Брыль, П. П. Пекур // Энергетика и электрификация, 1995. – № 2. – С.48-51.
4. *Кравчишин В. С.* Моделювання енергетичного потенціалу вітрової електричної станції / В. С. Кравчишин, М. О. Медиковський, М. О. Галушак // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Сер.: Інформаційні системи та мережі. – 2016. – № 854. – С.80-87.
5. *Справочник по специальным функциям* / под ред. М. Абрамовица и М. Стиган // М.: Наука, 1979. – 830 с.
6. Патент на корисну модель №135302 Укр., F03 1/00 GO1P 5/00. Спосіб оцінювання виробітку вітряної електричної турбіни / Подгуренко В.С., Терехов В.С., Гетманець О.М., Черепанов А.І., опубл. 25.06.2019р., Бюл. №12.
7. *Барановський Д.І.* Біометрія в програмному середовищі MS Excel: Навчальний посібник / Д.І. Барановський, О.М. Гетманець, А.М. Хохлов. – Х.: СПД Ф.О. Бровін О.В., 2017. – 90 с.
8. *Гершанік В.І.* Числові методи вирішення задач енергетики. Навчальний посібник / В.І. Гершанік – Миколаїв: УДМТУ, 2003. – 96 с.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.3859675>

Поступила 9.09.2019р.

УДК 004.02

О.О. Сігарьов, м. Київ

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ЕФЕКТИВНОСТІ ОБЧИСЛЕНЬ ВІД СТУПЕНЯ РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ПРИ ВИКОРИСТАННІ МЕХАНІЗМУ ПОВІДОМЛЕНЬ ДЛЯ ОБМІНУ

Abstract. The article presents the results of a study of the dependence of the efficiency of high-performance computing systems on the change in the degree of parallelization of the system of equations in the case of using a message transfer mechanism for exchange.