УДК 539.3:534.222

А. Я. Бомба*, д-р техн. наук, професор,
Ю. В. Турбал,** канд. фіз.-мат. наук

*Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне,
**Національний університет водного господарства
та природокористування, м. Рівне

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РУХУ СОЛІТОНА В АНІЗОТРОПНОМУ ПРУЖНОМУ ТІЛІ ЗМІННОЇ ГУСТИНИ

Розглядаються відокремлені хвилі типу δ -солітонів в анізотропних пружних матеріалах, що задовольняють узагальненому закону Гука. Досліджується поведінки відокремленої хвилі, яка рухається в напрямку зростання густини. Зокрема, змодельовано процес зменшення амплітуди та виникнення цуга нелінійних відокремлених хвиль.

Ключові слова: *анізотропія, рівняння руху, солітон, закон Гука, рівняння в частинних похідних.*

Дослідженню солітонів у твердому тілі останнім часом присвячена значна кількість робіт. У рамках структурно-феноменологічного підходу досліджуються різні моделі, зокрема, пошкоджене середовище з мікроструктурою, континуум Коссера з обмеженим рухом, середовище з деформаціями [5], зернисте середовище, які допускають солітонні розв'язки рівнянь руху. При цьому розглядають, як правило, одновимірний випадок. При вивченні багатовимірних солітонів виникає низка проблем, пов'язаних з складністю систем, які там виникають [5].

У цій роботі досліджується поведінка тривимірного збурення, що має характер відокремленої хвилі типу δ -солітона в області змінної густини для анізотропного пружного тіла.

При цьому використовується підхід, запропонований одним з авторів у роботах [1; 2], суть якого полягає в знаходженні відокремлених хвиль деформації у вигляді функцій спеціального виду, для ідентифікації яких використано термін — δ -солітон. Аналогічні відокремлені хвилі були знайдені як часткові розв'язки низки лінійних та нелінійних систем диференціальних рівнянь в частинних похідних (рівняння типу мілкої води, КдВ, рівняння газової динаміки гравітуючого газового диску галактик, рівнянь руху для анізотропного пружного тіла).

1. Загальна постановка задачі. Розглянемо групу кристалів S, C_2, C^h [4, с. 171], для яких закон Гука містить 13 вільних коефіцієнтів . Рівняння руху в цьому випадку мають вигляд [1]:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\big((c_{11},c_{66},c_{55},2c_{16},0,0),\Theta u\big)+$$
$$+((c_{16},c_{26},c_{45},c_{12}+c_{66},0,0),\Theta v)+\big((0,0,0,0,c_{13}+c_{55},c_{36}+c_{45}),\Theta w\big), \tag{3}$$

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\big((c_{16},c_{26},c_{45},c_{66}+c_{12},0,0),\Theta u\big)+$$
$$+((c_{66},c_{22},c_{44},2c_{26},0,0),\Theta v)+\big((0,0,0,0,c_{36}+c_{45},c_{23}+c_{44}),\Theta w\big), \tag{4}$$

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\big((0,0,0,0,c_{13}+c_{55},c_{45}+c_{36}),\Theta u\big)+$$
$$+((0,0,0,0,c_{45}+c_{36},c_{23}+c_{44}),\Theta v)+\big((c_{55},c_{44},c_{33},2c_{45},0,0),\Theta w\big), \tag{5}$$

де u, v, w — зміщення вздовж відповідних осей в декартовій системі координат, $\Theta=\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2},\frac{\partial^2}{\partial y^2},\frac{\partial^2}{\partial z^2},\frac{\partial^2}{\partial xy\partial x},\frac{\partial^2}{\partial z\partial x},\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}\right)$, $C=\left\|c_{ij}\right\|_{i,j=\overline{1,6}}$ — матриця пружних сталих, $\rho(x,y,z)$ — густина.

Будемо знаходити розв'язки системи (3)–(5) у вигляді:

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t)&=\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t),\\ v(x,y,z,t)&=\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t),\\ w(x,y,z,t)&=\psi_w(\rho,t)W(x,y,z,t), \end{aligned} \tag{6}$$

де $W(x,y,z,t)=e^{-\frac{g(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}-\frac{g(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}-\frac{g(z-\tilde{z}(t,\rho))}{\varepsilon_3}}$, $g(.)\in G$ (G — клас додатньо-визначених, унімодальних, двічі неперервно-диференційовних функцій, які мають мінімум в початку координат, рівний 0 і для яких другі похідні відмінні від констант), $\psi_u(t,\rho)$, $\psi_v(t,\rho)$, $\psi_w(t,\rho)$ — аплітуди відповідних збурень, $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$ — константи, що визначають локалізацію збурень, $\tilde{x}(t,\rho),\tilde{y}(t,\rho),\tilde{z}(t,\rho)$ — функції, що визначають тракторію солітонів.

Надалі будемо вважати, що:

$$\rho(x,y,z)=\rho(x)\,,\psi_u=\psi_u(x,t)\,,\psi_v=\psi_v(x,t)\,,\psi_w=\psi_w(x,t)\,,$$
$$\tilde{x}(.)=\tilde{x}(t,\rho)\,,\tilde{y}(.)=const\,,\tilde{z}(.)=const\,.$$

2. Ідентифікація характеристик солітонів. У результаті підстановки (6) в (3) матимемо:

$$\rho\frac{\partial^2\psi_u(\rho,t)}{\partial t^2}W(x,y,z,t)+2\rho\frac{\partial\psi_u(\rho,t)}{\partial t}W(x,y,z,t)G(x,t)+$$
$$+\rho\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)G^2(x,t)+\rho\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{g'(x-\tilde{x}(t))}{\varepsilon_1}\tilde{x}''(t)-\right.$$

$$-\frac{g''(x-\tilde{x}(t))}{\varepsilon_1}\tilde{x}'^2(t)\Bigg)=c_{11}\Bigg(\frac{\partial\psi_u}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}W(x,y,z,t)(\Phi_x(t,x,\rho)-$$

$$-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\Bigg)+\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\times$$

$$\times\left(\Phi_x(t,x,\rho)-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\right)^2+$$

$$+\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{\partial\Phi_x(t,x,\rho)}{\partial x}-\frac{g''(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-\frac{\partial}{\partial\rho}\tilde{x}(t,\rho)\frac{\partial\rho}{\partial x})\right)+\frac{\partial^2\psi_u}{\partial\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)^2W(x,y,z,t)+$$

$$+\frac{\partial\psi_u}{\partial\rho}\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}W(x,y,z,t)+$$

$$+\frac{\partial\psi_u}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}W(x,y,z,t)\left(\Phi_x(t,x,\rho)-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\right)\Bigg)+$$

$$+c_{66}(\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{g'(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}\right)^2-$$

$$-\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\frac{g''(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}+$$

$$+c_{55}(\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{g'(z-\tilde{z}(\rho,t))}{\varepsilon_3}\right)^2-$$

$$-\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\frac{g''(z-\tilde{z}(\rho,t))}{\varepsilon_3}+$$

$$+c_{16}\left(\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(-\frac{g'(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}\right)\left(\Phi_x(t,x,y,z,\rho)-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\right)+\right.$$

$$+\psi_u(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{\partial\Phi_x(t,x,\rho)}{\partial y}\right)+\frac{\partial\psi_u}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}W(x,y,z,t)\left(-\frac{g'(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}\right)+$$

$$+c_{16}\left(\frac{\partial\psi_v}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}W(x,y,z,t)(\Phi_x(t,x,\rho)-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\right)+$$

$$+\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\Phi_x(t,x,\rho)-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\right)^2+$$

$$+\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{\partial\Phi_x(t,x,\rho)}{\partial x}-\frac{g''(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\left(1-\frac{\partial}{\partial\rho}\tilde{x}(t,\rho)\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)\right)+$$

$$+\frac{\partial^2\psi_v}{\partial\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)^2W(x,y,z,t)+\frac{\partial\psi_v}{\partial\rho}\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}W(x,y,z,t)+$$

$$+\frac{\partial\psi_v}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}W(x,y,z,t)\left(\Phi_x(t,x,\rho)-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\right)\Bigg)+$$

$$+c_{26}(\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{g'(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}\right)^2+$$

$$+\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(-\frac{g''(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\right)+$$

$$+c_{45}(\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(\frac{g'(z-\tilde{z}(t,\rho))}{\varepsilon_3}\right)^2+$$

$$+\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(-\frac{g''(z-\tilde{z}(t,\rho))}{\varepsilon_3}\right)+$$

$$+(c_{12}+c_{66})(\psi_v(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(-\frac{g'(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}\right)(\Phi_x(t,x,\rho)-$$

$$-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\Bigg)+\frac{\partial\psi_v}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}W(x,y,z,t)\left(-\frac{g'(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2}\right)\Bigg)+$$

$$+(c_{13}+c_{55})(\psi_w(\rho,t)W(x,y,z,t)\left(-\frac{g'(z-\tilde{z}(t))}{\varepsilon_3}\right)(\Phi_x(t,x,\rho)-$$

$$-\frac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\Bigg)+\frac{\partial\psi_w}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}W(x,y,z,t)\left(-\frac{g'(z-\tilde{z}(t))}{\varepsilon_3}\right)\Bigg)+$$

$$+(c_{36}+c_{45})(\psi_w(\rho,t)W(x,y,z,t)\frac{g'(z-\tilde{z}(t))}{\varepsilon_3}\frac{g'(y-\tilde{y}(t,\rho))}{\varepsilon_2},$$

де $\Phi_x(t,x,\rho)=\dfrac{g'(x-\tilde{x}(t,\rho))}{\varepsilon_1}\dfrac{\partial}{\partial\rho}\tilde{x}(t,\rho)\dfrac{\partial\rho}{\partial x}$, $G(x,t)=\dfrac{g'(x-\tilde{x}(t)}{\varepsilon_1}\tilde{x}'(t)$.

Прирівнюючи в останньому рівнянні до 0 коефіцієнти, що стоять при виразах

$$\frac{g''(x-\tilde{x}(t))}{\varepsilon_1},\frac{g''(y-\tilde{y}(t))}{\varepsilon_2},\frac{g''(z-\tilde{z}(t))}{\varepsilon_3},\frac{(g'(x-\tilde{x}(t))^2}{(\varepsilon_1)^2},\frac{(g'(y-\tilde{y}(t))^2}{(\varepsilon_2)^2},$$

$$\frac{(g'(z-\tilde{z}(t))^2}{(\varepsilon_3)^2},\frac{g'(x-\tilde{x}(t))}{\varepsilon_1}\frac{g'(y-\tilde{y}(t))}{\varepsilon_2},\frac{g'(x-\tilde{x}(t))}{\varepsilon_1}\frac{g'(z-\tilde{z}(t))}{\varepsilon_3},$$

$$\frac{g'(y-\tilde{y}(t))}{\varepsilon_2}\frac{g'(z-\tilde{z}(t))}{\varepsilon_3},\ \frac{g'(x-\tilde{x}(t))}{\varepsilon_1},\ \frac{g'(y-\tilde{y}(t))}{\varepsilon_2},\ \frac{g'(z-\tilde{z}(t))}{\varepsilon_3},$$

(аналогічно як в [1]) отримуємо систему рівнянь:

$$\rho\frac{\partial^2\psi_u}{\partial t^2}=c_{11}\frac{\partial^2\psi_u}{\partial x^2}+c_{16}\frac{\partial^2\psi_v}{\partial x^2},$$

$$-\rho\psi_u(.)\tilde{x}'^2(.)=-c_{11}\psi_u(.)\left(1-\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)\right)^2-c_{16}\psi_v(.)\left(1-\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)\right)^2,$$

$$0=-c_{66}\psi_u(.)-c_{26}\psi_v(.),$$

$$0=-c_{55}\psi_u(.)-c_{45}\psi_v(.),$$

$$0=-(c_{12}+c_{66})\psi_v(.)\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)-1\right)+c_{16}\psi_u(.),$$

$$0=-(c_{13}+c_{55})\psi_w(.)\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)-1\right),$$

$$0=(c_{36}+c_{45})\psi_w(.),\tag{7}$$

$$2\rho\frac{\partial\psi_u(t)}{\partial t}\psi'_u(.)\tilde{x}'(.)+\rho\psi_u(.)\tilde{x}''(.)=c_{11}\left(2\frac{\partial\psi_u}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(t,\rho)-1\right)+\psi_u(.)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\tilde{x}(.)\right),$$

$$0=-(c_{12}+c_{66})\frac{\partial\psi_v}{\partial x},$$

$$0=(c_{13}+c_{55})\left(\frac{\partial\psi_w}{\partial x}(-1)\right)+c_{16}\left(-2\frac{\partial\psi_v}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)-1\right)+\psi_v(.)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\tilde{x}(.)\right).$$

Аналогічно для (4) та (5):

$$\rho\frac{\partial^2\psi_v}{\partial t^2}=c_{66}\frac{\partial^2\psi_v}{\partial x^2},$$

$$-\rho\psi_v(.)\tilde{x}'^2(.) = -c_{66}\psi_v(.)\left(1-\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)\right)^2,$$

$$0 = -c_{22}\psi_v(.) - c_{26}\psi_u(.),$$

$$0 = -c_{44}\psi_v(.) - c_{45}\psi_u(.),$$

$$0 = 2c_{26}\psi_v(.) + (c_{12}+c_{66})\psi_u(\rho,t), \tag{8}$$

$$0 = (c_{36}+c_{45})\psi_w(.),$$

$$0 = (c_{23}+c_{44})\psi_w(.),$$

$$2\rho\psi'_v(t)\tilde{x}'(t) + \rho\psi_v(t)\tilde{x}''(t) =$$

$$= c_{66}\left(2\frac{\partial\psi_v}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(t,\rho)-1\right)+\psi_v(.)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\tilde{x}(.)\right)$$

$$0 = -2c_{26}\frac{\partial\psi_v}{\partial x} - (c_{12}+c_{66})\frac{\partial\psi_u}{\partial x} - (c_{23}+c_{44})\frac{\partial\psi_w}{\partial x},$$

$$0 = -(c_{36}+c_{45})\frac{\partial\psi_w}{\partial x};$$

$$\rho\frac{\partial^2\psi_w}{\partial t^2} = c_{55}\frac{\partial^2\psi_w}{\partial x^2},$$

$$-\rho\psi_w(.)\tilde{x}'^2(.) = -c_{55}\psi_w(.)\left(1-\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)\right)^2,$$

$$0 = -c_{44}\psi_w(.),$$

$$0 = c_{33}\psi_w(.),$$

$$0 = -2c_{45}\psi_w(.)\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)-1\right),$$

$$0 = (c_{36}+c_{45})\psi_u() + (c_{23}+c_{44})\psi_v(.),$$

$$2\rho\psi'_w(.)\tilde{x}'(.) + \rho\psi_w(.)\tilde{x}''(.) = c_{55}\left(2\frac{\partial\psi_w}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)-1\right)+\right.$$

$$\left.+\psi_w(.)\frac{\partial^2\tilde{x}(.)}{\partial x^2}\right) + c_{15}\left(2\frac{\partial\psi_u}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\tilde{x}(.)-1\right)+\psi_u(.)\frac{\partial^2\tilde{x}(.)}{\partial x^2}\right), \tag{9}$$

$$0 = -2c_{45}\frac{\partial\psi_w}{\partial x},$$

$$0 = -(c_{13}+c_{55})\frac{\partial\psi_u}{\partial x} - (c_{45}+c_{36})\frac{\partial\psi_v}{\partial x}.$$

Зокрема, у випадку $\psi_w = 0, \psi_v = 0, \psi_u(.) \neq 0$ з системи (7)–(9) отримуємо:

$$c_{66} = c_{55} = c_{16} = c_{26} = c_{45} = 0, c_{12} = c_{13} = c_{36} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial^2 \psi_u}{\partial t^2} = c_{11} \frac{\partial^2 \psi_u}{\partial x^2},$$

$$-\rho \psi_u(.) \left(\frac{\partial \tilde{x}(.)}{\partial t} \right)^2 = -c_{11} \psi_u(.) \left(1 - \frac{\partial}{\partial x} \tilde{x}(.) \right)^2, \tag{10}$$

$$2\rho \frac{\partial \psi_u(.)}{\partial t} \frac{\partial \tilde{x}(.)}{\partial t} + \rho \psi_u(.) \frac{\partial^2 \tilde{x}(.)}{\partial t^2} =$$

$$= c_{11} \left(2 \frac{\partial \psi_u}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} \tilde{x}(t, \rho) - 1 \right) + \psi_u(.) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \tilde{x}(.) \right).$$

Звідси:

$$\rho \frac{\partial^2 \psi_u(t,x)}{\partial t^2} = c_{11} \frac{\partial^2 \psi_u(t,x)}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial \tilde{x}(t,x)}{\partial t} = \chi (c_{11} / \rho)^{1/2} \left(1 - \frac{\partial}{\partial x} \tilde{x}(t,x) \right), \tag{11}$$

$$2\rho \frac{\partial \psi_u(t,x)}{\partial t} \frac{\partial \tilde{x}(t,x)}{\partial t} + \rho \psi_u(t,x) \frac{\partial^2 \tilde{x}(t,x)}{\partial t^2} =$$

$$= c_{11} \left(2 \frac{\partial \psi_u(t,x)}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} \tilde{x}(t,x) - 1 \right) + \psi_u(t,x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \tilde{x}(t,x) \right),$$

де $\chi = \pm 1$, або:

$$\frac{\partial \tilde{x}(t,x)}{\partial t} = \chi (c_{11} / \rho)^{1/2} \left(1 - \frac{\partial \tilde{x}(t,x)}{\partial x} \right),$$

$$\frac{\partial \psi_u(t,x)}{\partial t} = -\chi \left(c_{11} \right)^{1/2} \psi_u(t,x) \frac{1}{4} \rho^{-3/2} \rho' - \chi \left(c_{11} \right)^{1/2} \rho^{-1/2} \frac{\partial \psi_u(t,x)}{\partial x},$$

$$4\rho'' - 5\rho^{-1} (\rho')^2 = 0. \tag{12}$$

Загальні розв’язки рівнянь системи (12) мають вигляд:

$$\rho(x) = \frac{1}{(cx+a)^4}, \tilde{x}(t,x) = t + \Phi \left(x + \frac{\chi}{(c_{11})^{1/2} c(cx+a)} \right),$$

$$\psi_u(t,x) = (cx+a) \mathrm{H} \left(t + \frac{1}{\chi \left(c_{11} \right)^{1/2} c} \right),$$

де Φ, Н — довільні функції, c, a — сталі інтегрування.

3. Приклад моделювання δ -солітона. Для того, щоб проілюструвати поведінку солітона, розв'яжемо систему (12) для випадку $c_{11} = 1$, $\rho(x) = \dfrac{10}{(x-6)^4}$, $\chi = 1$, $g(x) = x^2$ та при наступних крайових умовах: $\tilde{x}(0,x) = 0.1$, $\tilde{x}(t,0) = 0.1$, $\psi_u(0,x) = 0.5$, $\psi_u(t,0) = 0.5$.

Наближені розв'язки рівнянь (12) будемо знаходити в системі Mathcad 14.0.0.163. Графіки $u(x,\tilde{y},\tilde{z},t)$ наведені на рис. 1–3.

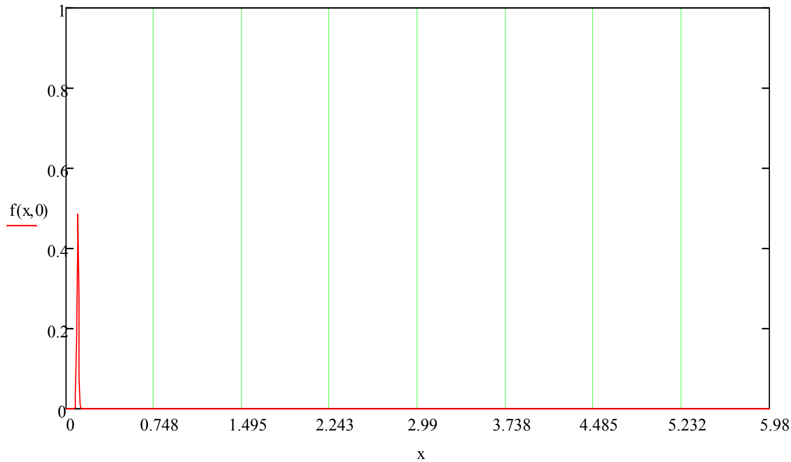

Рис. 1.

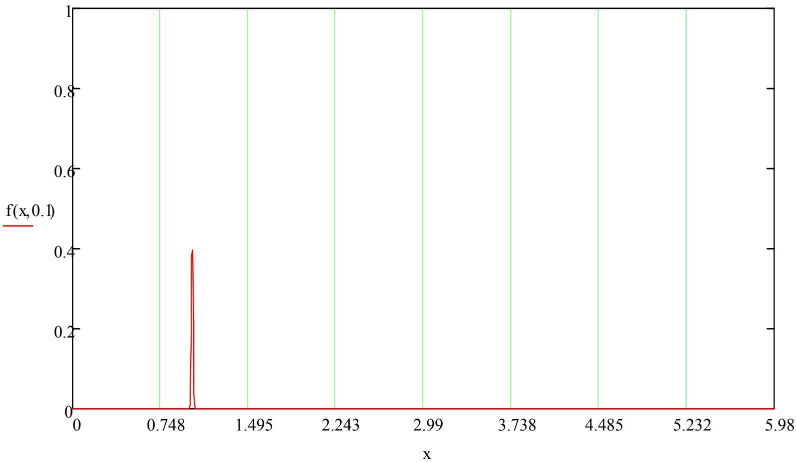

Рис. 2.

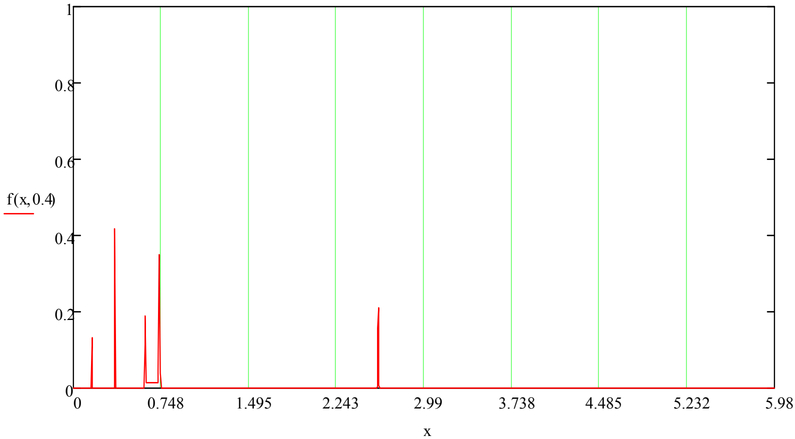

Рис. 3.

Висновки. У статті показано існування локалізованих структурно-стійких хвиль деформації для анізотропного пружного тіла у випадку нелінійного закону зміни густини. Як підтверджують розрахунки, в даному випадку відокремлена хвиля рухається в напрямку області зростання густини, при цьому спостерігається зменшення амплітуди. Після досягнення хвилею певної величини густини, спостерігались нелінійні ефекти виникнення нових збурень в області, яку пройшла початкова відокремлена хвиля (рис. 3).

Зауважимо, що обмеження, які виникли в процесі дослідження, зокрема, рівняння для густини, рівність нулю низки пружних сталих, пов'язані з специфікою самого підходу до знаходження розв'язків і не означають, що для інших випадків анізотропії та законів зміни густини відокремлених локалізованих хвиль солітонного типу не існує.

Список використаних джерел:

1. Турбал Ю. В. О необходимых и достаточных условиях существования решений уравнений движения для анизотропных упругих тел в виде уединенных волн типа δ -солитонов / Ю. В. Турбал // Проблемы прикладной математики и математического моделирования. — 2012. — С. 78–86.
2. Турбал Ю. В. Дослідження анізотропії пружних властивостей матеріалів з точки зору існування відокремлених хвиль типу δ -солітонів / Ю. В. Турбал // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. — 2012. — Вип. 18. — С. 76–90.
3. Polyanin A. D. Handbook of First Order Partial Differential Equations / A. D. Polyanin, V. F. Zaitsev, A. Moussiaux. — London : Taylor&Francis, 2002.
4. Ляв А. Математическая теория упругости / А. Ляв. — М. ; Л. : ОНТИ, 1935. — 675 с.

5. Ерофеев В. И. Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой / В. И. Ерофеев. — М. : Издательство Московского университета, 1999. — 328 с.

In this paper we consider the existence of separate waves like δ-solitone in anisotropic elastic materials which satisfy the generalized Hooke's law. We study the behavior of a solitary wave that moves in the direction of the field density increase. In particular, the process of amplitude reducing and the emergence of Zug nonlinear solitary waves are simulated.

Key words: *anisotropy, crystal system, the motion equations, solitary wave, Hooke's law.*

Отримано: 25.10.2013

УДК 681.3.057:518.12:621.314.6:537:312.62

А. А. Верлань, канд. техн. наук

Национальный технический университет Украины «КПИ», г. Киев.

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОПИТАНИЯ С ЗАЩИТОЙ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМОЙ КОНТРОЛЯ

Рассмотрены актуальные вопросы организации структуры источников электропитания (ВДЕЖ) постоянного напряжения с защитой и автоматизированной системой контроля (АСК), предложено одна из возможных структурных схем источника вторичного электропитания с самоконтролем, рассмотрено состав и функциональное назначения блоков схемы.

Ключевые слова: *автоматизированные системы контроля, вторичного источника электропитания.*

Введение. Традиционные устройства защиты вторичных источников электропитания ВИЭП [1] из-за подверженности скрытым дефектам, не обнаруживающихся при нормальной работе ВИЭП, но приводящих фактически к самоотключению защиты, в ряде случаев препятствуют обеспечению требуемой надежности аппаратуры. Последнее обусловливает актуальность разработки методов и средств приборной реализации автоматического контроля радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) [2], с помощью которого появляется возможность контролировать как исправность, так и параметры защитных устройств, — непрерывно или один раз за цикл работы, например, в его начале [3].

