

Mathematical model of the filtration consolidation of earthen dam with erosion zone has been created. Also the influence of the presence of the draining and erosion zone on the magnitude of the pressure and its gradient in the body of the dam were researched. Series of numerical experiments were conducted and analysis of their results have been made.

**Key words:** *zone erosion, filtration consolidation, earthen dam, the free surface.*

Отримано: 20.02.2014

УДК 681.586-45.29.33

**В. І. Мороз**, д-р техн. наук, професор,  
**П. А. Болкот**, молодший науковий співробітник,  
**І. Ф. Снітков**, старший науковий співробітник,  
**К. І. Снітков**, молодший науковий співробітник

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

## **АНАЛІЗ РЕАЛІЗАЦІЙ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ КУТА ПРИ ОБРОБЦІ СИГНАЛІВ З ІНДУКЦІЙНИХ ДАВАЧІВ КУТА**

У статті проведено аналіз точності застосованих методів обробки інформації з індукційних давачів кута повороту і показано переваги комбінованого способу. Для визначення кута використано ортогональні складові сигналу з індукційного давача з наступною обробкою за різними законами, для яких проведено порівняльний аналіз. Запропоновано оптимальну функцію для визначення фази сигналу на основі реалізації функції арктангенса інтегральним методом.

**Ключові слова:** *визначення фази, давачі кута повороту, інтегральні методи, обробка сигналів.*

**Постановка проблеми.** Індукційні електромеханічні перетворювачі до цього часу є одним з популярних елементів позиційних систем керування внаслідок доволі простої конструкції, невибагливості до зовнішніх умов і невисокої вартості порівняно з оптичними давачами. Подальше підвищення точності таких давачів можливе лише шляхом застосування математичних методів обробки їх сигналів, оскільки резерв підвищення точності механічного виготовлення практично вичерпано. Розв'язати цю задачу можливо з переходом до цифрових систем вимірювання.

Пряме вимірювання фази сигналу, що поступає з індукційного давача кута, можливе лише з невисокою точністю внаслідок низки технічних причин, зокрема:

- рівень «зашумленості» сигналу з обмоток давача може складати декілька відсотків, що значно знижує точність правильного визначення переходу сигналу через нуль і, отже, його фази внаслідок

«розмивання» моменту переходу через нуль, яке може складати з несприятливих умов навіть 5–10 кут. град.;

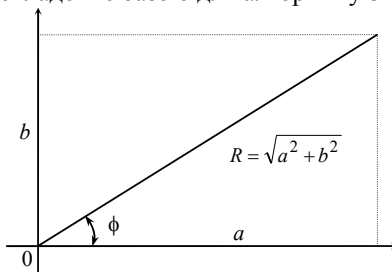
- для типової частоти збудження індукційного давача 1 кГц і необхідної точності 10 кут. сек. швидкість реакції системи безпосереднього визначення фази сигналу повинна бути меншою 5 нс, що технічно складно реалізувати навіть сучасною електронікою.

Таким чином, іншого способу підвищення точності куту-вимірювальних систем, як використання математичних методів обробки сигналів індукційного давача кута на даний час нема.

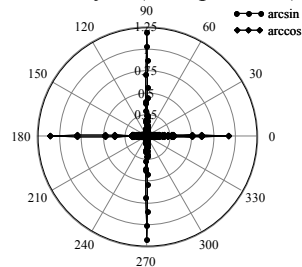
**Аналіз останніх досліджень.** Математичне підґрунтя цифрових методів обробки сигналів, що використовують у науково-дослідних роботах СКБ електромеханічних систем Львівської політехніки, викладене в статтях [1–3]. За час, який минув з моменту цих публікацій, отримані нові експериментальні результати, що призвели до необхідності уточнення використаних алгоритмів.

**Задачею досліджень** є аналіз та уточнення алгоритмів знаходження кута в цифрових системах обробки даних з індукційних електромеханічних перетворювачів для подальшого використання в куту-вимірювальних (позиційних) системах.

**Виклад основного матеріалу.** Робота цифрової системи обробки даних, які отримані з індукційного перетворювача, полягає у фільтрації отриманого сигналу для усунення внесених зовнішніх завад і похибок квантування (розгляд цієї проблеми виходить за межі даної статті). Наступним етапом є визначення зсуву фази сигналу давача відносно опорного за знайденими ортогональними складовими вимірюваного, а потім відфільтрованого сигналу (алгоритм роботи і структурна схема такої системи розглянуті в [1–3]). Знайдені ортогональні складові є базою для алгоритму знаходження кута (див. рис. 1, а).



а) пояснення до процедури визначення кута



б) полярний графік похибок визначення кута ( $\varphi$  град.) за допомогою функцій  $\arcsin$  і  $\arccos$  у випадку 12-розрядного квантування

**Рис. 1.** Визначення кута за ортогональними складовими сигналу індукційного перетворювача

Потрібно відзначити, що традиційне використання обернених тригонометричних функцій для визначення фази передбачає як виконання арифметичних операцій з нескінченною точністю (що є традиційним підходом у математиці), так і відповідну точність вхідних даних. Поява ефекту квантування за рівнем у вихідних даних викликає відповідні похибки в результатах виконання обернених тригонометричних функцій. Тому розрядність аналого-цифрового перетворювача (АЦП) є важливим фактором, оскільки від цього залежать додаткові похибки в системі та її вартість у цілому — з ростом розрядності ціна АЦП відчутно зростає, проте знижується похибка квантування, яку можна описати як внесення додаткового шуму. Використання для кутів-вимірювальних систем як типових промислових 16-розрядних АЦП, так і дешевших 12- і 10-розрядних, вимагає додаткового аналізу появи похибок визначення кута.

Процедура визначення кута за ортогональними складовими, як вже сказано вище, передбачає застосування обернених тригонометричних функцій, зазвичай,  $\arcsin$  і  $\arccos$ . Проведені дослідження показали, що використання цих функцій, а також обернених функцій тангенса і котангенса, призводить до значного зростання похибок на кінцях діапазонів (показано на полярному графіку рис. 1, б для функцій арксинуса і арккосинуса у випадку квантування («оцифровки») сигналу недорогим типовим 12-розрядним АЦП). Даного недоліку позбавлений комбінований спосіб, у якому дотримано такого алгоритму (використано позначення з рис. 1):

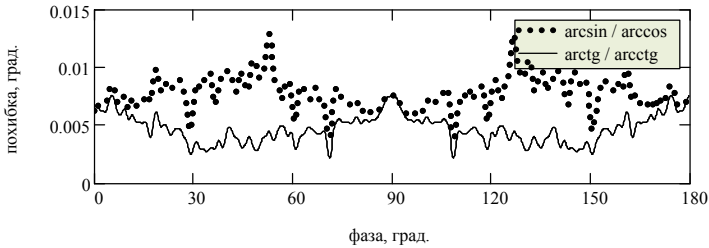
- для функцій  $\arcsin$  і  $\arccos$  — якщо  $|a| > |b|$ , то  $\varphi = \arcsin\left(\frac{b}{R}\right)$ ,

$$\text{інакше } \varphi = \arccos\left(\frac{a}{R}\right);$$

- для функцій  $\arctg$  і  $\operatorname{arccotg}$  — якщо  $|a| > |b|$ , то  $\varphi = \arctg\left(\frac{b}{a}\right)$ , інакше

$$\varphi = \operatorname{arccotg}\left(\frac{a}{b}\right).$$

Аналіз похибок засвідчив переваги застосування комбінованого алгоритму у випадку використання функцій тангенса і арктангенса. Графік похибок для обох алгоритмів та 12-розрядного квантування сигналу наведено на рис. 2, на якому за віссю абсцис відкладено кут повороту в градусах, за віссю ординат — усереднені похибки в градусах для способів визначення кута за функціями арксинуса (арккосинуса) і арктангенса (арккотангенса).



**Рис. 2.** Усереднені похибки комбінованих алгоритмів визначення фази для 12-розрядного квантування сигналу

У ході комп'ютерного аналізу шляхом моделювання алгоритму визначення фази для опису процесу квантування за рівнем для дво-полярного АЦП застосовано відповідну моделюючу функцію [2]:

$$\text{ADC}(u) = \frac{\text{int} \left( 2^{N-1} \frac{u}{U_{\max}} + 0,5 \right)}{2^{N-1}} U_{\max},$$

де  $u$  — вхідна напруга АЦП;  $U_{\max}$  — максимальна вхідна напруга АЦП;  $N$  — розрядність АЦП;  $2^{N-1}$  — число рівнів квантування для кожної полярності вхідної напруги АЦП.

Функція визначення кута є завершальною в алгоритмах обробки сигналів після процедури фільтрації. У випадку необмеженої точності подання цифрового коду в мікропроцесорній системі проблем не виникає, але якщо код є обмеженим (у нашому випадку 12-розрядним — з такою розрядністю подаються значення ортогональних складових  $a$  і  $b$ ), у результаті з'являється похибка, яка залежить від виду оберненої тригонометричної функції (арксинус чи арккосинус) та від поточного кута, що й було показано на рис. 2.

Спосіб обчислення функції арктангенса, яка забезпечує точніший результат, у пристрої обробки інформації від давача кута базується на відомій інтегральній залежності:

$$\arctan(x) = \int_0^x \frac{1}{t^2 + 1} dt.$$

Для знаходження такого означеного інтеграла використовується числове інтегрування за допомогою розбиття на  $M$  елементарних фігур, площі яких знаходяться за допомогою апроксимації відповідного порядку.

Для аналізу точності такого способу вибрано чотири способи апроксимації елементарної площі для знаходження інтегралу [3]:

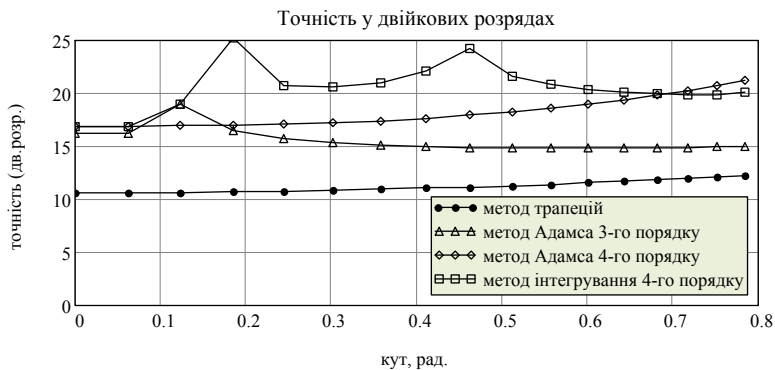
- трапеціями:  $S_i = \frac{h}{2} \cdot (y_i + y_{i+1})$  (порядок апроксимації — другий);
- $S_i = \frac{h}{12} \cdot (5y_{i+1} + 8y_i + y_{i-1})$  — за неявною формулою Адамса третього порядку;

- $S_i = \frac{h}{24} \cdot (9y_{i+1} + 19y_i - 5y_{i-1} + y_{i-2})$  — за неявною формулою Адамса четвертого порядку;
- $S_i = \frac{h}{24} \cdot (-y_{i+2} + 13y_{i+1} + 13y_i - y_{i-1})$  — за формулою інтегрування четвертого порядку, що виведена з класичної залежності  $S_i = \int_x^{x_{i+1}} (a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0) dx$ , де  $a_0 \dots a_3$  — коефіцієнти поліноміальної апроксимації:

$$a_0 = y_{i+1}; a_1 = (2y_{i+2} + 3y_{i+1} - 6y_i + y_{i-1})/6h;$$

$$a_2 = (y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i)/2h^2; a_3 = (y_{i+2} - 3y_{i+1} + 3y_i - y_{i-1})/6h^3.$$

Результати досліджень точності відтворення функції арктангенса інтегральною залежністю в діапазоні кута повороту від 0 до  $\pi/4$  для 12-розрядного квантування сигналу та числа інтервалів розбиття діапазону повороту  $M = 16$ , що відповідає кроку інтегрування  $\pi/64$ , показано на рис. 3 (максимальні значення еквівалентної точності подано в двійкових розрядах). Відчутне підвищення точності досягається при переході до формул інтегрування третього і вище порядків.

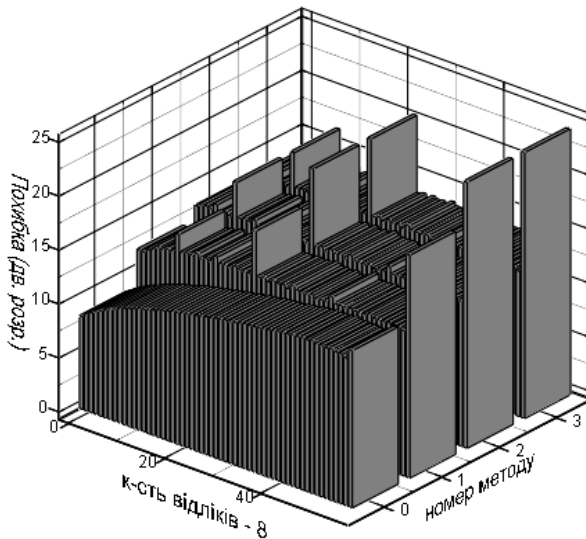


**Рис. 3.** Еквівалентна точність визначення фази (у двійкових розрядах) для різних апроксимацій функції арктангенса в залежності від кута повороту давача для 16 відліків на інтервал і 12-розрядного квантування

Одним з цікавих ефектів, який виявлено у процесі досліджень впливу на результуючу точність кількості інтервалів розбиття (відповідає кількості відліків на проміжку  $0 \dots \pi/4$  у системі обробки інформації), є відчутне збільшення еквівалентної точності методів інтегрування вищих порядків для числа інтервалів, що відповідає степеням двійки: 16, 32, 64, що видно з графіка рис. 4, який побудовано

для 12-розрядного квантування сигналу та кількості відліків на інтервал від 8 до 64, де вжито позначення для методів інтегрування:

- трапецій (номер методу — 0);
- неявного Адамса третього порядку (номер методу — 1);
- неявного Адамса четвертого порядку (номер методу — 2);
- інтегрування четвертого порядку (номер методу — 3).



**Рис. 4.** Еквівалентна максимальна точність (у двійкових розрядах) для різних апроксимацій функції арктангенса в залежності від кількості відліків (від 8 до 64) для випадку 12-розрядного квантування сигналу

**Висновки.** Результати досліджень показали, що:

- більшу точність обчислення кута повороту за ортогональними даними з індукційного давача кута забезпечує комбінований метод з використанням функції арктангенса (арккотангенса);
- формули інтегрування четвертого порядку забезпечують достатню точність для заданої кількості інтервалів розбиття лише при трьох операціях множення і трьох додавання (віднімання) на один крок інтегрування;
- використання формул інтегрування третього і вищих порядків для знаходження функції арктангенса дає змогу відчутно підняти точність у випадку обмеженої точності вхідного сигналу;
- оптимальним варіантом кількості відліків на один оберт для системи обробки інформації з давача положення є число, яке кратне степеням двійки: 16, 32, 64 і т.д.

**Список використаних джерел:**

1. Завгородній В. Д. Квантово-механічна модель давачів кута індукційного типу (Частина 3. Аналіз впливу технологічних похибок) / В. Д. Завгородній // Електротехніка і електромеханіка. — 2003. — №3. — С. 26–31.
2. Завгородній В. Д. Квантово-механічна модель давачів кута індукційного типу (Частина 4. Аналіз методів обробки вихідних сигналів) / В. Д. Завгородній, В. І. Мороз, О. А. Петрова // Електротехніка і електромеханіка, 2003. — №4. — С. 36–41.
3. Завгородній В. Квантово-механічна модель давачів кута індукційного типу (Частина 5. Аналіз алгоритмів обробки вихідних сигналів) / В. Завгородній, В. Мороз, А. Бойко // Електротехніка і електромеханіка. — 2004. — №4. — С. 27–33.

The article presents an overview of analyzes the accuracy of the signal processing methods of induction angle sensors and the advantages of the combined method. The orthogonal signal components are used to determine the angle from inductive sensor followed by treatment with different laws for which a comparative analysis. The optimum phase calculation can be realized to implement combined inverse tangent function using the integral method.

**Key words:** *angle detection, angle sensors, integral methods, signal processing.*

Отримано: 18.03.2014

УДК 519.6

**Л. В. Мосенцова**, аспірант

Физико-технологический институт металлов  
и сплавов НАН Украины, г. Киев

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ  
КОМПЬЮТЕРНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА МОДЕЛЬНЫХ  
ЭКСПЕРИМЕНТОВ**

Работа посвящена особенностям решения задач интерпретации наблюдений в интегральной постановке.

**Ключевые слова:** *интерпретация наблюдений, некорректность, интегральные модели, регуляризация, параметр регуляризации, метод модельных экспериментов.*

**Введение.** Интегральные модели в задачах интерпретации результатов наблюдений. Интегральные уравнения Фредгольма первого рода

$$\int_a^b K(x, s, y(s)) ds = f(x), \quad c \leq x \leq d, \quad (1)$$