

О.О. Попов, Київ  
А.В. Яцишин, Київ  
В.О. Ковач, Київ  
В.О. Артемчук, Київ  
В.О. Куценко, Київ

## РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАБРУДНЕННЯ АТМОСФЕРИ ЗА УМОВ ДОВГОТРИВАЛИХ ВИКИДІВ ПОТЕНЦІЙНО-НЕБЕЗПЕЧНИХ ДЖЕРЕЛ

**Abstract.** Stochastic approach is proposed for modeling of potentially dangerous technogenic objects emissions in the atmosphere. This approach considers probability distribution of meteorological factors. Such factors as probability distribution of atmospheric stratification, effect of precipitation, chemical transformation of impurities and absorption by underlying surface were taken into account to increase accuracy of the stochastic model for intermediate wind direction. The method and software for cartographic mapping of influence zones of one or more potentially hazardous objects were developed. These means are aimed on technogenic pollution level determination and oriented to support decision-making on environmental safety of the atmosphere. The stochastic mathematical and cartographical models of surface air pollution by nitrogen dioxide emissions from TPP-5 and sulfur dioxide emissions from major stationary sources of the Kiev city pollution were drawn as examples. Developed models adequacy was confirmed by mathematical calculations to compare the data with appropriate positions for pollution observation.

### Вступ

Електроенергетика є базовою галуззю народного господарства розвинених держав і в тому числі України, яка забезпечує потребу держави в електричній енергії та має можливість виробляти значну кількість електроенергії для експорту.

Розподіл виробництва електроенергії в Україні за типами електростанцій наведений в [9]. Значна частина електроенергії виробляється на ТЕС та ТЕЦ, які працюють на таких видах палива, як природний газ, мазут та вугілля. При цьому кількість викидів прямо пропорційна кількості виробленої енергії. Тобто, найбільшими забруднювачами в Україні є ТЕЦ та ТЕС. Так, в Києві на долю ТЕЦ припадає 53 % всіх викидів в атмосферу.

У викидах теплових електростанцій містяться такі небезпечні речовини, як окисел вуглецю, оксиди азоту, діоксид сірки, вуглеводні і 3,4-бенз(а)пірен, які мають токсичну дію і створюють ризики для населення прилеглих територій. Таким чином, виникає актуальна задача визначення рівня забруднення, яке створюється від дії підприємств ПЕК, в першу чергу – теплових електростанцій.

### **Постановка задачі**

В [3, 4, 5, 7, 8] розглянуто фактори, які впливають на концентрацію та процес розповсюдження домішок в атмосфері міста, викинутих одинарним джерелом забруднення (ДЗ) – трубою. В програмному математичному середовищі Matlab 7 реалізовано різні математичні моделі забруднення атмосфери, за якими можна розраховувати концентрації небезпечних речовин для прилеглих територій. Розглянуто основні напрямки моделювання поширення забруднюючих речовин (ЗР) в атмосфері міста. Виконані розрахунки концентрації забруднення за найбільш поширеними математичними моделями.

У вищевказаних роботах застосовувались детерміновані моделі розсіювання домішок в атмосфері. Проте, такі моделі досить зручні для аналізу техногенних навантажень, пов'язаних з короткочасним впливом несприятливих факторів. У випадку дослідження більш тривалих впливів ці моделі не забезпечують високої точності, так як вони не враховують ймовірнісного розподілу метеорологічних характеристик в часі. Тобто не враховувався випадковий характер напрямку та швидкості вітру, а також стратифікації атмосфери, що досить важливо при обчисленні середнього рівня концентрації за певний період часу.

Також, варто відзначити, що математичні розрахунки без врахування особливостей прилеглих територій не забезпечують потрібного рівня екологічних оцінок для визначення навантажень від конкретного джерела викидів. Для більш глибокого дослідження впливу ДЗ на прилеглі території та населення необхідно наносити математичні розрахунки на карту.

В даній статті розв'язується задача побудови стохастичної математико-картографічної моделі забруднення атмосфери викидами від техногенно-небезпечних підприємств. Модель досліджується з використанням реальних даних на прикладі ТЕЦ-5 та інших стаціонарних ДЗ м. Києва.

### **Розв'язання задачі**

Як показано в статті [7], досліджені математичні моделі для визначення розподілу забруднення вздовж вісі факела викидів за найбільш несприятливих метеорологічних умов та небезпечній швидкості вітру дають майже однакові результати. Тому, за основу побудови стохастичної математико-картографічної моделі виберемо офіційну модель МАГАТЕ, яка базується на гаусовому розподілі концентрації, оскільки вона досить просто реалізується на ЕОМ і в той же час однозначно враховує основні фактори впливу на процес розсіювання. Нагадаємо, що модель МАГАТЕ має вигляд:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right] \left\{ \exp\left[-\frac{(z - H_{ef})^2}{\sigma_z^2}\right] + \right. \\ \left. + \exp\left[-\frac{(z + H_{ef})^2}{\sigma_z^2}\right] \right\} \exp\left[-\frac{\alpha x}{u}\right], \quad (1)$$

де  $Q$  – потужність неперервного джерела, [г/с];  $\sigma_y(x)$  – горизонтальна дисперсія, [м];  $\sigma_z(x)$  – вертикальна дисперсія, [м];  $H_{ef}$  – ефективна висота підйому факела викидів, [м];  $u$  – швидкість вітру на висоті  $H_{ef}$ , [м/с];  $\alpha$  – інтегральний коефіцієнт, який враховує зміну концентрації ЗР за рахунок впливу інших факторів зовнішнього середовища (вимивання опадами, хімічна трансформація, поглинання підстилаючою поверхнею і т.д.).

Формули для обчислення  $u$ ,  $H_{ef}$ ,  $\alpha$ ,  $\sigma_y(x)$  та  $\sigma_z(x)$  можна знайти в роботах [1, 5, 7].

Зрозуміло, що протягом певного періоду часу  $T$  метеорологічні умови змінюються, тобто вітер змінює свій напрямок та швидкість і також змінюється стан атмосфери. Тому, для того, щоб визначити середній рівень забруднення за певний період часу, необхідно враховувати випадковий характер зазначених факторів. Отже, необхідно перейти до стохастичної моделі розсіювання забруднення.

Розглянемо задачу розповсюдження забруднення від джерела викидів за визначений часовий період  $T$  (як правило, місяць, квартал або рік) в залежності від метеорологічних умов. Нехай для регіону, де розташоване дане джерело викидів (наприклад, промислове підприємство), протягом досліджуваного періоду часу  $T$  має місце  $n$  типових метеорологічних ситуацій, тривалість кожної складає  $t_i$ . Тоді, нехтуючи перехідними процесами [6], можна вважати, що загальний процес розповсюдження забруднення за період  $T$  неперервний в часі та складається з чергування метеорологічних ситуацій різного типу. Час перебудови структури розподілу забруднення в регіоні через зміну напрямку вітру значно менше часу руху вітру в одному напрямку, тому, очевидно, можна розраховувати розповсюдження забруднення, яке відповідає одному напрямку руху повітряних мас, а потім проводити осереднення значень забруднення, що відповідає певному сезону.

Після виконання розрахунків для кожної метеорологічної ситуації осереднення концентрації забруднення за період  $T = \sum_{i=1}^n t_i$  здійснюється за формулою:

$$C_{\text{сеп}} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} = C_1 \frac{t_1}{T} + C_2 \frac{t_2}{T} + \dots + C_n \frac{t_n}{T} = C_1 p_1 + C_2 p_2 + \dots + C_n p_n = \sum_{i=1}^n C_i p_i, \quad (2)$$

де  $C_i$  – значення концентрацій забруднюючої речовини, які характерні для певної метеорологічної ситуації тривалістю  $t_i$ ;  $p_i$  – повторюваність або ймовірність  $i$ -ої метеорологічної ситуації.

Для розв’язання задачі знаходження середньої концентрації забруднення на певній території за визначений період часу необхідно оперувати характеристиками метеорологічних режимів, які спостерігались протягом досліджуваного періоду часу. Метеорологічний режим визначається наступними основними характеристиками: напрямком вітру, швидкістю повітряних мас, станом атмосфери та кількістю опадів. Метрологічні служби щоденно визначають середньодобовий напрямок та швидкість вітру. Середньодобовий напрямок вітру відповідає одному з 8 основних напрямків сторін світу: західний, південно-західний, південний, південно-східний, східний, північно-східний, північний, північно-західний.

Як правило, проміжком часу, протягом якого визначається усереднена концентрація забруднення, є місяць чи рік. Інформація про метрологічний режим, який спостерігався протягом певного місяця чи року, метрологічними службами надається в наступному вигляді:

1. Повторюваність напрямків вітру та штилів для даного регіону у відсотках у вигляді таблиці чи рози вітрів. Приклад рози вітрів наведено в [3].

Має місце рівність:  $P_{\text{сх}} + P_{\text{пн-сх}} + P_{\text{пн}} + P_{\text{пн-зх}} + P_{\text{зх}} + P_{\text{пд-зх}} + P_{\text{пд}} + P_{\text{пд-сх}} = 100\%$ , де  $P_{\text{сх}}$ ,  $P_{\text{пн-сх}}$ , ...,  $P_{\text{пд-сх}}$  – відсоток повторюваності східного, північно-східного та інших напрямків відповідно.

Як правило, в задачах, де застосовується ймовірність, оперують відносною величиною ймовірності, а не відсотками. Тобто ймовірність задану у відсотках, ділять на 100%. Надалі всі обчислення будемо виконувати у відносних ймовірностях.

2. Швидкість вітру та повторюваність по градаціям швидкостей вітру, які представлені в табл. 1.

Таблиця 1.

Ймовірнісний розподіл швидкості вітру

Швидкість вітру, м/с	Штиль, 0-1	1-2	2-3	3-4	...	$(k-1) - k$
Ймовірність	$p_1 = P_{\text{шт}}$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	...	$p_k$

Має місце рівність  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ .

Також надається інформація про середню  $u_{\text{сеп}}$  та максимальну  $u_{\text{max}}$  швидкість вітру за досліджуваній період часу.

3. Кількість опадів, [мм].

З урахуванням рози вітрів формула осереднення концентрації (2) буде мати вигляд:

$$C_{\text{сеп}} = C_{\text{сх}} P_{\text{сх}} + C_{\text{пн-сх}} P_{\text{пн-сх}} + C_{\text{пн}} P_{\text{пн}} + C_{\text{пн-зх}} P_{\text{пн-зх}} + C_{\text{зх}} P_{\text{зх}} + C_{\text{пд-зх}} P_{\text{пд-зх}} + C_{\text{пд}} P_{\text{пд}} + C_{\text{пд-сх}} P_{\text{пд-сх}} + C_{\text{шт}} P_{\text{шт}}, \quad (3)$$

де  $C_{\text{сх}}$ ,  $C_{\text{пн-сх}}$ ,  $C_{\text{пд-сх}}$ ,  $C_{\text{шт}}$  – стаціонарні розподіли забруднення, які відповідають східному, північно-східному, південно-східному напрямкам вітру та штילו при певній середній швидкості руху повітряних мас даного напрямку.

В [3] зображено екологічну карту середнього забруднення приземного шару атмосфери (ПША) за 2015 р. Карта побудована за відповідною розою вітрів та при середній швидкості вітру за рік  $u_{\text{сеп}} = 2,4$  м/с.

Отриманий розподіл концентрації діоксиду азоту не відповідає реальним умовам, оскільки не враховуються проміжні напрямки вітру між основними вісьма. А також значну похибку вносить використання лише середньої швидкості вітру, оскільки, як показано в [5, 7, 8], рівень концентрації значно залежить від швидкості вітру. Тому, для збільшення точності необхідно здійснити інтерполяцію проміжних напрямків вітру, а також використати ймовірнісний розподіл швидкості вітру за період  $T$  (табл. 1). Також потрібно врахувати зміну стану атмосфери протягом періоду  $T$ .

*Інтерполяція проміжних напрямків вітру*

Для інтерполяції розбиваємо всю розу вітрів на  $n$  напрямків з кроком  $\Delta\phi$ . При восьми румбовій розі вітрів найбільш зручним для інтерполяції є крок  $\Delta\phi = 5^\circ$  або  $\Delta\phi = \pi/36$  рад. Тоді кількість напрямків розповсюдження забруднення буде становити  $n = 360^\circ/5^\circ = 72$ .

Інтерполяція проміжних значень ймовірності напрямків вітру при такій градації здійснюється геометрично. Для різних проміжків маємо:

$$1) 1 \leq n \leq 10, \bar{P}_{1-10} = P_{\text{сх}} \frac{\sin(\alpha_1)}{\sin\left((n-1)\frac{\pi}{36} + \alpha_1\right)}, \text{ де } \alpha_1 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{пн-сх}}}{P_{\text{пн-сх}} - P_{\text{сх}}\sqrt{2}}\right) \right|;$$

$$2) 11 \leq n \leq 19, \bar{P}_{11-19} = P_{\text{пн-сх}} \frac{\sin(\alpha_2)}{\sin\left((n-10)\frac{\pi}{36} + \alpha_2\right)}, \text{ де } \alpha_2 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{пн}}\sqrt{2}}{P_{\text{пн-сх}}}\right) - 1 \right| + \frac{\pi}{4};$$

$$3) 20 \leq n \leq 28, \bar{P}_{20-28} = P_{\text{пн}} \frac{\sin(\alpha_3)}{\sin\left((n-19)\frac{\pi}{36} + \alpha_3\right)}, \text{ де } \alpha_3 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{пн-3х}}}{P_{\text{пн}}\sqrt{2} - P_{\text{пн-3х}}}\right) \right|;$$

$$4) 29 \leq n \leq 37, \bar{P}_{29-37} = P_{\text{пн-3х}} \frac{\sin(\alpha_4)}{\sin\left((n-28)\frac{\pi}{36} + \alpha_4\right)}, \text{ де } \alpha_4 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{3х}}\sqrt{2}}{P_{\text{пн-3х}}} - 1\right) \right| + \frac{\pi}{4};$$

$$5) 38 \leq n \leq 46, \bar{P}_{38-46} = P_{\text{3х}} \frac{\sin(\alpha_5)}{\sin\left((n-37)\frac{\pi}{36} + \alpha_5\right)}, \text{ де } \alpha_5 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{пд-3х}}}{P_{\text{3х}}\sqrt{2} - P_{\text{пд-3х}}}\right) \right|;$$

$$6) 47 \leq n \leq 55, \bar{P}_{47-55} = P_{\text{пд-3х}} \frac{\sin(\alpha_6)}{\sin\left((n-46)\frac{\pi}{36} + \alpha_6\right)}, \text{ де } \alpha_6 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{пд}}\sqrt{2}}{P_{\text{пд-3х}}} - 1\right) \right| + \frac{\pi}{4};$$

$$7) 56 \leq n \leq 64, \bar{P}_{56-64} = P_{\text{пд}} \frac{\sin(\alpha_7)}{\sin\left((n-55)\frac{\pi}{36} + \alpha_7\right)}, \text{ де } \alpha_7 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{пд-сх}}}{P_{\text{пд}}\sqrt{2} - P_{\text{пд-сх}}}\right) \right|;$$

$$8) 65 \leq n \leq 72, \bar{P}_{65-72} = P_{\text{пд-сх}} \frac{\sin(\alpha_8)}{\sin\left((n-64)\frac{\pi}{36} + \alpha_8\right)}, \text{ де } \alpha_8 = \left| \arctg\left(\frac{P_{\text{сх}}\sqrt{2}}{P_{\text{пд-сх}}} - 1\right) \right| + \frac{\pi}{4}.$$

Отримані таким чином значення  $\bar{P}_i$  не імовірнісного змісту, оскільки  $\sum_{i=1}^{72} \bar{P}_i > 1$ . Для того, щоб отримати остаточний розподіл ймовірностей по напрямкам, необхідно отримані  $\bar{P}_i$  поділити на  $\sum_{i=1}^{72} \bar{P}_i$ . Таким чином, отримаємо шукані ймовірності:  $P_i = \bar{P}_i / \sum_{i=1}^{72} \bar{P}_i$ .

Оскільки на процес розповсюдження забруднення в атмосфері істотно впливає швидкість вітру, то для більш точного визначення поля розподілу концентрації забруднення необхідно враховувати всі швидкості вітру, які спостерігалися протягом часу  $T$ , а не здійснювати моделювання тільки для середніх значень. Для цього потрібно обчислити відносну повторюваність швидкостей вітру за географічними напрямками. Наприклад, для того, щоб

отримати відносну повторюваність швидкостей вітру при східному напрямку вітру, необхідно перемножити ймовірність даного напрямку  $P_{cx} = P_1$  на ймовірності відповідних швидкостей вітру  $p_{1-k}$  (табл. 2). Аналогічно отримуємо відносну повторюваність швидкостей вітру за іншими напрямками. Порядок обчислень показано в табл. 2.

Таблиця 2

Ймовірнісний розподіл швидкості вітру за напрямками

Швидкість вітру, м/с	Напрямок вітру				Сума
	CX, 0°	5°	...	355°	
Штиль, 0-1	$p_1 = P_{шт}$				$p_1 = P_{шт}$
1-2	$P_1 \cdot p_2$	$P_2 \cdot p_2$	...	$P_{72} \cdot p_2$	$p_2$
2-3	$P_1 \cdot p_3$	$P_2 \cdot p_3$	...	$P_{72} \cdot p_3$	$p_3$
...	...	...	...	...	...
$(k-1)-k$	$P_1 \cdot p_k$	$P_2 \cdot p_k$	...	$P_{72} \cdot p_k$	$p_k$
Сума					$\sum_{i=1}^k p_i = 1$

Істотний вплив на форму факела викидів від ДЗ і тим самим на розподіл приземної концентрації забруднюючих речовин здійснює стан (стратифікація) атмосфери. Розрізняють шість основних станів атмосфери, кожен з яких характеризується температурним градієнтом, тобто розподілом температури з висотою [7]. Так, за умов конвекції атмосфера характеризується значною турбулентністю з великим розміром вихорів. Це сприяє швидкому переміщенню забруднення до ПША, де створюється значний рівень забруднення. За нейтральної атмосфери на розсіювання домішок впливають вихори малих розмірів. При цьому забруднення досягає поверхні землі значно далі, ніж за умов конвекції з меншим максимумом концентрації. А за умов інверсії турбулентність практично відсутня і факел забруднення майже паралельний землі. Рівень концентрації в ПША за стійкого стану менше, ніж за нестійкого та нейтрального станів. В [7] показані різні форми факелів викидів за різного стану атмосфери.

В [3, 4] в графічному вигляді зображений розподіл ймовірностей станів атмосфери в залежності від швидкості вітру. Стратифікація атмосфери суттєво залежить від швидкості вітру і цим не можна нехтувати при знаходженні концентрації забруднення.

За графічними даними побудовано таблицю розподілів ймовірностей станів атмосфери від швидкості вітру (табл. 3).

Ймовірнісний розподіл стану атмосфери в залежності від швидкості вітру

Стан атмосфери	Швидкість вітру, м/с						
	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
<b>A</b>	0,64	0,38	0,21	0,11	0,06	0,03	0,02
<b>B</b>	0,35	0,35	0,3	0,25	0,17	0,08	0
<b>C</b>	0	0,19	0,31	0,33	0,33	0,31	0,27
<b>D</b>	0,01	0,08	0,16	0,22	0,31	0,38	0,44
<b>E</b>	0	0	0,02	0,07	0,1	0,13	0,18
<b>F</b>	0	0	0	0,02	0,03	0,07	0,09
Сума	1	1	1	1	1	1	1

За основні значення швидкостей вітру взято середини часткових інтервалів.

Для визначення ряду розподілу стратифікації атмосфери при швидкості вітру 1,5 м/с здійснювалась екстраполяція графічних даних ліво.

Таким чином, основні ймовірнісні параметри для моделювання розповсюдження забруднення визначені.

Почнемо запис ймовірнісної моделі з розгляду розповсюдження домішок при певному напрямку та швидкості вітру. Нехай це буде східний вітер з швидкістю  $u_1 = 1,5$  м/с. Тоді модель, з урахуванням ймовірнісного розподілу стратифікації атмосфери, буде мати вигляд:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi} P_{11} \sum_{i=1}^6 P_{1i} \frac{1}{u_{1i} \sigma_{y_i} \sigma_{z_i}} \exp \left[ -\frac{y^2}{2\sigma_{y_i}^2} \right] \times \left\{ \exp \left[ -\frac{(z - H_{efh})^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] + \exp \left[ -\frac{(z + H_{efh})^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] \right\} \cdot \exp \left[ -\frac{\alpha x}{u_{1i}} \right], \quad (4)$$

де  $P_{11}$  – ймовірність східного напрямку вітру при швидкості  $u_1 = 1,5$  м/с (табл. 2);  $P_{1i}$  – ймовірність  $i$ -го стану атмосфери при швидкості вітру  $u_1 = 1,5$  м/с (табл. 3);  $u_{1i}$  – швидкості вітру на ефективній висоті факела викидів при швидкості вітру на висоті флюгера  $u_1 = 1,5$  м/с та  $i$ -ій стратифікації атмосфери;  $\sigma_{y_i}$ ,  $\sigma_{z_i}$  – відповідно горизонтальна та вертикальна дисперсії  $i$ -ої стратифікації атмосфери;  $H_{efh}$  – ефективна висота факела викидів при швидкості вітру на висоті флюгера  $u_1 = 1,5$  м/с.

Надалі, необхідно просумувати (4) за різними швидкостями вітру без врахування штилю (нехай таких швидкостей буде  $k$ ). Будемо мати:



$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi} \sum_{j=1}^k P_{1j} \sum_{i=1}^6 p_{ji} \frac{1}{u_{ji} \sigma_{y_i} \sigma_{z_i}} \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_{y_i}^2}\right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{(z - H_{eph_j})^2}{\sigma_{z_i}^2}\right] + \exp\left[-\frac{(z + H_{eph_j})^2}{\sigma_{z_i}^2}\right] \right\} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha x}{u_{ji}}\right]. \quad (5)$$

Вираз (5) є ймовірнісною моделлю розсіювання забруднення для певного напрямку вітру (східного). Остаточню, щоб отримати повну ймовірнісну модель, просумуємо (5) за всіма напрямками вітру, врахувавши штиль:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi} \sum_{m=1}^{72} \sum_{j=1}^k P_{mj} \sum_{i=1}^6 p_{ji} \frac{1}{u_{ji} \sigma_{y_i} \sigma_{z_i}} \exp\left[-\frac{(-x \sin \phi_m + y \cos \phi_m)^2}{2\sigma_{y_i}^2}\right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{(z - H_{eph_j})^2}{\sigma_{z_i}^2}\right] + \exp\left[-\frac{(z + H_{eph_j})^2}{\sigma_{z_i}^2}\right] \right\} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha (x \cos \phi_m + y \sin \phi_m)}{u_{ji}}\right] + \\ + C_{шт} P_{шт}, \quad (6)$$

де  $\phi_m$  – кут, який утворює  $m$ -ий напрямок вітру із східним напрямком.

Цікавим є питання визначення розподілу забруднення в умовах штилю. Послаблення вітру в ПША до штилю спостерігається з великою повторюваністю в багатьох географічних областях. Особливо воно характерне для областей з континентальним та помірно континентальним кліматом, до яких відноситься Київ. Однак, сильне послаблення вітру спостерігається більшою частиною тільки до рівнів біля 20 м. Вище відмічається порівняно різке підсилення вітру [1].

Для визначення рівня концентрацій в ПША за умов штилю скористаємось результатами, які отримані в [1, 3, 7]. Математична модель розсіювання домішок за відсутності вітру в шарі  $L$  має вигляд:

$$C_{шт} = \frac{Q}{\pi u_{(H_{eph}-L)} \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(H_{eph} - L)^2}{2\sigma_z^2}\right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{(z - H_{eph} + L)^2}{\sigma_z^2}\right] + \exp\left[-\frac{(z + H_{eph} - L)^2}{\sigma_z^2}\right] \right\} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha x}{u_{(H_{eph}-L)}}\right], \quad (7)$$

де  $u_{(H_{eph}-L)}$  – швидкість вітру на висоті  $(H_{eph} - L)$ .

Враховуючи формулу (7), остаточно стохастична математична модель забруднення атмосфери від викидів техногенних об'єктів буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}
 C(x, y, z) = & \frac{Q}{2\pi} \sum_{m=1}^{72} \sum_{j=1}^k P_{mj} \sum_{i=1}^6 P_{ji} \frac{1}{\sigma_{y_i} \sigma_{z_i}} \cdot \exp \left[ -\frac{(-x \sin \phi_m + y \cos \phi_m)^2}{2\sigma_{y_i}^2} \right] \times \\
 & \times \left( \frac{1}{u_{ji}} \cdot \left\{ \exp \left[ -\frac{(z - H_{efj})^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] + \exp \left[ -\frac{(z + H_{efj})^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] \right\} \times \right. \\
 & \times \exp \left[ -\frac{\alpha(x \cos \phi_m + y \sin \phi_m)}{u_{ji}} \right] + P_{штг} \cdot \frac{1}{u_{ji(H_{ef}-L)}} \cdot \left\{ \exp \left[ -\frac{(z - H_{efj} + L)^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] + \right. \\
 & \left. \left. + \exp \left[ -\frac{(z + H_{efj} - L)^2}{\sigma_{z_i}^2} \right] \right\} \cdot \exp \left[ -\frac{\alpha(x \cos \phi_m + y \sin \phi_m)}{u_{ji(H_{ef}-L)}} \right] \right). \quad (8)
 \end{aligned}$$

Для побудови геоінформаційної моделі забруднення атмосфери від викидів техногенних об'єктів розроблено спеціальну методику та програмні засоби моделювання з використанням систем Matlab та ArcMap [2, 3, 7].

Алгоритм побудови математико-картографічної моделі техногенних навантажень на атмосферу з використанням універсальних програмних засобів Matlab та ArcMap показаний на рис. 1.

Розроблена методика та програмні засоби використовувалися для моделювання найбільш небезпечних сценаріїв забруднення атмосфери м. Києва викидами теплових електростанцій (на прикладі ТЕЦ-5 та інших підприємств ПЕК). Результати аналізу представлені у вигляді екологічних карт техногенних навантажень на ПША.

На рис. 2 показана екологічна електронна карта, побудована на основі реальних метеорологічних даних, які спостерігались протягом липня 2015 р., для візуалізації розподілу середнього рівня концентрації діоксиду азоту в ПША від викидів ТЕЦ-5 м. Києва за вказаний період.

Здійснюючи порівняння отриманих рівнів концентрації діоксиду азоту з гранично допустимими концентраціями, будемо мати:

$$C_{\max}(\text{NO}_2) / \text{ГДК}_{\text{м.р.}}(\text{NO}_2) = 0,018 / 0,085 = 0,221 < 1,$$

$$C_{\max}(\text{NO}_2) / \text{ГДК}_{\text{с.д.}}(\text{NO}_2) = 0,018 / 0,04 = 0,47 < 1.$$

Таким чином, в середньому за липень 2015 р. рівень концентрації діоксиду азоту, який викидає ТЕЦ-5, є прийнятним.

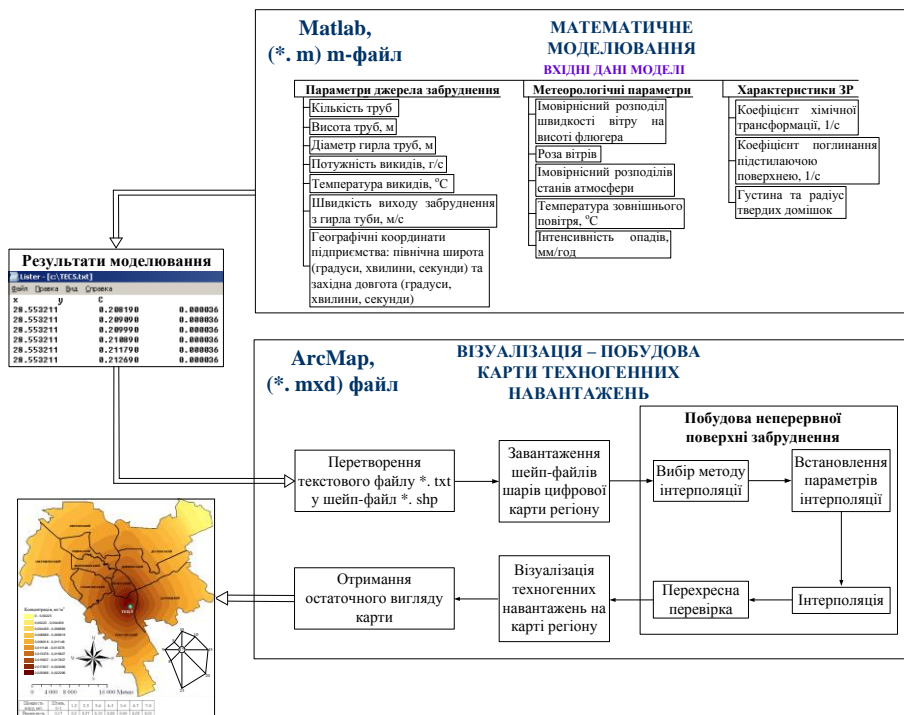


Рис. 1. Алгоритм побудови математико-картографічної моделі техногенних навантажень на атмосферу на основі застосування Matlab та ArcMap

Запропонована стохастична модель дозволяє визначити середній рівень забруднення за певний період часу (місяць, рік) від будь-якої кількості підприємств, які знаходяться на досліджуваній території.

На рис. 3 зображена карта розподілу діоксиду сірки за липень 2015 р. від викидів найбільших стаціонарних джерел викидів даної ЗР в м. Києва, якими є ЗАТ «Енергогенеруюча компанія Дартеплоцентраль» (ТЕЦ-4), ТЕЦ-5, ТЕЦ-6, ВАТ Завод по переробці сміття «Енергія», ВАТ «Корчуватський комбінат будівельних матеріалів», Боргницька станція аерації (ВАТ АК Київводоканал), Дарницький вагоноремонтний завод, завод «Укрпластик».

Для перевірки адекватності розроблених моделей значення концентрацій, які отримані в результаті моделювання, порівнювалися з даними натурних вимірювань, які проводилися на постах спостереження за станом ПША м. Києва. Щоб нейтралізувати вплив транспорту, для порівняння були обрані пости спостереження, розташовані в зеленій зоні. Порівняльний аналіз показав, що результати моделювання з досить високою точністю співпадають з вимірними концентраціями, що підтверджує адекватність запропонованих моделей.

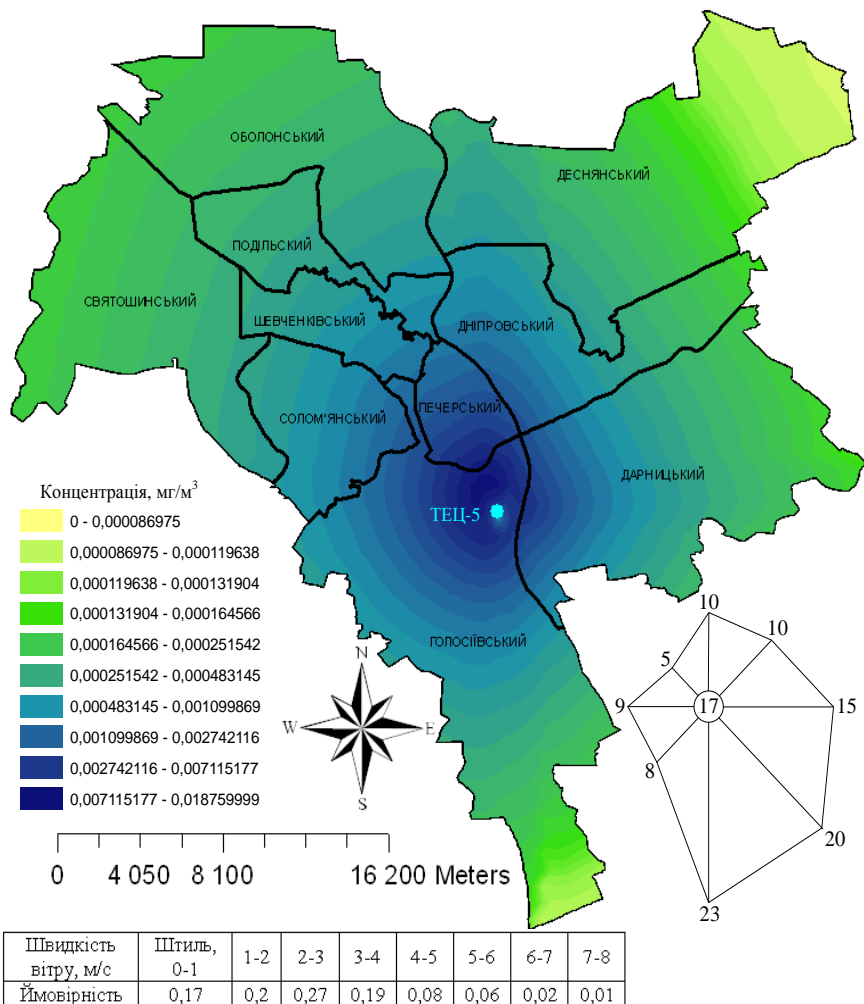


Рис. 2. Карта забруднення ПША викидами діоксидом азоту від ТЕЦ-5

Розроблені стохастичні математико-картографічні моделі є потужним засобом для розв'язання актуальних задач екологічної безпеки атмосфери в зонах впливу потенційно-небезпечних об'єктів. Дані, які отримуються в результаті моделювання, є основою для прийняття своєчасних ефективних рішень щодо регулювання ризиком для здоров'я населення, яке проживає на територіях із забрудненим ПША.

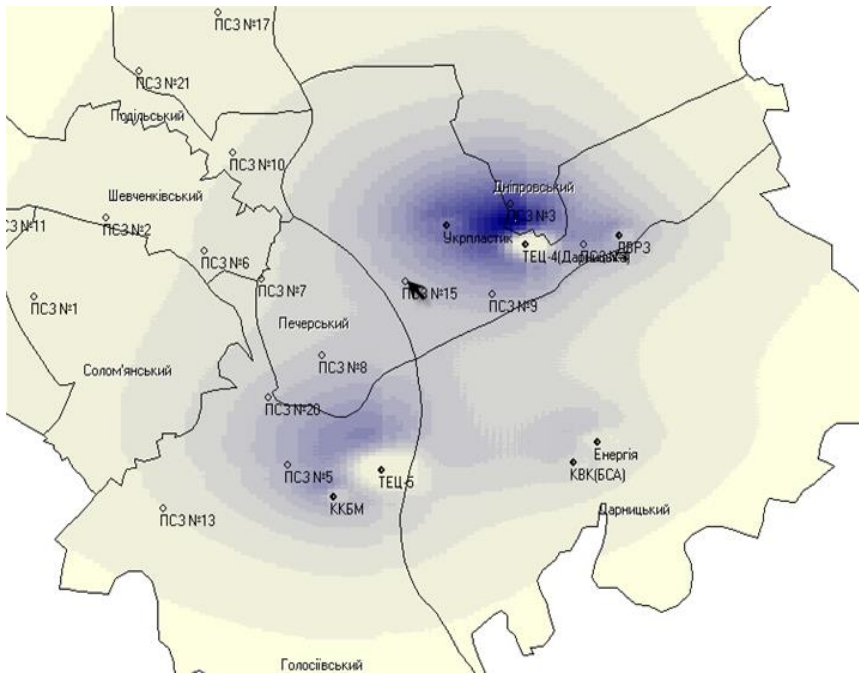


Рис. 3. Карта техногенних навантажень на ПША від викидів декількох підприємств

## Висновки

Детерміновані математичні моделі розсіювання домішок в атмосфері досить зручні для аналізу техногенних навантажень, пов'язаних з короткочасним впливом несприятливих факторів. У випадку дослідження більш тривалих впливів ці моделі не забезпечують високої точності, так як вони не враховують динаміку метеорологічних характеристик тобто їх ймовірнісний розподіл в часі, що досить важливо при обчисленні середнього рівня концентрації за певний період часу.

Для подолання даної проблеми в роботі запропоновано і обґрунтовано стохастичний підхід до моделювання техногенних навантажень на атмосферу викидів від техногенних об'єктів, який враховує ймовірнісний розподіл метеорологічних факторів. Для збільшення точності стохастичної моделі здійснено інтерполяцію ймовірнісних характеристик для проміжних напрямків вітру, враховано ймовірнісний розподіл стратифікації атмосфери, вплив опадів, хімічну трансформацію домішок і поглинання підстилаючою поверхнею.

Розроблено методику та програмні засоби для картографічного відображення зони впливу одного або декількох потенційно-небезпечних об'єктів з метою визначення рівня техногенного забруднення, орієнтовані на

підтримку прийняття рішень з питань екологічної безпеки атмосфери.

Для прикладу побудовано стохастичні математико-картографічні моделі забруднення ПША діоксидом азоту в результаті викидів від ТЕЦ-5, та діоксидом сірки від викидів найбільших стаціонарних ДЗ м. Києва. Адекватність розроблених моделей підтверджено на основі порівняння отриманих математичних розрахунків з даними відповідних постів спостереження за забрудненням.

1. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы / М.Е. Берлянд. – Л. : Гидрометеиздат, 1975. – 448 с.
2. Каменева И.П. ГИС-технологии построения экологических карт статистических поверхностей / И.П. Каменева, А.В. Яцишин, Д.А. Полишко, А.А. Попов, Т.В. Бахурец // Збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2008. – Вип. 49. – С.81-88.
3. Каменева И.П. Математико-картографическое моделирование техногенных нагрузок на атмосферу / И.П. Каменева, А.А. Попов, А.В. Яцишин // Моделирование та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – Вип. 51. – К.: 2009. – С.58-64.
4. Каменева И.П. Математичне моделювання розповсюдження забруднення в атмосфері на основі розв'язку рівняння турбулентної дифузії / І.П. Каменева, О.О. Попов // Матеріали Міжнародної наукової конференції “Моделирование – 2008”, (м. Київ, 14–16 травня 2008 р.) – К. : ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2008. – Т. 2. – С.602-607.
5. Каменева И.П. Моделирование забруднення атмосфери на основі Гаусового розподілу концентрацій / І.П. Каменева, О.О. Попов, А.В. Яцишин // Моделирование та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – Вип. 49. – К.: 2008. С.24-31.
6. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г.И. Марчук. – М. : Наука, 1982. – 320 с.
7. Попов О.О. Математичне моделювання розповсюдження техногенного забруднення від підприємств паливної енергетики / О.О. Попов // Збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2009. – Вип. 51. – С.73-84.
8. Попов О.О. Стаціонарна та нестационарна математичні моделі розповсюдження забруднення в атмосфері / О.О. Попов // Матеріали міжнародної наукової конференції „Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2008)” (м. Євпаторія, 19–23 травня 2008 р.). – Херсон : ХНТУ, 2008. – Т.2, Ч.2. – С.34-37.
9. Сердюцкая Л.Ф. Влияние некоторых параметров ТЭС на состав и количество загрязняющих веществ выбросах в атмосферу / Л.Ф. Сердюцкая, Н.А. Попова // Моделирование та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – Вип. 40. – К.: 2007. – С.73-82.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.3860732>

Поступила 26.09.2019р.