УДК 51-74;519.87

Ю.О. Фуртат, Київ

СПОСІБ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ НЕСТАЦІОНАРНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ

Abstract. A method of identifying non-stationary measuring transducers is proposed based on the solution of an algebraic system obtained by approximation of an integral operator with potentially high speed and noise immunity.

Постановка задачі

Розглянемо, беручи загалом, питання побудови на основі квадратурних формул обчислювальних алгоритмів визначення параметрів лінійних інтегральних динамічних моделей вигляду

$$A(t)y(t)+\int\limits_{G(t)} K(t,\ \tau)y(\tau)d\tau = F(t),\ \tau\in G(t) \tag{1}$$

де $A(t)$ і $K(t,\ \tau)$, що підлягають визначенню величини, $y(t)$ – вихідний сигнал $F(t):=F(f;\ t)$ – відома функція, яка визначається через значення вхідного сигналу f, G – область визначення заданих і шуканих функцій.

Моделі (1) описують нестаціонарні ВП із зосередженими параметрами [5, 6]. Для такого класу ВП після уточненого опису правої частини (1) модель набуде вигляду

$$\begin{aligned} a_1(t)y(t)+\int\limits_{G_1(t)} K_1(t,\tau)y(\tau)d\tau + L_1(t) = \\ = a_2(t)f(t)+\int\limits_{G_2(t)} K_2(t,\tau)f(\tau)d\tau + L_2(t), \end{aligned} \tag{2}$$

де $a_i(t),\ K_i(t,\ \tau),\ L_i(t),\ \left(i=\overline{1,2}\right)$ − параметри, що підлягають визначенню, y і f – відповідно вихідний і вхідний сигнали, $t\in[o,\ T]$.

Розв’язання задачі

Алгоритм визначення невідомих параметрів в (2) можна отримати, використовуючи для обчислення інтегралів, квадратурні формули вигляду

$$\int\limits_0^{t_i} x(\tau)d\tau = \sum_{j=0}^{N_i} W_{ij}x(t_j)+r_i[x],\ N_i=\overline{1,\ N}, \tag{3}$$

де W_{ij} – ваги; t_j – вузли; $r_i[x]$ – залишковий член квадратурної формули.

Суть квадратурного алгоритму розрахунку параметрів моделі (2) полягає в тому, що розрахункові вирази в ньому формуються на основі дискретизації інтегралів за допомогою квадратурних формул [1, 3] з відкиданням відповідних залишкових членів. Дискретизуючи таким чином модель (2) в точках t_i, $i=\overline{0,\ N}$, отримуємо наступну систему з $N+1$-го лінійного алгебраїчного рівняння відносно невідомих параметрів:

$$a_1(0)y(0)+L_1(0)=a_2(0)f(0)+L_2(0),$$

$$a_1(t_i)y(t_i)+\sum_{j=0}^{N_i}W_{ij}K_1(t_i,\ t_j)f(t_j)+L_1(t_j)=$$

$$=a_2(t_i)y(t_i)+\sum_{j=0}^{M_i}W_{ij}K_2(t_i,\ t_j)f(t_j)+L_2(t_j), \tag{4}$$

$$M_iN_i=\overline{1,\ N},\ \ i=\overline{1,\ N}.$$

За відсутності будь-якої додаткової інформації про невідомі параметри $a_\nu(t_i),\ K_\nu(t_i,\ t_j),\ L_\nu(t_i),\ \nu=\overline{1,2}$ в системі (4) буде, беручи загалом, $2(N+1)(N+3)$ невідомих, тобто в цьому випадку виникають певні труднощі розв'язання недовизначеної СЛАР [2, 4]. Уникнути цього можна, наприклад, припустивши, що невідомі параметри в (2) мають поліноміальний вигляд, тобто

$$a_\nu(t)=\sum_{k=1}^{m_\nu}a_{\nu k}\beta_k^\nu(t), \tag{5}$$

$$a_\nu(t)=\sum_{k=1}^{m_\nu}a_{\nu k}\beta_k^\nu(t), \tag{6}$$

$$K_\nu(t,\ \tau)=\sum_{k=1}^{P_\nu}\sum_{s=1}^{Q_\nu}C_{\nu rs}\varphi_r^\nu(t)\psi_s^\nu(\tau), \tag{7}$$

де $a_{\nu k},\ \lambda_{\nu k},\ C_{\nu rs}$ – невідомі постійні коефіцієнти, а $\begin{Bmatrix}V\\ \beta_k\end{Bmatrix}\begin{matrix}m_\nu\\ k=1\end{matrix}$, $\begin{Bmatrix}V\\ T_k\end{Bmatrix}\begin{matrix}l_\nu\\ k=1\end{matrix}$, $\begin{Bmatrix}V\\ \varphi_k\end{Bmatrix}\begin{matrix}P_\nu\\ k=1\end{matrix}$, $\begin{Bmatrix}\nu\\ \psi_k\end{Bmatrix}\begin{matrix}Q_\nu\\ s=1\end{matrix}$ – деякі системи лінійно незалежних функцій, $\nu=\overline{1,\ 2}$.

Очевидно, що, якщо

$$N=p=m_1+m_2+l_1+l_2+p_1Q_1+p_2Q_2-1, \tag{8}$$

то кількість в (4) буде дорівнювати кількості невідомих. Звичайно, при цьому залишаються відкритими, загалом, питання вибору функцій $\beta_k^\nu,\ \gamma_k^\nu,\ \varphi_k^\nu,\ \psi_k^\nu$, питання існування та єдиності розв'язку СЛАР (4), а також питання про вплив похибок ε_i на точність розрахунку невідомих параметрів. Ці питання певною мірою можуть бути вирішені в особливому, але досить важливому випадку [7, 8], коли шукані параметри $a_\nu(t)$, $L_\nu(t)$, и $K_\nu(t,\ \tau)$ визначаються наступними співвідношеннями:

$$a_1(t) \equiv 1,\ a_2(t) \equiv 0,\ L_1(t) \equiv 0, \tag{9}$$

$$K_1(t,\ \tau) = K(t-\tau) = \sum_{i=1}^{m} q_j \frac{(t-\tau)^{j-1}}{(j-1)!},\ m \in N, \tag{10}$$

$$K_2(t,\ \tau) = \frac{(t-\tau)^{m-1}}{(m-1)!}, \tag{11}$$

$$L_2(t) = \sum_{i=1}^{m-1}\left(C_j \frac{t_j}{j!} + q_j \sum_{k=0}^{m-j-1} C_k \frac{t^{k+j}}{(k+j)!}\right), \tag{12}$$

де q_i – невідомі, а C_i – відомі постійні величини.

Неважко помітити, що рівняння (2) за обраних значень параметрів $a_\nu(t)$, $L_\nu(t)$, $K_\nu(t,\ \tau)$ буде еквівалентно диференціальному рівнянню вигляду

$$y^{(m)}(t) + \sum_{i=1}^{m} q_i y^{(m-i)}(t) = f(t),\ \ y^{(k)}(0) = C_k,\ k = \overline{0,\ m-1}.$$

Для формування системи лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих коефіцієнтів Q_i, $i = \overline{1,\ m}$ перетворимо рівняння (2) з урахуванням (4) – (12) до вигляду

$$\sum_{i=1}^{m} q_i \left[\int_0^t \frac{(t-s)}{(j-1)!} y(s)\,ds - \sum_{k=0}^{m-j-1} C_k \frac{t^{k+j}}{(k+j)!}\right] = \tag{13}$$
$$= \int_0^t \frac{(t-s)}{(m-1)!} F(s)\,ds + \sum_{j=0}^{m-1} C_k \frac{t_j}{j!} - y(t).$$

Звідси для точок фіксації (вимірювання) t_i $\left(i = \overline{0,\ N}\right)$ вигляду $0 \le t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_N \le T$, вважаючи, що $m = n$, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих коефіцієнтів q_i, $j = 1,\ m$:

$$A = q \cdot b \tag{14}$$

де $q=\left(q_1,\ \ldots,\ q_m\right)^T$, $b=\left(b_1,\ \ldots,\ b_m\right)^T$, $A=\left[A_{ij}\right]_i^m$, $j=1$,

$$A_{ij}=\int_0^{t_i}\frac{\left(t_i-s\right)}{\left(m-1\right)!}f\left(s\right)ds-y\left(t_i\right)+\sum_{k=0}^{m-j-1}C_k\frac{t_j^{k+j}}{\left(k+j\right)!}, \tag{15}$$

$$b_j=\int_0^{t_i}\frac{\left(t_i-s\right)^{m-1}}{\left(m-1\right)!}f\left(s\right)ds-y\left(t_i\right)+\sum_{\nu=0}^{m-1}C_\nu\frac{t_i}{V!}. \tag{16}$$

Застосуємо тепер для обчислення інтегралів в (15) і (16) квадратурні формули вигляду (3), які для довільної інтегрованої за Ріманом функції $u\left(t\right)$, наберуть вигляду

$$\int_0^{t_i}\left(t_i-s\right)^\nu u\left(s\right)ds=\sum_{j=0}^{L_i}W_{ij}\left(t_i-t_j\right)u\left(t_j\right)+r_{i\nu}\left[U\right],$$

де $1\le L_i\le N,\gamma R_{i\nu}$ – залишкові члени цієї формули, а інші величини визначені в (4.8).

Відкидаючи залишкові члени квадратурних формул, відповідно $r_{ij}\left[y\right]$ і $r_{im}\left[f\right]$, та, враховуючи той факт, що значення вхідного і вихідного сигналів задані експериментально з деякими похибками, від системи рівняння (4) приходимо до наступної системи рівнянь відносно наближених значень компонент вектора $\tilde{q}=\left(\tilde{q}_1,\ \ldots,\ \tilde{q}_m\right)^T$

$$\tilde{A}\cdot\tilde{q}=\tilde{b}, \tag{17}$$

де

$$\tilde{A}=\left[A_{ij}\right]_{i,\,j=1}^m,\ \tilde{b}=\left(\tilde{b}_1,\ \ldots,\ \tilde{b}_m\right)^T, \tag{18}$$

$$\tilde{A}_{ij}=\frac{1}{\left(j-1\right)!}+\sum_{k=0}^{N_i}W_{ik}\left(t_i-t_k\right)^{j-1}\tilde{y}\left(t_k\right)-\sum_{l=0}^{m-j-1}C_l\frac{t_i^{l+j}}{\left(l+j\right)!},$$

$$1\le N_i\le N, \tag{19}$$

$$\tilde{b}_i = \frac{1}{(m-1)!} + \sum_{k=0}^{M_1} W_{ik} \left(\left|t_i - t_k\right|\right)^{m-1} f\left(t_k\right) + \sum_{\nu=0}^{m-1} C_\nu \frac{t_i^\nu}{\nu!}, \qquad (20)$$
$$1 \le N_i \le N,$$

Таким чином, ми отримали остаточну систему для розрахунку параметрів q_i $\left(i = \overline{1,\ n}\right)$.

З вищевикладеного можна зробити висновок, що алгоритм ідентифікації ВП на основі розв'язання алгебраїчної системи, отриманої шляхом «прямої» апроксимації інтегрального оператора в рівнянні (2), має потенційно високу швидкодію і завадостійкість. Він дозволяє ефективно розробляти відповідні програмні засоби для комп'ютерів загального призначення, а також синтезувати високопродуктивні спеціалізовані обчислювальні пристрої [5, 6].

Розглянемо приклади розв'язання ряду тестових задач з використанням описаного методу.

Приклад. Задано: вхідний сигнал $u(t) = t^3$, вихідний сигнал $f(t) = -t^3 + 1{,}5t + 12t + 6$, початкові умови $C_1 = 0,\ C_2 = 0,\ C_3 = 0.$ Необхідно визначити коефіцієнти p_i еквівалентного диференціального рівняння

$$u'''(t) + p_1 u''(t) + p_2 u'(t) + p_3 u(t) = f(t),$$
$$u^{(i-1)}(0) = C_i,\ i = \overline{1,\ 3}.$$

(Точний розв'язок: $p_1 = 2,\ p_2 = 0{,}5,\ p_3 = -1$).

У табл. 1 подано значення коефіцієнтів p_i, що отримані за різних значень завади

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів p_i

Величина завади в % від вихідного сигналу	Середньо - квадратична похибка	p_1	p_2	p_3
0	$5{,}9 \cdot 10^{-6}$	1,9996	0,4014	– 1,0018
1	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	1,9799	0,4880	– 1,1241
4	$1{,}0 \cdot 10^{-3}$	2,0496	0,3674	– 0,8863
10	$8{,}6 \cdot 10^{-4}$	1,8763	1,1024	– 1,8242

Висновок

На підставі результатів дослідження можна зробити висновок про такі важливі переваги інтегрального методу: як його висока стійкість, ефективність щодо витрат машинного часу і обсягу обчислень, простота реалізації. Таким чином, інтегральний метод може бути ефективно використано при розв'язанні задач параметричної ідентифікації, за наявності реальних похибок у вихідних даних [8].

1.*Верлань А.Ф.* Метод ідентифікації електричних кіл на основі інтегральних динамічних моделей. Верлань А.Ф., Ситник О.О., Ключка К.М. Праці III Міжнар. наук.-техн. конф. Моделирование в электротехнике, электронике и светотехнике, Київ: ІПМЕ НАН України, 2010, С.24-26.

2.*Квєтний Р.Н.* Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. [Квєтний Р.Н., Богач І.В., Бойко О.Р. та ін.] Вінниця, Україна: ВНТУ, 2012.

3.*Ключка К.М.* Особливості використання інтегральних динамічних моделей при розрахунку перехідних процесів в електричних колах. Ключка К.М., Ситник О.О., Протасов С.Ю. International Scientific Association «Science & Genesis» Global scientific unity 2014, Прага, Чеська Республіка, 2014, С.167-170.

4.*Олійник А.П.* Чисельні методи: практикум. Олійник А.П., Герман О.В. Івано-Франківськ, Україна: ІФНТУНГ, 2003.

5.*Сытник А.А.* Метод идентификации динамического объекта посредством интегральной модели. Сытник А.А., Ключка К.Н., Костьян Н.Л. Электронное моделирование: международный научно-практический журнал, Т.38, № 2, С.3-10. 2016.

6.*Сытник А.А.* Методы и средства моделирования динамических процесов на основе интегральных моделей. Сытник А.А., Ключка К.Н., Протасов С.Ю. British Journal of Educational and Scientific Studies, Т. II, № 2(22), С.108-114, 2015.

7.*Сытник А.А.* О реализации интегральных моделей в задаче динамической коррекции измерительного преобразователя. Сытник А.А., Ключка К.Н., Протасов С.Ю. Труды конф. Интегральные уравнения-2009, Киев, 2009, С.131-133.

8.*Сытник А.А*. Применение интегральных динамических моделей при решении задачи идентификации параметров электрических цепей. Сытник А.А., Ключка К.Н., Протасов С.Ю. Известия Томского политехнического университета, Т. 322, № 4, С.103-106, 2013.

http://doi.org/10.5281/zenodo.3860746

Поступила 16.09.2019р.