УДК 517.937

В. А. Літовченко, д-р фіз.-мат. наук, професор

Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, м. Чернівці

ГРАНИЧНІ ЗНАЧЕННЯ ГЛАДКИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ВИРОДЖЕНИХ $\left\{\vec{p},\vec{h}\right\}$-ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ ТИПУ КОЛМОГОРОВА

Сформульовано достатні умови на початкові розподіли, за яких відповідні класичні розв'язки вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова із $\left\{\vec{p},\vec{h}\right\}$-параболічною частиною, мають стосовно просторової змінної властивості, які є типовими для елементів просторів S чи типу S Л. Шварца, І. М. Гельфанда і Г. Є. Шилова.

Ключові слова: *вироджені параболічні рівняння Колмогорова,* $\left\{\vec{p},\vec{h}\right\}$*-параболічність, задача Коші, узагальнені функції.*

Вступ. При математичному моделюванні броунівського руху фізичної системи, А. М. Колмогоров у 1934 р. прийшов до рівняння дифузії з інерцією, яке є ультрапараболічним рівнянням. Воно є прототипом цілої сім'ї еволюційних рівнянь, які виникають у теорії дифузійних процесів з інерцією, кінетичній теорії газу, при вивченні руху матеріальних частинок у силовому полі, при дослідженні математичних моделей опціонів тощо.

Поява цього рівняння послужила поштовхом до зародження теорії ультрапараболічних рівнянь вищих порядків, у становленні якої взяло участь багато як вітчизняних, так і зарубіжних математиків. Цей розвиток відбувався в основному шляхом означення нових та подальших розширень уже відомих класів вироджених параболічних рівнянь такого типу, побудови й дослідження фундаментального розв'язку задачі Коші (ФРЗК) та його можливих застосувань, коректної розв'язності задачі Коші у різних функціональних просторах та вивчення властивостей розв'язків. При цьому, розглядалися лише скалярні рівняння з параболічністю Г. І. Петровського або С. Д. Ейдельмана (*див.* [1] та наведену там бібліографію).

Перші дослідження задачі Коші для модельних систем таких рівнянь провела Г. П. Малицька у 2007 р., побудувавши ФРЗК та дослідивши його основні властивості. Згодом, ці результати поширюються вже на ультрапараболічні системи Колмогоровского типу загальнішого вигляду [2, 3]. У [4–6] розвинуто теорію задачі Коші для загального класу вироджених параболічних систем типу Колмогорова векторного порядку у просторах І. М. Гельфанда й Г. Є. Шилова та спеціальних вагових просторах Лебега із [1].

Нові класи вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова із параболічною за Шиловим частиною та коефіцієнтами, залежними лише від часу, означено в [7, 8]. Для таких рівнянь побудовано й досліджено ФРЗК та установлено коректну розв'язність задачі Коші з узагальненими початковими даними типу розподілів Жевре. Задача Коші для параболічних за Шиловим систем із змінними коефіцієнтами вивчається у [9, 10].

У пропонованій роботі з'ясовуються умови на початкові розподіли, за яких відповідні класичні розв'язки вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова із [7, 8] стосовно просторової змінної мають властивості, характерні для елементів просторів S чи типу S [11].

Постановка задачі. Нехай $(\cdot,\cdot)$ — скалярний добуток у $\mathbb{R}^m$; $z^l := z_1^{l_1} \cdots z_m^{l_m}$, $|z|^l := |z_1|^{l_1} \cdots |z_m|^{l_m}$, якщо $z \in \mathbb{C}^m$ і $l \in \mathbb{Z}_+^m$; $\vec{0} := (0;\cdots;0)$, $\vec{1} := (1;\cdots;1)$ запис $\vec{\alpha}\mho\vec{\beta}$, де $\mho$ — деяке співвідношення, означає, що це співвідношення виконується для всіх відповідних координат векторів $\vec{\alpha}$ і $\vec{\beta}$, при цьому, якщо $q \in \mathbb{Z}_+^m$ і $\{\vec{\alpha},\vec{\gamma}\} \subset \mathbb{R}^m$, то $q^{q\vec{\gamma}} := q_1^{q_1\gamma_1} \cdots q_m^{q_m\gamma_m}$, $|\vec{\alpha}|_+^{\vec{\gamma}} := |\alpha_1|^{\gamma_1} + \cdots + |\alpha_m|^{\gamma_m}$, $|\vec{\alpha}|_+ := |\vec{\alpha}|_+^{\vec{1}}$ — скалярні величини. Припустимо, що n-вимірна просторова змінна x складається із n_1-вимірної змінної $x_1 = (x_{11};\cdots;x_{1n_1})$, n_2-вимірної змінної $x_2 = (x_{21};\cdots;x_{2n_2})$, n_3-вимірної змінної $x_3 = (x_{31};\cdots;x_{3n_3})$, тобто $x = (x_1;x_2;x_3)$, де n_1, n_2 і n_3 такі натуральні числа, що $n_1 \ge n_2 \ge n_3$ і $n = n_1 + n_2 + n_3$. Якщо $x = (x_1;x_2;x_3)$ і $x_j = (x_{j1};\cdots;x_{jn_j})$ — точки відповідно із $\mathbb{R}^n$ і $\mathbb{R}^{n_j}$, то $x_j' := (x_{j1};\cdots;x_{jn_3})$, $x_j'' := (x_{j(n_3+1)};\cdots;x_{jn_2})$, $x_1''' := (x_{1(n_2+1)};\cdots;x_{1n_1})$, $\hat{x}_1 := (x_{11};\cdots;x_{1n_2})$, $\tilde{x} := (x_1''', x_2''; x_3)$. Крім цього, позначимо

$$\Pi_M^m := \left\{(t;x) : t \in M, x \in \mathbb{R}^m\right\}$$

і нехай

$$\rho(t;s;\tilde{\eta}) := (s_2' + ts_3 + 2^{-1}t^2\eta_3, s_2'' + t\eta_2'', \eta_1'''),$$

$$\rho_0(t;s;\tilde{\eta}) := (\rho(t;s;\tilde{\eta}); s_3 + t\eta_3, \eta_2''; \eta_3),$$

$$s_{\tau,\eta} := (\eta_1' - t\eta_2' + 2^{-1}t^2\eta_3, \eta_1'' - t\eta_2'', \eta_2' - t\eta_3)$$

відповідно n_1, n і $n - n_1$ вимірні векторні величини, а $S_{\vec{\alpha}}$, $S^{\vec{\beta}}$ і $S_{\vec{\alpha}}^{\vec{\beta}}$ — простори типу S Гельфанда І. М. і Шилова Г. Є., де S — простір Л. Шварца [11]; Φ' — простір, топологічно спряжений з Φ.

Надалі вважатимемо, що індекси просторів $S_{\vec{\alpha}}$, $S^{\vec{\beta}}$ і $S_{\vec{\alpha}}^{\vec{\beta}}$ мають вигляд $\vec{\alpha} := \left(\vec{\alpha}_1; \vec{\alpha}_2; \vec{\alpha}_3\right)$, $\vec{\beta} := \left(\vec{\beta}_1; \vec{\beta}_2; \vec{\beta}_3\right)$, $\left\{\vec{\alpha}_j, \vec{\beta}_j\right\} \subset R^{n_j}$, де $\vec{\alpha}_2 := \widehat{\vec{\alpha}_1}$, $\vec{\alpha}_3 := \widehat{\vec{\alpha}_1}$, $\vec{\beta}_2 := \widehat{\vec{\beta}_1}$ і $\vec{\beta}_3 := \widehat{\vec{\beta}_1}$.

Розглянемо рівняння

$$\left(\partial_t + P\left(t; \partial_x\right)\right) u\left(t; x\right) = 0, (t; x) \in \Pi_{(0;T]}^n, \tag{1}$$

де $P\left(t; \partial_x\right) := -\sum_{j=1}^{n_2} x_{1j} \partial_{x_{2j}} - \sum_{j=1}^{n_3} x_{2j} \partial_{x_{3j}} - A\left(t; i\partial_{x_1}\right)$, а $A\left(t; i\partial_{x_1}\right)$ — диференціальний вираз за змінною x_1 з комплекснозначними коефіцієнтами залежними лише від t, причому неперервно, такий, що вираз $\partial_t - A\left(t; i\partial_{x_1}\right)$, є $\left\{\vec{p}, \vec{h}\right\}$-параболічним на множині $\Pi_{(0;T]}^{n_1}$ у сенсі [12] із родом $\vec{\mu}$ та зведеним порядком $\vec{p}_0$.

Задамо для рівняння (1) початкову умову

$$u\left(t; x\right)|_{t=0} = f, f \in \left(S_{\vec{\alpha}}^{\vec{\beta}}\right)'. \tag{2}$$

Означення. Розв'язком задачі Коші (1), (2) назвемо функцію u, яка на множині $\Pi_{(0;T]}^n$ диференційована за змінною t, нескінченно диференційовна за x, задовольняє рівняння (1) у звичайному розумінні, а початкову умову (2) у сенсі збіжності в просторі $\left(S_{\vec{\alpha}}^{\vec{\beta}}\right)'$.

У [7, 8] побудовано ФРЗК для рівняння (1) у вигляді

$$G\left(t, x; \tau, y\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^n} \int_{\mathbb{R}^n} e^{i(y,\eta)} \mu_\tau^t\left(\eta; x\right) d\eta, 0 \le \tau < t \le T, \left\{x, y\right\} \subset \mathbb{R}^n,$$

де $Б\left(t; \xi_1\right)$ — символ диференціального виразу $A\left(t; i\partial_{x_1}\right)$, а

$$\mu_\tau^t(\eta; x) := e^{-\left(x, \rho_0\left(t; s_{\tau,\eta}; \tilde{\eta}\right)\right)} \exp\left\{\int_\tau^t Б\left(\beta; \rho(\beta; s_{\tau,\eta}; \tilde{\eta})\right) d\beta\right\}.$$

Та досліджено основні властивості цього розв'язку, з яких, зокрема, випливає належність $G(t, x; \tau, y)$ до простору $S_{\vec{\alpha}_*}^{\vec{\beta}_*}$ стосовно кожної просторової змінної x і y (при фіксованих решта змінних), де $\vec{\beta}_{1_*} = \frac{\vec{1}}{\vec{n}}$

$$\vec{\alpha}_{1*} = \begin{cases} \vec{1} - \vec{\mu} / \vec{p}_0, \ \vec{0} < \vec{\mu}, \\ \vec{1} - \vec{\mu} / \vec{h}, \ \vec{\mu} \le \vec{0}. \end{cases}$$

Правильне таке твердження [7,8]: нехай початковий розподіл f є елементом простору $\left(S_{\vec{\alpha}_*}^{\vec{\beta}_*}\right)'$ тоді для відповідної задачі Коші (1), (2) існує єдиний, неперервно залежний від початкових даних розв'язок, який зображується формулою

$$u(t;x) = \langle f, G(t,x;0,\cdot) \rangle, (t;x) \in \Pi_{(0;T]}^n \tag{3}$$

(тут кутовими дужками < ,> позначено дію узагальненої функції на основну).

Задача полягає у знаходженні умов на узагальнену функцію f, за яких відповідний розв'язок (3) при кожному фіксованому t буде елементом простору S або того чи іншого простору типу S.

Основний результат. Розглянемо класи $\widehat{S}'$, $\widehat{S}_{\vec{\alpha}}'$, $\widehat{S}^{\vec{\beta}\prime}$ і $\widehat{S}_{\vec{\alpha}}^{\vec{\beta}\prime}$ усіх узагальнених функцій f з $\left(S_{\vec{\alpha}_*}^{\vec{\beta}_*}\right)'$ такі, що:

$$F\left[\widehat{S}'\right] = \Big\{ \tilde{f}(\cdot) \in C^\infty(\mathbb{R}^n) \mid \forall k \in \mathbb{Z}_+^n \exists \gamma_k \geq 0 \exists c_k > 0 \forall \sigma \in \mathbb{R}^n :$$

$$\left|\partial_\sigma^k \tilde{f}(\sigma)\right| \leq c_k \left(1 + \|\sigma\|\right)^{\gamma_k} \Big\};$$

$$F\left[\widehat{S}_{\vec{\alpha}}'\right] = \Big\{ f'(\cdot) \in C^\infty(\mathbb{R}^n) \mid \exists B > 0 \exists c > 0 \exists \gamma_0 \geq 0 \forall k \in \mathbb{Z}_+^n \forall \sigma \in \mathbb{R}^n :$$

$$\left|\partial_\sigma^k \tilde{f}(\sigma)\right| \leq c B^{|k|_+} k^{k\vec{\alpha}} \left(1 + \|\sigma\|\right)^{\gamma_0} \Big\};$$

$$F\left[\widehat{S}^{\vec{\beta}\prime}\right] = \Big\{ \tilde{f}(\cdot) \in C^\infty(\mathbb{R}^n) \mid \forall \delta > 0 \forall k \in \mathbb{Z}_+^n \exists c_{k,\delta} > 0 \forall \sigma \in \mathbb{R}^n :$$

$$\left|\partial_\sigma^k \tilde{f}(\sigma)\right| \leq c_{k,\delta} e^{\delta |\sigma|_+^{\vec{1}/\vec{\beta}}} \Big\};$$

$$F\left[\widehat{S}_{\vec{\alpha}}^{\vec{\beta}\prime}\right] = \Big\{ \tilde{f}(\cdot) \in C^\infty(\mathbb{R}^n) \mid \forall \delta > 0 \exists c_\delta > 0 \exists A_\delta > 0 \forall k \in \mathbb{Z}_+^n \forall \sigma \in \mathbb{R}^n :$$

$$\left|\partial_\sigma^k \tilde{f}(\sigma)\right| \leq c_\delta A_\delta^{|k|_+} k^{k\vec{\alpha}} e^{\delta |\sigma|_+^{\vec{1}/\vec{\beta}}} \Big\}$$

(тут $F[\cdot]$ — оператор перетворення Фур'є, а $\tilde{f}(\cdot) := F[f](\cdot)$). Про співвідношення між цими класами та приклади їх елементів *див.* у [6].

Теорема. Нехай початковий розподіл $f \in \left(S_{\vec{\alpha}_*}^{\vec{\beta}_*}\right)'$ а u — відповідний розв'язок задачі Коші (1), (2). Тоді якщо:

а) $f \in \widehat{S}'$ то $u(t;\cdot) \in S$ при кожному $t \in (0;T]$;

б) $f \in \widehat{S}_{\vec{\alpha}_0}{}'$, $\vec{\alpha}_0 \geq \vec{\alpha}_*$ то $u(t;\cdot) \in S_{\vec{\alpha}_0}$ при $t \in (0;T]$;

в) $f \in \widehat{S}^{\vec{\beta}_0}{}'$, $\vec{\beta}_0 \geq \vec{\beta}_*$ то $u(t;\cdot) \in S^{\vec{\beta}_*}$ при $t \in (0;T]$;

г) $f \in \widehat{S}_{\vec{\alpha}_0}^{\vec{\beta}_0}{}'$, $\vec{\alpha}_0 \geq \vec{\alpha}_*$, $\vec{\beta}_0 \geq \vec{\beta}_*$ то $u(t;\cdot) \in S_{\vec{\alpha}_0}^{\vec{\beta}_*}$ при $t \in (0;T]$;

Доведення теореми полягає у встановленні необхідних оцінок виразу $x^q \partial_x^k u(t;x)$ для всіх $x \in \mathbb{R}^n$ і $\{q,k\} \subset \mathbb{Z}_+^n$ при кожному фіксованому $t \in (0;T]$.

Безпосередньо із структури (3) розв'язку задачі Коші (1), (2), означення перетворення Фур'є узагальненої функції та регулярності функціонала $\tilde{f}(\cdot)$, одержуємо

$$x^q \partial_x^k u(t;x) = (2\pi)^n \int_{\mathbb{R}^n} \tilde{f}(\sigma) F_{\xi\to\sigma}\left[x^q \partial_x^k G(t,x;0,\xi)\right](t;x,\sigma)\,d\sigma.$$

Скористаємося тепер зображенням [6, с. 149]

$$x^q = \tilde{Y}_t(q,l,r,\nu)(\xi_1')^{l_1'+l_2'-r_2'+l_3-r_3}(\xi_1'')^{l_1''+l_2''-r_2''}(\xi_1''')^{l_1'''}(\xi_2')^{r_2'+r_3-\nu_3}\times$$
$$\times\left(\xi_2''\right)^{r_2''}\left(\xi_3\right)^{\nu_3}\mathfrak{L}_t^{q-l}(x;\xi),\ q \in \mathbb{Z}_+^n,\ \{x,\xi\} \subset \mathbb{R}^n,$$

у якому $q_j \geq l_j \geq r_j \geq \nu_j \geq \vec{0}$, а

$$\mathfrak{L}_t^q(x;\xi) = (x_1-\xi_1)^{q_1}\left(x_2-\xi_2+t\widehat{\xi}_1\right)^{q_2}\left(x_3-\xi_3+t\xi_2'-\frac{t^2}{2}\xi_1'\right)^{q_3}.$$

Тоді

$$x^q \partial_x^k u(t;x) = (2\pi)^n \tilde{Y}_t(q,l,r,\nu)(-i)^{|l|_+ + |r_3|_+}\times$$
$$\times\int_{\mathbb{R}^n} \tilde{f}(\sigma)\partial_\sigma^{l,r,\nu}\left(F_{\xi\to\sigma}\left[\mathfrak{L}_t^{q-l}(x;\xi)\partial_x^k G(t,x;0,\xi)\right](t;x,\sigma)\right)d\sigma,$$

де

$$\partial_\sigma^{l,r,\nu} := \partial_{\sigma_1'}^{l_1'+l_2'-r_2'+l_3-r_3}\partial_{\sigma_1''}^{l_1''+l_2''-r_2''}\partial_{\sigma_1'''}^{l_1'''}\partial_{\sigma_2'}^{r_2'+r_3-\nu_3}\partial_{\sigma_2''}^{r_2''}\partial_{\sigma_2'}^{r_2'+r_3-\nu_3}\partial_{\sigma_2''}^{r_2''}\partial_{\sigma_3}^{\nu_3}.$$

Звідси, зінтегрувавши частинами інтеграл та урахувавши оцінку

$$\left|F_{\xi\to\sigma}\left[\mathfrak{L}_t^q(x;\xi)\partial_x^k G(t,x;0,\xi)\right](t;x,\sigma)\right| \leq cA^{|k|_+}D^{|q|_+}k^{k\vec{\beta}_*}q^{q\vec{\alpha}_*}e^{-\delta|\sigma|_+^{\vec{1}/\vec{\beta}_*}}$$

(тут оціночні сталі не залежать від k,q,x і σ), яка одержується безпосередньо із властивостей $G(t,x;0,o)$, встановлених у [7, 8], дістаємо

$$\left|x^q \partial_x^k u(t;x)\right| \leq cA^{|k|_+}k^{k\vec{\beta}_*}\tilde{Y}_t(q,l,r,\nu)D^{|q-l|_+}(q-l)^{(q-l)\vec{\alpha}_*}\times$$
$$\times\int_{\mathbb{R}^n}\left|\partial_\sigma^{l,r,\nu}\tilde{f}(\sigma)\right|e^{-\delta|\sigma|_+^{\vec{1}/\vec{\beta}_*}}d\sigma, t \in (0;T], x \in \mathbb{R}^n, \{q,k\} \subset \mathbb{Z}_+^n.$$

Нехай тепер $f \in \widehat{S}'$, тоді

$$\left|x^q \partial_x^k u(t;x)\right| \le cA^{|k|_+} k^{k\vec{\beta}_*} \tilde{Y}_t(q,l,r,\nu) c_{l,r} D^{|q-l|_+} (q-l)^{(q-l)\tilde{\alpha}_*} \times$$

$$\times \int_{\mathbb{R}^n} (1+\|\sigma\|)^{\gamma_k} e^{-\delta|\sigma|_+^{\bar{1}/\vec{\beta}_*}} d\sigma < +\infty, t \in (0;T], x \in \mathbb{R}^n, \{q,k\} \subset \mathbb{Z}_+^n,$$

і, таким чином, виконання твердження а) встановлено.

Якщо $f \in \widehat{S}_{\vec{\alpha}_0}{}'$, $\vec{\alpha}_0 \ge \vec{\alpha}_*$ то для $t \in (0;T], x \in \mathbb{R}^n, \{q,k\} \subset \mathbb{Z}_+^n$,

$$\left|x^q \partial_x^k u(t;x)\right| \le cA^{|k|_+} k^{k\vec{\beta}_*} \tilde{Y}_t(q,l,r,\nu) D^{|q-l|_+} (q-l)^{(q-l)\vec{\alpha}_*} l^{l\vec{\alpha}_0} \times$$

$$\times \int_{\mathbb{R}^n} (1+\|\sigma\|)^{\gamma_0} e^{-\delta|\sigma|_+^{\bar{1}/\vec{\beta}_*}} d\sigma \equiv c_k B^{|q|_+} q^{q\vec{\alpha}_0} \tilde{Y}_t(q,l,r,\nu).$$

Звідси, урахувавши оцінку [6, с. 151]

$$\tilde{Y}_t(q,l,r,\nu) \le T^{2|q|_+} 2^{|q_1|_+} 3^{|q_2|_+} 4^{|q_3|_+},$$

приходимо до твердження б).

У випадку, коли $f \in \widehat{S}^{\vec{\beta}_0}{}'$, $\vec{\beta}_0 \ge \vec{\beta}_*$ то

$$\left|x^q \partial_x^k u(t;x)\right| \le cA^{|k|_+} k^{k\vec{\beta}_*} \tilde{Y}_t(q,l,r,\nu) D^{|q-l|_+} (q-l)^{(q-l)\vec{\alpha}_*} c_{l,\delta/2} \times$$

$$\times \int_{\mathbb{R}^n} e^{-\delta|\sigma|_+^{\bar{1}/\vec{\beta}_0}} d\sigma \equiv c(q;t) A^{|k|_+} k^{k\vec{\beta}_*}, t \in (0;T], x \in \mathbb{R}^n, \{q,k\} \subset \mathbb{Z}_+^n.$$

Таким чином, твердження в) також виконується.

Нехай $f \in \widehat{S}_{\vec{\alpha}_0}^{\vec{\beta}_0}{}'$, $\vec{\alpha}_0 \ge \vec{\alpha}_*$, $\vec{\beta}_0 \ge \vec{\beta}_*$ тоді для всіх $t \in (0;T], x \in \mathbb{R}^n$ і $\{q,k\} \subset \mathbb{Z}_+^n$ маємо

$$\left|x^q \partial_x^k u(t;x)\right| \le cc_{\delta/2} A^{|k|_+} k^{k\vec{\beta}_*} \tilde{Y}_t(q,l,r,\nu) D^{|q-l|_+} A_{\delta/2}^{|l|_+} (q-l)^{(q-l)\vec{\alpha}_*} \times$$

$$\times l^{l\vec{\alpha}_0} \int_{\mathbb{R}^n} e^{-\frac{\delta}{2}|\sigma|_+^{\bar{1}/\vec{\beta}_0}} d\sigma \le cA^{|k|_+} B^{|q|_+} k^{k\vec{\beta}_*} q^{q\vec{\alpha}_0}.$$

(тут оціночні сталі не залежать від x, q і k).

Теорема доведена.

Висновок. Якісна характеристика гладкості класичного розв'язку коректно поставленої задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова істотно залежить від властивостей початкового розподілу цієї задачі.

Список використаних джерел:

1. Eidelman S. D. Analytic methods in the theory of differential and pseudo-differential equations of parabolic type / S. D. Eidelman, S. D. Ivasyshen,

A. N. Kochubei // Operator Theory: Adv. and Appl. — 2004. — Vol. 152. — 390 p.
2. Малицька Г. П. Системи рівнянь типу Колмогорова / Г. П. Малицька // Укр. мат. журн. — 2008. — Т. 60, № 12. — С. 1650–1663.
3. Малицкая А. П. Фундаментальная матрица решений задачи Коши для одного класса систем уравнений типа Колмогорова / А. П. Малицкая // Дифф. уравн. — 2010. — Т. 46, № 5. — С. 748–751.
4. Litovchenko V. A. Degenerate parabolic systems of vector order Kolmogorov-type equations / V. A. Litovchenko, E. B. Nastasiĭ // Siberian Mathematical Journal. — 2012. — Vol. 53, № 1. — P. 119–133.
5. Литовченко В. А. Задача Коши для вырожденных параболических систем уравнений типа Колмогорова векторного порядка с обобщенными начальными данными / В. А. Литовченко, Е. Б. Васько // Дифф. уравн. — 2014. — Т. 50, № 12. — С. 1598–1606.
6. Васько О. Б. Задача Коші для вироджених параболічних систем типу Колмогорова векторного порядку : дис. … канд. фіз.-мат. наук : 01.01.02 / О. Б. Васько. — Чернівці, 2015. — 167 с.
7. Ivasyshen S. D. Cauchy problem for one class of degenerate parabolic equations of Kolmogorov type with positive genus / S. D. Ivasyshen, V. A. Litovchenko // Ukr. Math. J. — 2009. — Vol. 61, № 8. — P. 1264–1288.
8. Ivasyshen S. D. Cauchy problem for a class of degenerate kolmogorov-type parabolic equations with nonpositive genus / S. D. Ivasyshen, V. A. Litovchenko // Ukr. Math. J. — 2011. — Vol. 62, № 10. — P. 1543–1566.
9. Litovchenko V. A. The fundamental matrix of solutions of the Cauchy problem for a class of parabolic systems of the Shilov-type with variable coefficients / V. A. Litovchenko, I. M. Dovzhitska // J. Math. Sci. — 2011. — Vol. 175, № 4. — P. 450–476.
10. Litovchenko V. A. Cauchy problem for a class parabolic systems of Shilov-type with variable coefficients / V. A. Litovchenko, I. M. Dovzhitska // Cent. Eur. J. Math. — 2012. — Vol. 10, № 3. — P. 1084–1102.
11. Гельфанд И. М. Пространства основных и обобщенных функций / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов. — М. : Физматгиз, 1958. — 307 с.
12. Litovchenko V. A. Cauchy problem for $\{\vec{p}, \vec{h}\}$-parabolic equations with time-dependent coefficients / V. A. Litovchenko // Mathematical Notes. — 2005. — Vol. 77, № 3–4. — P. 364–379.

The sufficient conditions on initial distributions have been formulated. For such conditions the corresponding classical solutions of Kolmogorov type degenerate parabolic equations with $\{\vec{p}, \vec{h}\}$-parabolic part have the properties which are typical for elements of S spaces or Schwartz, Gelfand-Shilov S type spaces concerning the spatial variable.

Key words: *Kolmogorov degenerate parabolic equations,* $\{\vec{p}, \vec{h}\}$*-parabolicity, Cauchy problem, generalized functions.*

Отримано: 15.03.2016