2. Королюк В. С. Стабилизация импульсных динамических систем с конечным последействием при наличии марковских параметров. Часть I / В. С. Королюк, В. И. Мусуривский, В. К. Ясинский // Проблемы управления и информатики. — 2008. — № 3. — С. 5-20.
3. Проблеми стабілізації імпульсних систем випадкової структури зі скінченною післядією / В. С. Королюк, В. І. Мусурівський, В. К. Ясинський, І. В. Дорошенко. — Чернівці : Чернівецький національний університет, 2010. — 240 с.
4. Кац И. Я. Метод функций Ляпунова в задачах устойчивости и стабилизации систем случайной структуры / И. Я. Кац. — Екатеринбург : Изд-во Уральской государственной академии путей сообщения, 1998. — 222 с.
5. Дынкин Е. Б. Марковские процессы / Е. Б. Дынкин. — М. : Физматгиз, 1963. — 859 с.
6. Мусурівський В. І. Про проблему стійкості стохастичних диференціально-функціональних рівняннь с імпульсними марковскими збуреннями та скінченним запізненням / В. І. Мусурівський // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія фізико-математичні науки : зб. наук. праць. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2014. — Вип.10. — С. 140-151.

The scientific work deals with the stabilization of the impulse system of the odd structure with the continous behind under the impact of external and internal Markov's parameters with contemporary existing random process and behind.

Key words: *impulse dynamical system, system odd structure, continous behind.*

Отримано: 20.06.2014

УДК 519.21

А. В. Нікітін, канд. фіз.-мат. наук
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський

СТІЙКІСТЬ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ВИПАДКОВИМИ ЛІНІЙНИМИ СТРИБКАМИ РОЗВ'ЯЗКІВ У ГІЛЬБЕРТОВИХ ПРОСТОРАХ

Отримано умови стійкості у середньому та у середньому квадратичному розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими лінійними стрибками розв'язків у гільбертових просторах.

Ключові слова: *гільбертовий простір, стійкість, марковський процес.*

Вступ. До вивчення стійкості розв'язків стохастичних рівнянь можливо застосувати різні підходи. Так, якщо відомі розв'язки таких рівнянь, то інколи застосовують прямий метод дослідження стійкості або асимптотичної стійкості. Інший підхід базується на введенні стохастичних функцій Ляпунова та застосування аналога другого методу Ляпунова. Якщо відомі моментні функції або рівняння для моментних функцій, то тоді задачі дослідження стійкості в середньому квадратичному зводиться до аналізу поведінки таких функцій. Продемонструємо останній підхід на прикладі дослідження асимптотичної стійкості нульового розв'язку системи стохастичних диференціальних рівнянь.

Постановка задачі. Розглянемо марковський процес $\xi(t)$, що може перебувати у станах $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n, ...$ з ймовірностями

$$p_k(t) = \mathrm{P}\{\xi(t) = \theta_k\} \quad (k = 1, 2, ...) , \tag{1}$$

які задовольняють системі диференціальних рівнянь

$$\frac{dp_k(t)}{dt} = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{ks} p_s(t) . \tag{2}$$

Тут сталі коефіцієнти α_{ks} $(k = 1, 2, ...)$ задовольняють співвідношенням

$$\alpha_{ks} < 0 , \; \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{ks} = 0 , \; \alpha_{ks} \geq 0 \;\; (k \neq s) \;\; (k, s = 1, 2, ...) .$$

Марковський процес $\xi(t)$ стрибком змінює своє значення у випадкові моменти часу t_j $(j = 0, 1, 2, ...)$.

Поряд з марковським процесом $\xi(t)$ розглянемо систему лінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t) , \; t \neq t_j \;\; (j = 0, 1, 2, ...) , \tag{3}$$

яка в момент часу t_j стрибком змінює своє значення за законом

$$X(t_j + 0) = C_{ks} X(t_j - 0) , \tag{4}$$

при переході випадкового процесу зі стану θ_s у стан θ_k $(k \neq s)$, C_{ks} — сталі матриці.

Розв'язок системи (3) є випадковим процесом. У роботі досліджується стійкість в середньому та стійкість в середньому квадратичному розв'язків системи лінійних диференціальних рівнянь (3). При цьому виведені рівняння для визначення необхідних та достатніх умов асимптотичної стійкості.

Різницева апроксимація диференціальних рівнянь.

Перейдемо від диференціальних рівнянь (2) і (3) до різницевих, поклавши $t_n = nh$ $(n = 0, 1, 2, ...)$, $h > 0$.

Система диференціальних рівнянь (2) апроксимується системою різницевих рівнянь

$$p_k(t_{n+1}) = p_k(t_n) + h\sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{ks} p_s(t_n) \quad (k = 1, 2, ...) \,. \tag{5}$$

Нехай виконані умови $1 + h\alpha_{kk} \geq 0 \quad (k = 1, 2, ...)$. При цьому система диференціальних рівнянь (5) описує нескінченнозначний марковський ланцюг, що може перебувати у станах $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n, ...$ з ймовірностями $p_k(t) = \mathrm{P}\{\xi(t) = \theta_k\} \quad (k = 1, 2, ...)$.

Система диференціальних рівнянь (3) апроксимується системою різницевих рівнянь

$$X_{n+1} = X_n + hA(\xi_{n+1}, \xi_n) X_n \,, \tag{6}$$

де

$$A(\theta_k, \theta_s) = A \quad (s = 1, 2, ...) \,; \; A(\theta_k, \theta_s) = h^{-1}(C_{ks} - E) \quad (k \neq s) \,. \tag{7}$$

Моментні рівняння для системи різницевих рівнянь (6). Нехай $f(t_n, X, \xi)$ — щільність розподілу дискретно-неперервного випадкового процесу X, яку можна подати у вигляді

$$f(t_n, X, \xi) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t_n, X) \delta(\xi - \theta_k) \,, \tag{8}$$

де $\delta(\theta)$ — дельта-функція Дірака. Частинні щільності розподілу $f_k(t_n, X)$ задовольняють умовам

$$\begin{aligned} f_k(t_{n+1}, X) = \\ = (1 + h\alpha_{kk}) f_k(t_{n1}(E + hA(\theta_k, \theta_s))^{-1} X) \mid \det(E + hA(\theta_k, \theta_s))^{-1} \mid + \\ + \sum_{s=1, s\neq q}^{\infty} ha_{ks} f_s(t_{n_1}, (E + hA(Q_k, Q_s))^{-1} X) \mid \det(E + hA(Q_k, Q_s))^{-1} \mid, (k = 1, 2, ...) \end{aligned} \tag{10}$$

Розкладемо члени рівняння (10) за степенем параметру h, передбачаючи диференціювання $f_k(t, X) \quad (k = 1, 2, ...)$ за всіма аргументами. При цьому приходимо до системи диференціальних рівнянь з частинними похідними

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_k(t, X)}{\partial t} = -\frac{Df_k(t, X)}{DX} A_k X - f_k(t, X) S_p A_k + \\ + \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{ks} f_s(t, C_{ks}^{-1} X) \mid \det C_{ks}^{-1} \mid (k = 1, 2, ...). \end{aligned} \tag{11}$$

Позначимо математичні сподівання вектора X і матриці XX' символами

$$\begin{aligned} M(t) = \left\langle \tilde{O} \right\rangle = \int_{E_m} Xf(t, X) dX = \sum_{k=1}^{\infty} \int_{E_m} Xf_k(t, X) dX \,; \\ D(t) = \left\langle \tilde{O}\tilde{O}^* \right\rangle = \int_{E_m} XX^* f(t, X) dX = \sum_{k=1}^{\infty} \int_{E_m} XX^* f_k(t, X) dX \,. \end{aligned} \tag{12}$$

Вектори $M(t)$ і матриця $D(t)$ визначаються рівняннями

$$M(t)=\sum_{k=1}^{\infty}M_k(t)\,,\; M_k(t)=\int_{E_m} Xf_k(t,X)dX\,,\; (k=1,2,...)$$

$$D(t)=\sum_{k=1}^{\infty}D_k(t)\,,\; D_k(t)=\int_{E_m} XX^{*}f_k(t,X)dX\,,\; (k=1,2,...)\,.$$

Вектори $M_k(t)$ $(k=1,2,...)$ задовольняють системі векторних диференціальних рівнянь

$$\frac{dM_k(t)}{dt}=A_kM_k+\sum_{s=1}^{q}\alpha_{ks}C_{ks}M_k \quad (k=1,2,...) \tag{13}$$

яка отримується із системи (11) множенням матриці XX' та інтегруванням по всьому простору E_m.

Надалі припускаємо, що частинні щільності розподілу $f_k(0,X)$, $(k=1,2,...)$ мають скінченні моменти першого і другого порядку. Із систем рівнянь (13), (14) отримаємо наступну теорему.

Теорема. Для того, щоб нульові розв’язки системи лінійних диференціальних рівнянь (3) з випадковими стрибками розв’язку вигляду (4), зумовленими марковським скінченнозначним процесом $\xi(\mathrm{t})$ (1), були асимптотично стійкими у середньому, необхідно і досить, щоб нульовий розв’язок системи (13) був асимптотично стійким.

Висновки. Побудувавши системи моментних рівнянь першого та другого порядку, можна робити висновки про стійкість у середньому та у середньому квадратичному тривіального розв’язку вихідної системи стохастичних диференціальних рівнянь.

Список використаних джерел:

1. Гихман И. И. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение / И. И. Гихман, А. В. Скороход. — К. : Наука. думка, 1982. — 612 с.
2. Скороход А. В. Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений / А. В. Скороход. — К. : Наука. думка, 1987. — 328 с.
3. Korolyuk V. S. Stochastic Models of Systems / V. S. Korolyuk, V. V. Korolyuk // Kluwer. — Dordrecht, 1999. — 185 p.
4. Koroliuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space / V. Koroliuk, N. Limnios // World Scientific Publishing. — 2005. — 330 p.
5. Хусаинов Д. Я. Метод функций Ляпунова в исследовании устойчивости дифференциальных функциональных систем / Д. Я. Хусаинов, А. В. Шатырко. — К. : Издательство ИНТИ, 1997. — 236 с.
6. Царьков Е. Ф. Случайные возмущения дифференциальных – функциональных уравнений / Е. Ф. Царьков. — Рига : Зинатне, 1989. — 429 с.

The conditions of stability in the medium and in the mean square solutions of stochastic differential equations with random jump linear solutions in Hilbert spaces are obtained.

Key words: *hilbert space, stability, formative operator, Markov process.*

Отримано: 15.07.2014

УДК 519.81

И. А. Пасичниченко, аспирант

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», г. Киев

О НЕПРЕРЫВНОСТИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР В ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Для класса задач принятия решений, в которых последствия зависят от результатов повторяющихся случайных испытаний, в [1] предложена аксиоматическая модель принятия решений, основанная на принципе гарантированного результата. В этой модели потери решения оцениваются по максимальным ожидаемым потерям, где максимум берётся по некоторому множеству конечно-аддитивных вероятностей на множестве возможных исходов случайного испытания. В статье предложено дополнительное условие непрерывности предпочтений, которое гарантирует счётную аддитивность вероятностей.

Ключевые слова: *отношение предпочтения, критерий оптимальности, принцип гарантированного результата, конечно–аддитивные вероятности, непрерывные предпочтения.*

Введение. Проблема неопределённости в теории принятия решений состоит в отыскании исходных принципов упорядочивания альтернатив в той или иной ситуации выбора. Наиболее содержательной и актуальной эта проблема становится тогда, когда рассматриваемые альтернативы не ведут к однозначно определённым последствиям. Можно без преувеличения утверждать, что проблема неопределённости сопровождает принятие решений во всех сферах деятельности человека. Однако, даже для относительно простых типов задач принятия решений дискуссии вокруг этой проблемы в настоящее время далеки от завершения.

На современном этапе развития теории принятия решений, начиная с работ фон Неймана, Моргенштерна и Севиджа по модели ожидаемой полезности [2; 3], в подходах к решению проблемы неопределённости преобладает использование аксиоматического метода. Обычно принципы упорядочивания альтернатив постулируются в форме простых интуитивно прозрачных и приемлемых аксиом, конъюнкция