УДК 517.9

В. П. Лісовська, канд. фіз.-мат. наук,
О. І. Неня, канд. фіз.-мат. наук

Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана, м. Київ

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ РІВНЯННЯ МАККІ-ГЛАССА З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ

Розглядається функціонально-диференціальне рівняння Маккі-Гласса зі змінними коефіцієнтами, несталим запізненням та імпульсним впливом в фіксовані моменти часу. На основі теорем типу Разуміхіна, отримано умови експоненціальної стійкості додатних розв'язків даного рівняння.

Ключові слова: *функціонально-диференціальне рівняння, імпульсна дія, експоненціальна стійкість.*

Постановка задачі. Розглянемо нелінійне функціонально-диференціальне рівняння Маккі-Гласса з імпульсною дією

$$\dot{x}(t) = \frac{p(t)x(g(t))}{1 + x^n(g(t))} - \delta(t)x(t),\ t \neq t_k, \tag{1}$$

$$x(t_k^+) = (1 + b_k)x(t_k),\ k \in N, \tag{2}$$

де $n > 0$, $b_k > -1$, $p(t) \geq 0$, $\delta(t) > 0$, $g(t)$ — кусково-неперервні функції, $g(t) < t$, $\lim\limits_{t\to\infty} g(t) = \infty$, $\lim\limits_{t\to\infty} \sup(t - g(t)) < \infty$, послідовність точок імпульсної дії задовольняє умови $t_{k+1} - t_k > 0$, $k \in N$.

Рівняння Маккі-Гласса було представлене як модель гематопоезу (відтворення клітин крові) у роботі [1]. Дослідження даного рівняння та деяких схожих моделей широко висвітлені в публікаціях [2–4]. Рівняння Маккі-Гласса із запізненням описує модель генерації білих кров'яних тілець [5–6], а імпульсна дія характеризує короткочасні зовнішні впливи на систему [7–8].

Основними питаннями, що досліджуються в вищезгаданих джерелах, є існування періодичних розв'язків, властивість перманентності розв'язку, локальний та глобальний аналіз стійкості розв'язків.

У цій статті за допомогою теорем типу Разуміхіна досліджується властивість експоненціальної стійкості розв'язків рівняння (1), (2).

Під розв'язком рівняння (1) з початковим значенням

$$x(t) = \varphi(t),\ t < t_0,\ x(t_0) = x_0 > 0, \tag{3}$$

де $\varphi : (-\infty, t_0) \to R$, $\varphi(t) \geq 0$ — кусково-неперервна, обмежена функція, розуміємо абсолютно неперервну на кожному інтервалі $(t_j, t_{j+1}]$

функцію, яка задовольняє рівняння (1) майже скрізь, а також задовольняє умови імпульсів (2).

Виходячи з біологічної інтерпретації даного рівняння, розглядаємо розв'язки, які приймають невід'ємні значення.

Допоміжні результати. Нехай R — простір дійсних чисел, R_+ — простір невід'ємних дійсних чисел, R^n — n-вимірний простір з евклідовою нормою $\|\cdot\|$.

Розглянемо функціонально-диференціальне рівняння з імпульсною дією

$$\dot{x}(t) = f(t, g(t)),\ t \geq t_0,\ t \neq t_k, \tag{4}$$
$$x(t_k^+) = I_k(t_k, x(t_k)),\ \ t = t_k,\ \ k \in N,$$

де $x \in R^n$, $f, I_k : R_+ \times PC((-\infty, t_0], R^n) \to R^n$, $f(t,0) = 0$, $I_k(t_k, 0) = 0$, $g(t)$ — кусково-неперервна функція, $g(t) < t$, $\lim\limits_{t\to\infty} g(t) = \infty$, $\lim\limits_{t\to\infty} \sup(t - g(t)) < \infty$, послідовність точок імпульсної дії задовольняє умови $0 \leq t_0 < t_1 < \ldots < t_k < \ldots$, $t_{k+1} - t_k > 0$.

Позначимо через $PC([a,b], S)$ простір означених на відрізку $[a,b]$ кусково-неперервних неперервних зліва функцій зі значеннями в S та зі скінченною кількістю розривів.

Тоді

$$PC\big((-\infty, b], S\big) = \Big\{\psi : (-\infty, b] \to S \mid \forall a < b, \psi\,|_{[a,b]} \in PC\big([a,b], S\big)\Big\}.$$

Означимо простір $PCB(t)$ неперервних обмежених функцій. В якому для $\psi \in PCB(t)$ введемо норму $\|\psi\|_0 = \sup\limits_{s\leq 0} |\psi(s)|$. Для кожного $\sigma \geq 0$ нехай $PCB_\delta(\sigma) = \big\{\psi \in PCB(\sigma) : \|\psi\| \leq \delta\big\}$.

Функцію $x(t)$ назвемо розв'язком рівняння (4) з початковою умовою

$$x(t) = \varphi(t), t < t_0, \tag{5}$$

де $\varphi : (-\infty, t_0) \to R$ — кусково-неперервна, обмежена функція, якщо $x(t, t_0, \varphi)$ задовольняє (4) та (5).

Під розв'язком рівняння (4) розуміємо абсолютно неперервну на кожному інтервалі $(t_j, t_{j+1}]$ функцію, яка задовольняє рівняння (4) майже скрізь, а також задовольняє умови імпульсів.

Оскільки $f(t,0) = 0, I_k(t_k, 0) = 0, k = 1, 2, \ldots,$ то $x(t) = 0$ розв'язок рівняння (4), (5), який назвемо тривіальним розв'язком.

Означення 1. Функція $V : R_+ \times R^n \to R_+$ належить класу v_0 якщо:

(i) V — неперервна на кожній множині $(t_{k-1};t_k] \times R^n$ функція і для кожного значення $x \in R^n$, $t \in (t_{k-1};t_k]$, $k \in N$ існує

$$\lim_{(t,y)\to(t_k^+,x)} V(t,y) = V(t_k^+,x);$$

(ii) $V(t,x)$ — локально ліпшицева для всіх $x \in R^n$, і для всіх $t \geq t_0$ виконується рівність $V(t,0)=0$.

Означення 2. Лівостороння похідна функції $V : R_+ \times R^n \to R_+$ по відношенню до системи (4) визначається таким чином

$$D^- V(t,\psi(0)) = \lim_{h\to 0^-} \sup \frac{1}{h}\left[V(t+h,\psi(0)+hf(t,\psi)) - V(t,\psi(0))\right],$$

для $(t,\psi) \in R_+ \times PC((-\infty;0],R^n)$.

Означення 3. Тривіальний розв'язок системи (4), (5) експоненціально стійкий, якщо для кожного $\varepsilon > 0$ існує $\delta = \delta(\varepsilon)$ та стала $\alpha > 0,$ що для довільної початкової функції $\varphi \in PCB_\delta(t_0)$ виконується нерівність

$$\left\| x(t,t_0,\varphi) \right\| \leq \varepsilon \cdot e^{-\alpha(t-t_0)}, t \geq t_0.$$

Розглянемо лінійне рівняння

$$\dot{x}(t) = c(t)x(g(t)) - a(t)x(t), t \neq t_k, \tag{6}$$

$$x(t_k^+) = (1+b_k)x(t_k), t = t_k.$$

з початковою функцією та початковим значенням

$$x(t) = \varphi(t) \geq 0, t < t_0, x(t_0) = x_0 > 0. \tag{7}$$

Введемо в розгляд також відповідні нерівності з імпульсною дією:

$$\dot{y}(t) \leq c(t)y(g(t)) - a(t)y(t), \tag{8}$$

$$y(t_k^+) = (1+b_k)y(t_k),$$

та

$$g(\tau_1) = t_0, \tag{9}$$

$$w(t_k^+) = (1+b_k)w(t_k).$$

Лема 1. (Див. [9]) Нехай $a(t) \geq 0, c(t) > 0, g(t)$ — кусково-неперервні функції. Тоді розв'язок рівняння (6)–(7) додатний. Якщо $x(t) = = y(t) = w(t), t \leq t_0$, тоді $y(t) \leq x(t) \leq w(t), t \geq t_0$, де $y(t)$ і $w(t)$ відповідно розв'язки нерівностей $(8),(9)$.

Основні результати.

Теорема 1. Припустимо, що існує функція $V \in v_0$ та такі сталі $p > 0$, $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, $\lambda > 0$, що виконуються наступні умови:

(i) $c_1 \|x\|^p \le V(t,x) \le c_2 \|x\|^p$;

(ii) $V(t_k^+, I_k(t_k,\varphi)) \le (1+b_k)V(t_k,\varphi(0)),\ b_k > -1$;

(iii) $D^- V(t,\varphi(0)) \le -\lambda V(t,\varphi(0))$, для всіх $t \ne t_k$ на R_+, якщо

$$V(t,\varphi(0)) \ge \prod_{g(t)\le t_k < t} (1+b_k) e^{-\lambda(t-g(t))} V(g(t),\varphi(g(0)));$$

(iv) $\prod\limits_{g(t)\le t_k < t} (1+b_k) e^{-\lambda(t-g(t))} \le e^{-\xi(t-g(t))}, 0 \le \xi < \lambda$,

для всіх $t > t_0$.

Тоді тривіальний розв'язок системи (4) експоненціально стійкий.

Доведення. Нехай $x(t)$ — розв'язок системи (4) і $V(t) = V(t,x(t))$. Доведемо, що для довільного $t \in (t_{k-1}, t_k]$ виконується нерівність

$$V(t) \le c_2 \prod_{t_0 \le t_k < t} (1+b_k) \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t-t_0)}. \tag{10}$$

Нехай

$$Q(t) = \begin{cases} V(t) - c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t-t_0)}, & t \le t_0, \\ V(t) - c_2 \prod\limits_{t_0 \le t_k < t} (1+b_k) \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t-t_0)}, & t \in (t_{k-1}, t_k]. \end{cases}$$

Покажемо, що $Q(t) \le 0$ для всіх $t \ge t_0$.

Очевидно, що $Q(t) \le 0$ для $t \le t_0$, оскільки згідно умови (i) маємо оцінку $Q(t) \le V(t) - c_2 \|\varphi\|_0^p \le 0$.

Покажемо, що для всіх $t \in (t_0, t_1]$ виконується $Q(t) \le 0$. Нехай існує довільне число $\alpha > 0$, що для $t \in (t_0, t_1]$ виконується $Q(t) \le \alpha$. Припустимо, що це не так. Тоді існує таке $t^* = \inf\{t \in (t_0, t_1] : Q(t) > \alpha\}$, що $Q(t^*) = \alpha$, $Q(t^*) \le \alpha$ для $t \le t^*$.

Оскільки $V(t^*) = Q(t^*) + c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t^*-t_0)}$, то

$$V(g(t^*)) = Q(g(t^*)) + c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(g(t^*)-t_0)} \le$$

$$\le \alpha + c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t^*-t_0+g(t^*)-t^*)} \le$$

$$\leq (\alpha + c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t^* - t_0)}) e^{-\lambda(g(t^*) - t^*)} = V(t^*) e^{-\lambda(g(t^*) - t^*)}.$$

Тому згідно умови (iii) маємо $D^- V(t^*) \leq -\lambda V(t^*)$, звідки випливає

$$D^- Q(t^*) = D^- V(t^*) + \lambda c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t^* - t_0)} \leq -\lambda V(t^*) +$$

$$+ \lambda c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t^* - t_0)} = -\lambda \left(V(t^*) - c_2 \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t^* - t_0)} \right) = -\lambda \alpha < 0,$$

що протирічить визначенню точки t^*, тобто маємо $Q(t) \leq \alpha$ для всіх $t \in (t_0, t_1]$. Нехай $\alpha \to 0^+$, тоді $Q(t) \leq 0$ для всіх $t \in (t_0, t_1]$.

Припустимо, що для всіх $t \in (t_0, t_m]$ виконується $Q(t) \leq 0$, і покажемо, що $Q(t) \leq 0$ для $t \in (t_0, t_{m+1}]$.

Згідно умови (ii) маємо, що

$$Q\left(t_m^+\right) = V(t_m^+) - c_2 \prod_{t_0 \leq t_k < t_m} (1 + b_k) \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t_m - t_0)} \leq$$

$$\leq (1 + b_m) V(t_m) - c_2 \prod_{t_0 \leq t_k \leq t_m} (1 + b_k) \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t_m - t_0)} \leq$$

$$\leq (1 + b_m) \left(V(t_m) - c_2 \prod_{t_0 \leq t_k < t_m} (1 + b_k) \|\varphi\|_0^p e^{-\lambda(t_m - t_0)} \right) =$$

$$= (1 + b_m) Q(t_m) \leq 0.$$

Нехай існує довільне число $\alpha > 0$ таке, що для $t \in (t_m, t_{m+1}]$ виконується $Q(t) \leq \alpha$. Припустимо, що це не так. Тоді існує таке $t^* = \inf\{t \in (t_m, t_{m+1}] : Q(t) > \alpha\}$, що $Q(t^*) = \alpha$, $Q(t^*) \leq \alpha$ для $t \leq t^*$.

Оскільки $V(t^*) = Q(t^*) + c_2 \|\varphi\|_0^p \prod_{t_0 \leq t_k < t^*} (1 + b_k) e^{-\lambda(t^* - t_0)}$, то

$$V(g(t^*)) = Q(g(t^*)) + c_2 \|\varphi\|_0^p \prod_{t_0 \leq t_k < g(t^*)} (1 + b_k) e^{-\lambda(g(t^*) - t_0)} \leq$$

$$\leq \alpha + c_2 \|\varphi\|_0^p \prod_{t_0 \leq t_k < t^*} (1 + b_k) \prod_{g(t^*) \leq t_k < t^*} (1 + b_k)^{-1} e^{-\lambda(t^* - t_0)} e^{-\lambda(g(t^*) - t^*)} \leq$$

$$\leq \left(\alpha + c_2 \|\varphi\|_0^p \prod_{t_0 \leq t_k < t^*} (1 + b_k) e^{-\lambda(t^* - t_0)} \right) \prod_{g(t^*) \leq t_k < t^*} (1 + b_k)^{-1} e^{-\lambda(g(t^*) - t^*)} =$$

$$= V(t^*) \prod_{g(t^*) \leq t_k < t^*} (1 + b_k)^{-1} e^{-\lambda(g(t^*) - t^*)}.$$

В останній нерівності при перетвореннях використали умову (iv), з якої випливає, що

$$\prod_{g(t^*)\le t_k<t^*}(1+b_k)^{-1}e^{-\lambda(g(t^*)-t^*)}>1.$$

Тому згідно умови (iii) маємо $D^-V(t^*)\le-\lambda V(t^*)$, звідки випливає

$$D^-Q(t^*)=D^-V(t^*)+\lambda c_2\|\varphi\|_0^p\prod_{t_0\le t_k<t^*}(1+b_k)e^{-\lambda(t^*-t_0)}\le$$

$$\le-\lambda V(t^*)+\lambda c_2\|\varphi\|_0^p\prod_{t_0\le t_k<t^*}(1+b_k)e^{-\lambda(t^*-t_0)}=$$

$$=-\lambda\left(V(t^*)-c_2\|\varphi\|_0^p\prod_{t_0\le t_k<t^*}(1+b_k)e^{-\lambda(t^*-t_0)}\right)=-\lambda\alpha<0,$$

що протирічить вибору точки t^*, тобто маємо $Q(t)\le\alpha$ для всіх $t\in[t_m,t_{m+1}]$. Нехай $\alpha\to0^+$, тоді $Q(t)\le0$ для всіх $t\in(t_0,t_{m+1}]$.

Тому згідно методу математичної індукції маємо справедливість оцінки (10).

Далі розіб'ємо інтервал $[t_0;+\infty)$ на інтервали запізнення наступним чином: існує значення τ_1 таке, що $g(t)>t_0$ при $t>\tau_1$, тому $g(\tau_1)=t_0$, тобто маємо інтервал $[t_0,\tau_1)$. Аналогічно будуємо інтервал $[\tau_1,\tau_2)$, де $g(\tau_2)=\tau_1$, і т.д.

Виходячи з умов $(i)-(iii)$ та вищеописаного розбиття маємо такі оцінки

$$c_1\|x\|^p\le V(t,x)\le c_2\prod_{t_0\le t_k<t}(1+b_k)\|\varphi\|_0^p\,e^{-\lambda(t-t_0)}$$

звідки

$$\|x\|\le\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{1}{p}}\|\varphi\|_0\left(\prod_{t_0\le t_k<t}(1+b_k)e^{-\lambda(t-t_0)}\right)^{\frac{1}{p}}=\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{1}{p}}\|\varphi\|_0\left(\Omega(t)\right)^{\frac{1}{p}},$$

де

$$\Omega(t)=\prod_{t_0\le t_k<t}(1+b_k)e^{-\lambda(t-t_0)}=$$

$$=\prod_{t_0\le t_k<\tau_1}(1+b_k)e^{-\lambda(\tau_1-t_0)}\prod_{\tau_1\le t_k<\tau_2}(1+b_k)e^{-\lambda(\tau_2-\tau_1)}\times\ldots\times$$

$$\times\prod_{\tau_m\le t_k<t}(1+b_k)e^{-\lambda(t-\tau_m)}=$$

$$= \prod_{g(\tau_1)\le t_k<\tau_1}(1+b_k)e^{-\lambda(\tau_1-g(\tau_1))}\prod_{g(\tau_2)\le t_k<\tau_2}(1+b_k)e^{-\lambda(\tau_2-g(\tau_2))}\times\ldots\times$$

$$\times\prod_{\tau_m\le t_k<t}(1+b_k)e^{-\lambda(t-\tau_m)}\le e^{-\xi(\tau_1-t_0)}e^{-\xi(\tau_2-\tau_1)}\times\ldots\times e^{-\xi(t-\tau_m)}=e^{-\xi(t-t_0)}.$$

Тому

$$\|x\|\le\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{1}{p}}\|\varphi\|_0\, e^{-\frac{\xi}{p}(t-t_0)},\ t\ge t_0.$$

Нехай $\varphi\in PCB_\delta(t_0),\quad \delta=\varepsilon\cdot\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^{\frac{1}{p}}$, тоді

$$\|x\|\le\varepsilon\cdot e^{-\frac{\xi}{p}(t-t_0)},\ t\ge t_0.$$

Теорему доведено.

Теорема 2. Припустимо, що існують такі сталі $\lambda>\xi\ge 0$ та для всіх $t>t_0$ виконуються умови:

$$\frac{a(t)-\lambda}{c(t)}\prod_{g(t)\le t_k<t}(1+b_k)e^{-\lambda(t-g(t))}\ge 1, \tag{11}$$

$$\prod_{g(t)\le t_k<t}(1+b_k)e^{-\lambda(t-g(t))}<e^{-\xi(t-g(t))}, \tag{12}$$

тоді тривіальний розв'язок рівняння (6) експоненціально стійкий.

Доведення. Нехай $V(t,x)=x.$ Перевіримо виконання умов теореми 1. Умови $(i),(ii)$ виконуються завдяки вибору функції $V(t,x)$.

Тоді згідно умови (iii) якщо

$$x(t)\ge\prod_{g(t)\le t_k<t}(1+b_k)e^{-\lambda(t-g(t))}x(g(t)),$$

то беручи до уваги (11) отримаємо наступне

$$D^-V(t)=c(t)x(g(t))-a(t)x(t)=x(t)\left(-a(t)+c(t)\frac{x\big(g(t)\big)}{x(t)}\right)\le$$

$$\le x(t)\left(-a(t)+c(t)\prod_{g(t)\le t_k<t}(1+b_k)^{-1}e^{\lambda(t-g(t))}\right)\le-\lambda x(t)=-\lambda V(t).$$

Тобто маємо виконання всіх умов теореми 1.

Теорему доведено.

Умови експоненціальної стійкості розв'язків рівняння Маккі-Гласса.

Теорема 3. (Див. [9]) Будь-який розв'язок рівняння (1)–(3) додатний для всіх t.

Теорема 4. Нехай для всіх $t > t_0$ виконуються умови:

$$\frac{\delta(t)-\lambda}{p(t)} \prod_{g(t)\le t_k<t} (1+b_k)e^{-\lambda(t-g(t))} \ge 1, \tag{13}$$

$$\prod_{g(t)\le t_k<t} (1+b_k)e^{-\lambda(t-g(t))} < e^{-\xi(t-g(t))}, \tag{14}$$

де $\lambda > \xi \ge 0$.

Тоді тривіальний розв'язок рівняння (1) експоненціально стійкий.

Доведення. Оскільки розв'язок $x(t)$ додатний, тоді

$$\dot{x}(t) \le p(t)x(g(t)) - \delta(t)x(t),\ t \ge 0,$$
$$x(t_k+0) = (1+b_k)x(t_k).$$

Далі використовуючи лему 1 та теорему 2 доводимо дану теорему.

Теорему доведено.

Висновки. Розглянуто функціонально-диференціальне рівняння Маккі-Гласса зі змінними коефіцієнтами, несталим запізненням та імпульсним впливом у фіксовані моменти часу. На основі теорем типу Разуміхіна та теорем порівняння, отримано нові умови експоненціальної стійкості додатних розв’язків даного рівняння.

Список використаних джерел:

1. Mackey M. C. Oscillation and chaos in physiological control systems / M. C. Mackey, L. Glass // Science. — 1977. — Vol. 197. — P. 287–289.
2. Hale J. K. Onset of chaos in differential delay equations / J. K. Hale, N. Sternberg // J. Comput. Phys. — 1988. — Vol. 77, № 1. — P. 221–239.
3. Gopalsamy K. A note on global attractivity in models of hematopoiesis / K. Gopalsamy, S. I. Trofimchuk, N. R. Bantsur // Ukr. Math. J. — 1998. — Vol. 50, № 1. — P. 5–12.
4. A global stability criterion for a family of delayed population models / E. Liz, M. Pinto, V. Tkachenko, S. Trofimchuk // Quart. Appl. Math. — 2005. — Vol. 63. — P. 56–70.
5. Berezansky L. Mackey-Glass equation with variable coefficients / L. Berezansky, E. Braverman // Computers and Mathematics with Applications. — 2006. — Vol. 51. — P. 1–16.
6. Мисло Ю. М. Майже періодичні розв'язки рівнянь Маккі-Гласса з імпульсною дією / Ю. М. Мисло, В. І. Ткаченко // Нелінійні коливання. — 2011. — Вип. 14, № 4. — С. 507–515.
7. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием / А. М. Самойленко, Н. А. Перестюк. — К. : Вища школа, 1987. — 288 с.
8. Lakshmikantham V. Theory of impulsive differential equations / V. Lakshmikantham, D. D. Bainov, P. S. Simeonov. — Singapure : World Scientific, 1989. — 273 p.

9. Неня О. І. Дослідження згасання розв'язків рівняння Макі-Гласса з імпульсною дією / О. І. Неня // Нелінійні коливання. — 2013. — Вип. 16, № 4. — С. 511–517.

The Mackey-Glass equation is considered, with variable coefficients, nonconstant delay and impulsive action at fixed times. Based on the Razumikhin type theorems the conditions of exponential stability are presented for positive solutions for this equation.

Key words: *functional-differential equation, impulsive action, exponential stability.*

Отримано: 12.02.2014

УДК 517.956

В. А. Літовченко, д-р фіз.-мат. наук, професор,
Г. М. Унгурян, магістр

Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, м. Чернівці

ФУНДАМЕНТАЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ОДНОГО КЛАСУ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ ІЗ КОЕФІЦІЄНТАМИ ОБМЕЖЕНОЇ ГЛАДКОСТІ

Побудовано фундаментальний розв’язок задачі Коші та досліджено його властивості для одного класу параболічних рівнянь типу Шилова із змінними коефіцієнтами обмеженої гладкості та невід’ємним родом.

Ключові слова: *задача Коші, фундаментальний розв’язок, параболічність за Шиловим.*

Вступ. Параболічні за Г. Є. Шиловим рівняння з частинними похідними, на відміну від параболічних за І. Г. Петровським рівнянь, взагалі кажучи, не є стійкими в сенсі параболічності до зміни своїх коефіцієнтів, навіть тих, що знаходяться при нульовій похідній [1].

У [2] Я. І. Житомирський означує досить широкий клас параболічних систем типу Шилова із залежними від просторової змінної молодшими коефіцієнтами, який охоплює параболічні за Шиловим системи. Для таких систем методом послідовних наближень, без використання фундаментального розв’язку, встановлено коректну розв’язність задачі Коші в класі достатньо гладких обмежених початкових функцій. Подальше дослідження задачі Коші для систем з цього класу потребує побудови фундаментального розв’язку задачі Коші (ФРЗК) та всебічного її вивчення.

Розвиваючи класичні методи теорії параболічних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, у [3] здійснено повний аналітичний опис ФРЗК

