УДК 51-74;519.87

А.Ф. Верлань, Київ
Л.М. Анатієнко, Київ

ПОРІВНЯННЯ ДЕЯКИХ ФОРМ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ШЛЯХОМ КОМП'ЮТЕРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Abstract. Equivalent representations of the models of first- and second-order measuring transducers in the form of differential equations, transfer functions, Volterra integral operator, Volterra II type equations are considered.

Вступ

Розвиток комп'ютерних засобів, вимірювальних пристроїв та систем започаткував створення комп'ютерно-інтегрованих систем, які поєднують технології вимірювання, обробки та передачі інформації, вироблення сигналів керування, контролю і діагностики об'єктів керування. Побудова комп'ютерно-інтегрованих систем обумовлює необхідність розробки і вибору ефективних математичних та комп'ютерних моделей, від форм і якості яких, залежить можливість роботи систем в реальному часі за обмежених обчислювальних ресурсів [3], що обумовлює актуальність задачі розробки і вибору еквівалентних математичних моделей для використання їх в комп'ютерно-інтегрованих системах.

Найбільш близьким до практичних оцінок методів та алгоритмів чисельної реалізації математичних моделей є метод обчислювальних експериментів, який дозволяє дослідити властивості об'єкту або явища шляхом розв'язування задачі за допомогою комп'ютерної техніки. Багаторазове проведення експериментів для різних наборів вхідних даних дає змогу дослідити роль та вплив різних факторів на протікання того чи іншого процесу або поведінку об'єкту. Результати обчислювальних експериментів дають змогу правильного планування відповідних натурних експериментів, скорочувати терміни проектно-конструкторських робіт щодо розробки комп'ютерно-інтегрованих систем, знизити затрати матеріалів та енергоресурсів [3, 6].

Динамічні властивості складних вимірювальних комплексів можна оцінити за динамікою вимірювальних перетворювачів (ВП), як складових елементів таких систем [1, 2, 9].

Математичні моделі ВП

Базовою математичною моделлю вимірювальних перетворювачів, як лінійних стаціонарних динамічних об'єктів із зосередженими параметрами, є диференціальне рівняння із постійними коефіцієнтами [1, 9]

$$a_n \frac{d^n Q}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dQ}{dt} + a_0 Q = b_m \frac{d^m f}{dt^m} + \ldots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f \ ,$$

де Q – вихідний сигнал, f – вхідний сигнал, $a_n, \ldots, a_1, a_0, b_m, \ldots, b_1, b_0$ – сталі.

Залежно від порядку диференціального рівняння, яке описує вимірювальний перетворювач, їх можна поділити на перетворювачі першого, другого або вищого порядків [9].

Розглянемо вимірювальні перетворювачі першого та другого порядків і представимо вихідну диференціальну модель у вигляді інтегральних еквівалентних моделей.

Перетворювачі першого порядку. Диференціальні рівняння першого порядку описують поведінку перетворювачів, в склад яких входить один енергонакопичувальний елемент. Такі рівняння мають вигляд:

$$a \frac{dQ(t)}{dt} + bQ(t) = f(t) \tag{1}$$

де a та b – параметри моделі, $Q(t)$ – показання вимірювального перетворювача, $f(t)$ – вимірюване значення. Прикладами таких об’єктів слугують вимірювальні перетворювачі температури, вологості газу та швидкості потоку [1, 9]. Базові математичні моделі таких перетворювачів наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Моделі вимірювальних перетворювачів

ВП	Диференціальні моделі	Позначення
Температури	$C \frac{dQ_m(t)}{dt} + AQ_m(t) = kQ(t),$ $Q_m(0) = Q_0.$	Q_m – покази ВП; C – коефіцієнт питомої теплоємності термопари; A – коефіцієнт тепловіддачі термопари; $Q(t)$ – вимірювана температура.
Вологості газу	$\frac{d\varphi_Г(t)}{dt} + \frac{1}{\lambda_0}\varphi_Г(t) = \frac{1}{\lambda_0}\varphi_и(t),$ $\varphi_Г(0) = \varphi_{r0}.$	$\varphi_Г$ – покази ВП; λ0 – коефіцієнт, який характеризує умови виміру; $\varphi_и(t)$ – вимірюване поточне значення вологості газу.
Швидкості потоку	$J \frac{d\omega(t)}{dt} + z_0\omega(t) = c_0 V(t),$ $\omega(0) = \omega_0.$	J – момент інерції ротора ВП; $\omega(t)$ – швидкість обертання ротора; z0 – коефіцієнт сил в’язкого тертя; c0 – постійна, яка залежить від параметрів ВП; $V(t)$ – швидкість потоку.

Прискорення	$m\dfrac{d^2x_0''(t)}{dt^2}+k_1\dfrac{dx_0'(t)}{dt}+$ $+c_1x_0(t)=ma_л(t),$ $x_0(0)=x_0,\ x_0'(0)=x_0'.$	$a_л(t)$ – вимірюване прискорення об'єкта; $x_0''(t)$, $x_0'(t)$, $x_0(t)$, – відносне прискорення, швидкість, переміщення інерційної маси прибору; $k1$ – коефіцієнт демпфування; $c1$ – жорсткість пружного елементу; m – інерційна маса прибору.

Шляхом еквівалентних перетворень рівняння (1) можна отримати моделі в інтегральних формах: передатна функція, оператор Вольтерри, рівняння Вольтерри II роду [3 – 5, 8] які наведені в табл. 2, де також представлено загальний вигляд перехідної характеристики ВП.

Таблиця 2

Моделі вимірювальних перетворювачів першого порядку

Вид моделі	Модель
$Q(t)$ — шукана функція; a, b – сталі коефіцієнти; $f(t)$ — вхідний вплив; $Q_0(t)$ – початкове значення.	
Диференціальне рівняння	$a\dfrac{dQ(t)}{dt}+bQ(t)=f(t),\ Q(0)=Q_0.$
Передатна функція	$Q(p)=\dfrac{1}{ap+b}f(p)+a\dfrac{1}{ap+b}Q_0L_p\{\delta(t)\}$
Оператор Вольтерри	$Q(t)=\dfrac{1}{a}\int\limits_0^t e^{-\frac{b}{a}(t-s)}f(s)ds+e^{-\frac{b}{a}t}Q_0$
Рівняння Вольтерри II роду	$y(t)+\dfrac{b}{a}\int\limits_0^t y(s)ds=\dfrac{1}{a}f(t)-\dfrac{b}{a}Q_0,$ $Q=\int\limits_0^t y(s)ds+Q_0$
Перехідна характеристика	$Q(t)=\dfrac{1}{b}\left(1-e^{-\frac{b}{a}t}\right)+e^{-\frac{b}{a}t}Q_0$

Перетворювачі другого порядку. Диференціальні рівняння другого порядку описують поведінку датчиків з двома енергонакопичувальними елементами:

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2}+a\frac{dQ(t)}{dt}+bQ(t)=f(t), \tag{2}$$

де a та b – параметри моделі, $Q(t)$ – показання вимірювального перетворювача, $f(t)$ – вимірюване значення. Прикладом такого об’єкта є ВП прискорення (акселерометр), в склад якого входить маса і пружина [1, 5, 9] (табл. 3).

Таблиця 3

Моделі вимірювальних перетворювачів другого порядку

Вид моделі	Модель
$Q(t)$ – шукана функція; a, b – сталі коефіцієнти; $f(t)$ – вхідний вплив; $Q_0(t)$ – початкове значення.	
Диференціальні рівняння	$\frac{d^2Q(t)}{dt^2}+a\frac{dQ(t)}{dt}+bQ(t)=f(t)$, $Q(0)=Q_0$, $\frac{dQ(0)}{dt}=Q_1$, $4b>a^2$
Передатна функція	$Q(p)=\frac{1}{p^2+ap+b}f(p)+$ $+\frac{p}{p^2+ap+b}Q_1L_p\{\delta(t)\}+\frac{1}{p^2+ap+b}(1+a)Q_0L_p\{\delta(t)\}$
Оператор Вольтерри	$Q(t)=\frac{2}{\omega}\int_0^t e^{\alpha(t-s)}\sin\omega(t-s)f(s)ds+$ $+Q_0e^{\alpha t}\left(\cos\omega t-\frac{\alpha}{\omega}\sin\omega t\right)+\frac{1}{\omega}Q_1e^{\alpha t}\sin\omega t$ $\alpha=-\frac{a}{2}$, $\omega=\frac{1}{2}\sqrt{4b-a^2}$ $4b>a^2$
Рівняння Вольтерри II роду	$y(t)+\int_0^t(a+b(t-s))y(s)ds=f(t)-(bt+a)Q_1-bQ_0$, $Q=\int_0^t(t-s)y(s)ds+tQ_1+Q_0$
Перехідна характеристика	$Q(t)=\frac{1}{b}\left(1-e^{\alpha t}\left(\cos(t\omega)-\frac{\alpha}{\omega}\sin(tw)\right)\right)+$ $+e^{\alpha t}\left(\cos(t\omega)+\frac{\alpha}{\omega}\sin(tw)\right)Q_0+$ $+\frac{1}{\omega}e^{\alpha t}\sin(tw)(Q_1+aQ_0)$ $\alpha=-\frac{a}{2}$, $\omega=\frac{1}{2}\sqrt{4b-a^2}$, $4b>a^2$

В табл. 3 представлено еквівалентні до рівняння (2) моделі в інтегральних формах: передатна функція, оператор Вольтерри, рівняння Вольтерри II роду [3 – 5, 8].

Ефективність застосування кожної форми моделі досліджено на основі обчислювальних експериментів шляхом зміни різних факторів, які впливають на перехідний процес. Обчислювальні експерименти проводились в середовищі Matlab, причому чисельна реалізація моделей виконувалась різними засобами [8]. Для реалізації математичних моделей у формі диференціальних моделей застосовувались різні чисельні методи на основі наступних засобів:

ode (Euler) – метода Ейлера (метод Рунге-Кутти 1-го порядку зі сталим кроком інтегрування, власна реалізація);

ode23 (Bogacki-Shampine) – метод Богацького-Шампена (метод Рунге-Кутти 2-3 порядку із змінним кроком інтегрування, засіб середовища Matlab);

ode45 (Dormand-Prince) – метод Дормана-Принса (метод Рунге-Кутти 4-5 порядку із змінним кроком інтегрування, засіб середовища Matlab).

Чисельна реалізація передатних функцій виконувалась в середовищі Simulink на основі програм-розв’язувачів при сталому кроці інтегрування:

ode1 (Euler) – метод Ейлера (метод Рунге-Кутти 1-го порядку);

ode2 (Heun) – метод Хойна (метод Рунге-Кутти 2-го порядку);

ode3 (Bogacki-Shampine) – метод Богацького-Шампена (метод Рунге-Кутти 3-го порядку);

ode4 (Runge-Kutta) – метод Рунге-Кутти 4-го порядку;

ode5 (Dormand-Prince) – метод Дормана-Принса (метод Рунге-Кутти 5-го порядку).

Чисельна реалізація інтегральних моделей виконувалась на основі запропонованих алгоритмів і програм, оскільки в середовищі Matlab немає засобів для їх реалізації. При цьому, для реалізації оператора Вольтерри в середовищі Matlab створено засоби на основі квадратурних методів:

VO (Left) – метод лівих прямокутників;

VO1 (Trapezoidal) – метод трапецій (аналог метода Рунге-Кутти 1-го порядку точності).

Для чисельної реалізації інтегрального рівняння Вольтерри II роду в середовищі Matlab розроблено наступні засоби:

VIE (Left) – метод лівих прямокутників;

VIE1 (Trapezoidal) – метод трапецій (аналог метода Рунге-Кутти 1-го порядку точності).

При дослідженні форм моделей задавались різні значення характеристик самої моделі, тобто a та b, характеристика вхідного сигналу $f(t)$ із накладанням шуму різного типу, початкове значення Q_0 та крок моделювання τ. Під час обчислювальних експериментів використовувався вхідний сигнал у вигляді одиничної функції $1(t)$ і порівнювались отриманні значення із відомою перехідною характеристикою. Оцінки якості перехідних характеристик здійснюються на основі абсолютних та відносних похибок:

$M_\Delta = \max\left|Q_ш - Q_т\right|$ – максимальна абсолютна похибка, $I_\Delta = \sum\left|Q_ш - Q_т\right|\tau$ – інтегральна абсолютна похибка, $M_\delta = \max\frac{\left|Q_ш - Q_т\right|}{Q_{уст}}\cdot 100\%$ – максимальна відносна похибка, де $Q_ш$ – шукане значення, $Q_т$ – точне значення, $Q_{уст}$ – усталене значення перехідної характеристики.

Результати обчислювальних експериментів дозволяють здійснювати аналіз і вибір необхідних математичних моделей. В ряді випадків, розв'язки диференціальних рівнянь співпадають із розв'язками, отриманими за допомогою моделей в інтегральній формі. Є також випадки, коли розв'язки отримані за допомогою інтегральних моделей є більш точними ніж розв'язки, отримані на основі диференціальних моделей. Зокрема, розв'язки для випадків, коли a<<τ, отримані на основі моделей у формі диференціальних рівнянь та передатних функцій є розбіжними. В цьому випадку доцільно застосовувати змінний крок інтегрування, де свою ефективність показали програмні засоби для розв'язування диференціальних рівнянь ode23 та ode45, але вони, на відміну від інтегральних моделей, потребують набагато більше апаратних ресурсів та часу.

Загалом, вибір кращої форми математичної моделі необхідно здійснювати на основі аналізу результатів великої кількості обчислювальних експериментів з різними змінними параметрами. При оцінці форм математичних моделей вимірювальних пристроїв першого та другого порядку доцільно застосовувати алгоритми однакового рівня точності (наприклад, Рунге-Кутти 1-го порядку, якому є аналогом метод трапецій) та однакові параметри моделі і крок моделювання (змінний чи сталий).

Для підвищення точності чисельної реалізації моделей можна застосовувати змінний крок та збільшити кількість точок дискретизації, застосовувати методи Рунге-Кутти вищих порядків. Але ці дії необхідно робити із врахуванням технічних умов до комп'ютерно-інтегрованих систем.

Досліджено еквівалентні представлення моделей вимірювальних перетворювачів першого та другого порядків у формі диференціальних рівнянь, передатних функцій, інтегрального оператора Вольтерри, інтегральних рівнянь Вольтерри II роду. Аналітично еквівалентні різні форми динамічних моделей не є рівноцінними при комп'ютерній реалізації, оскільки різні форми моделей реалізуються за допомогою неоднакових обчислювальних схем. Ефективність різних форм моделей вимірювальних перетворювачів дозволяють оцінити обчислювальні експерименти. Проведені дослідження еквівалентних форм представлення динамічних моделей вимірювальних перетворювачів першого та другого порядків показали, що найкраща якість обчислювального процесу спостерігається при використанні моделей у формі інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.

<u>Динамічні моделі вимірювальних перетворювачів: кута повороту, витрат, тиску, температури, хемотронного ВП.</u>

Динамічні моделі ряду вимірювальних перетворювачів наведено в табл. 4. Моделі отримано на основі фізичних закономіроностей і призначені для розв’язання характерних практичних задач [7, 10].

Таблиця 4

Моделі вимірювальних перетворювачів

ВП	Диференціальні моделі	Позначення
ВП витрат	$J\dfrac{dU(t)}{dt}+DQ\omega(t)=AQ^2,$ $\omega(0)=\omega_0.$	J – момент інерції крильчатки; ω – кутова швидкість обертання крильчатки; Q – об’ємна витрата; A, D – постійні коефіцієнти.
ВП кута повороту	$J\dfrac{d\beta_0(t)}{dt}+b_0l_0\beta_0(t)=H_0\Psi_0(t),$ $\beta_0(0)=\beta.$	J – момент інерції гіровузла (рамки) приладу щодо вихідного валу (осі обертання гіровузла приладу); $\beta_0(t)$ – кут повороту гіроскопа навколо вихідної осі, відрахований від початкового положення; b_0 – питома сила демпфірування; l_0 – відстань від осі обертання до лінії дії сили демпфірування; H_0 – вектор кінетичного моменту, який спрямований уздовж своєї осі обертання гіроскопа; $\Psi_0(t)$ – поточне значення кута повороту об’єкта навколо осі чутливості або вимірювальної осі приладу.
ВП тиску	$P(t)+\dfrac{1}{\lambda_0}\left(\dfrac{\partial^2W(x,y,t)}{\partial x^2}+\right.$ $\left.+\dfrac{\partial^2W(x,y,t)}{\partial^2y^2}\right)=$ $=k_1\dfrac{\partial W(x,y,t)}{\partial t}+\rho_s\dfrac{\partial^2W(x,y,t)}{\partial t^2},$ $W(x,\ y,\ t)\big\rvert_r=0,\ \ t\geq 0,$ $W(x,\ y,\ t)\big\rvert_t=W_0,$ $W_t(x,\ y,\ t)\big\rvert_t=W_0'.$	λ_0 – величина, що характеризує, з якого матеріалу виготовлено мембрану, а також її пружність і натяг; індексом «Г» відзначено межу мембрани; $W(x,\ y,\ t)$ – миттєве значення відхилення точки мембрани з координатами x і y від нульового положення; W_0, W_0' – постійні величини; k – коефіцієнт демпфірування; ρ_s – маса одиниці поверхні мембрани.

Хемотронний ВП	$\frac{\partial c(r, y, t)}{\partial t} = D_0\left[\frac{\partial^2 c(r, y, t)}{\partial t^2} + \right.$ $\left. + \frac{1}{r}\frac{\partial c(r, y, t)}{\partial t}\right] -$ $-V(r, t)\frac{\partial c(r, y, t)}{\partial t}$ $c(r, y, t)\Big\|_{r=r_0} = 0,$ $c(r, y, t)\Big\|_{y=0} = c_0,$ $c(r, y, t)\Big\|_{y=L_0} = c_0,$ $c(r, y, t)\Big\|_{t=0} = 0.$	$c(z, y, t)$ – поточне значення концентрації електроактивної речовини в точці з координатами z, y; D_0 – коефіцієнт дифузії; $V_0(z, t)$ – швидкість потоку в каналі перетворювача; z_0 – радіус каналу; l_0 – довжина електрода; c_0 та c_1 – концентрації електроактивної речовини на вході та виході катодної ділянки.
ВП температури	$\frac{\partial U(x,y,z,t)}{\partial t} = a\left[\frac{\partial^2 U(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \right.$ $\left.\frac{\partial^2 U(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U(x,y,z,t)}{\partial z^2}\right],$ $\lambda\frac{\partial U(x,y,z,t)}{\partial n}\Big\|_s + \alpha_k\left[U(x,y,z,t)\Big\|_s\right.$ $\left. -\theta(t)\right] = 0,$ $U(x, y, z, t)\Big\|_{t=0} = U_0.$	α – коефіцієнт температуропровідності матеріалу термоприймача; λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу термоприймача; α_k – коефіцієнт конвективного теплообміну між теплоприймачем і середовищем, температура якої підлягає вимірюванню; $U(x, y, z, t)$ – показники термоприймача; x, y, z – просторові координати (індекс s позначає поверхню термоприймача, а похідна в крайових умовах взято нормами з поверхні термометричного тіла).

Відповідність між диференціальними і інтегральними моделями зазначених типів вимірювальних перетворювачів відображено в табл. 5.

Таблиця 5

Моделі вимірювальних перетворювачів

ВП	Диференціальні моделі	Інтегральні моделі
ВП кута повороту	$J\frac{d\beta_0(t)}{dt} + b_0 l_0 \beta_0(t) = H_0\Psi_0(t),$ $\beta_0(0) = \beta_1.$	$\left(\frac{H_0}{b_0 l_0} - \beta_1\right)\frac{b_0 l_0}{J}\int_0^t e^{-\frac{b_0 l_0}{J}(t-s)}\Psi(s)ds = \beta_0(t).$

ВП витрат	$J\dfrac{dU(t)}{dt}+DQ\omega(t)=AQ^2,$ $\omega(0)=\omega_0.$	$\left(\dfrac{AQ}{D}-\omega_0\right)\dfrac{DQ}{J}\int_0^t e^{-\frac{DQ}{J}(t-s)}ds=Q.$
ВП тиску	$\tau_0\dfrac{dp_2(t)}{dt}+p_2(t)=p_1(t),$ $p_2(0)=p_0.$	$(1-p_0)\dfrac{1}{\tau_0}\int_0^t e^{-\frac{1}{\tau_0}(t-s)}p_1(s)ds=p_2(t).$
ВП вологості газу	$a_0T_0^2\dfrac{d^2\varphi_\Gamma(t)}{dt^2}+$ $+(a_0T_0+T_0)\dfrac{d\varphi_\Gamma(t)}{dt}+$ $+\varphi_\Gamma(t)=k\varphi_u(t),$ $\varphi_\Gamma(0)=\varphi_{\Gamma 0},$ $\varphi'_\Gamma(0)=\varphi'_{\Gamma 0}.$	$U(t)=\dfrac{k}{a_0T_0^2}\varphi_u(t)-\varphi'_{\Gamma 0}\left(\dfrac{a_0T_0+T_0}{a_0T_0^2}\right)-$ $-(\varphi'_{\Gamma 0}t+\varphi_{\Gamma 0})\dfrac{1}{a_0T_0^2}-$ $-\int_0^t\left(\dfrac{a_0T_0+T_0}{a_0T_0^2}+\dfrac{1}{a_0T_0^2}(t-s)U(s)\right)ds,$ $\varphi(t)=\varphi'_{\Gamma 0}+\varphi_{\Gamma 0}+\int_0^t(t-s)U(s)ds.$
Тепловий ВП стрижневого типу	$\dfrac{\partial T}{\partial t}=a^2\dfrac{\partial^2T}{\partial x^2},\ t>0,\ 0\le x\le\infty$	$\dfrac{2}{\pi}\int_0^t\dfrac{le^{-\frac{l^2}{4a^2\sqrt{t-\tau}}}}{2a(t-\tau)^{3/2}}f(\tau)d\tau=T(l,\ t).$

Висновок

Досліджено еквівалентні представлення моделей вимірювальних перетворювачів першого та другого порядків у формі диференціальних рівнянь, передатних функцій, інтегрального оператора Вольтерри, інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.

Аналітично еквівалентні різні форми динамічних моделей не є рівноцінними при комп'ютерній реалізації, оскільки різні форми моделей реалізуються за допомогою неоднакових обчислювальних схем. Ефективність різних форм моделей вимірювальних перетворювачів дозволяють оцінити обчислювальні експерименти. Проведені дослідження еквівалентних форм представлення динамічних моделей вимірювальних перетворювачів першого та другого порядків показали, що найкраща якість обчислювального процесу спостерігається при використанні моделей у формі інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.

1. *Бабак В.П.* Теоретические основы информационно-измерительных систем. Бабак В.П., Бабак С. В., Еременко В. С. Киев, Украина, 2014.
2. *Вашны Е.* Динамика измерительных цепей. Вашны Е. Москва, Россия: Энергия. 1969.
3. *Верлань А.Ф.* Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Киев, Украина: Наукова думка, 1986.
4. *Верлань А.Ф.* О некоторых особенностях применения интегральных уравнений в вопросе анализа динамики электрических цепей. [Верлань А.Ф., Ключка К.Н., Сытник А.А., Протасов С.Ю.] Труды V Междунар. конф. Моделирование – 2016, Киев: ИПМЭ НАН Украины, 2016, С.81-84.
5. *Іванюк В.А.* Дослідження еквівалентних форм представлення динамічних моделей вимірювальних перетворювачів методом обчислювальних експериментів. Іванюк В.А., Ситник О.О., Стертен Ю Вісник Черкаського державного технологічного університету, № 1, С.27-34, 2018.
6. *Максимович Н.А.* Алгоритм идентификации линейных стационарных объектов с распределенными параметрами по их экспериментальным переходным характеристикам. Максимович Н.А., Сагатов М.В. Вестник ТашГТУ, №1, С.43-47.
7. *Митько Л.А.* Квадратурные алгоритмы моделирования процессов деформации упруго-вязких материалов. Митько Л.А., Сытник А.А., Юзвенко В.Ф. Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – Вип. 6. – К.: 2000. – С.137-142.
8. *Федорчук В. А., Дячук О. А.* Еквівалентування математичних моделей динамічних систем. Федорчук В. А., Дячук О. А. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки, Вип. 2, С.155-164, 2009.
9. *Фрайден Дж.* Современные датчики. Фрайден Дж. Москва, Россия: Техносфера, 2006.
10. *Sytnik A.* Development of the metod for creating explicit integral dynamic models of measuring transducers. Sytnik A., Protasov S., Klyuchka K. Східно–Європейський журнал передових технологій, № 5/4 (89), С.40-48, 2017.

http://doi.org/10.5281/zenodo.3860738

Поступила 14.10.2019р.