УДК 004.6

С. А. Положаенко, д-р техн. наук, профессор
О. М. Абдуллах, аспирант

Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КЛАССА МОДЕЛЕЙ АНОМАЛЬНЫХ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ

Предложены математические модели класса аномальных диффузионных процессов, характеризующихся выраженной нестационарностью коэффициентов при производных. Модели представлены в виде вариационных неравенств с соответствующими начальными и граничными условиями. Корректность моделей обоснована строгим доказательством существования и единственности решения образующих их (модели) выражений.

Ключевые слова: *аномальный диффузионный процесс, нестационарные коэффициенты при производных, вариационное неравенство, билинейная форма, функционал.*

Введение. Решение задач качественного и количественного исследования аномальных диффузионных процессов возможно на основе адекватного их математического описания. В работе [1] выполнена и обоснована следующая классификация аномальных диффузионных процессов:

- *преимущественная направленность проводимости границы* (факторы, действующие на границе Γ области Ω развития системы «диффундирующий агент — физическая среда» препятствуют выходу диффундирующего агента за пределы занимаемой области Ω, но не препятствуют возможности проникновения диффундирующего агента внутрь области Ω);
- *эволюционное ограничение на функцию состояния* (факторы, воздействующие на систему «диффундирующий агент — физическая среда», либо физико-химические свойства диффундирующего агента, обусловливают формирование ограничения $u_{\max}(z)$ на функцию состояния процесса $u(t,z)$ вида $u_{\max}(z) \le u(t,z)$);
- *аномальная предельность значения функции состояния* (влияние факторов, действующих на систему «диффундирующий агент — физическая среда», сводятся к тому, что изменение функции состояния физического процесса $u(t,z)$ начинается только после достижения ней некоторого порогового значения $u_{пр}(z)$ и, пока соблюдается условие $u_{пр}(z) \ge u(t,z)$, развитие процесса внутри

области Ω — невозможно, причем это состояние может сохраняться сколь угодно долго).

Кроме того, в работе [1] доказано, что адекватные математические модели (ММ) аномальных диффузионных процессов могут быть построены на основе вариационных неравенств. В работах [2, 3] выполнены систематические исследования аномальных диффузионных процессов и предложены стационарные и динамические ММ типичных случаев аномальных диффузионных процессов в виде вариационных неравенств. Причем, данные ММ, были предложены для случаев *постоянных* (или *зависящих от пространственных переменных*) и *нелинейных* (зависящих от искомых функций) *коэффициентов* при производных. Однако, в ряде важных для практики условий протекания аномальных диффузионных процессов, коэффициенты ММ могут носить выраженный *нестационарный* характер. Нестационарные условия протекания аномальных диффузионных процессов могут вызвать, в частности, явления «старения» (прогрессирующее изменение концентрации легколетучих реагентов коллоидных смесей под действием температуры) или «износа» (изменение интенсивности загрязнения вследствие уменьшения интенсивности источника). Также к нестационарности протекания аномального диффузионного процесса могут привести флуктуации физико-химических свойств среды его протекания (просыхание грунта приводит к изменению его пористости при исследовании движения грунтовых вод).

Цель работы. Разработка ММ для класса аномальных диффузионных процессов с *выраженной нестационарностью коэффициентов* при производных.

Основная часть. Дальнейшие исследования будем проводить, опираясь на классификацию аномальных диффузионных процессов, приведенную выше (предложенную в [1]). Причем, с учетом сделанных замечаний, ММ будем строить на основе аппарата вариационных неравенств.

1. Эффект преимущественной проводимости границы (на примере фильтрации аномальной жидкости) наблюдается в нефтяных пластах с включением «застойных зон» (или целиков) [4]. Целик может рассматриваться как область с границей, характеризующейся односторонней проводимостью. Будем рассматривать случай, когда для целика имеет место зависимость $u(t,z) > u_{вн}$, где $u = u(t,z)$ — нестационарная функция давления нефти внутри целика, динамика которой определяется действием нестационарной функции $f(t,z)$, а $u_{вн'} = C = const$ — давление вне целика, в основной зоне пласта. В данной постановке граница целика Γ выступает как мембрана с односторонней проводимостью, препятствующая проникновению жидкости из целика вне него. Если будет выполняться условие $u(t,z) \le u_{вн}$, то граница Γ (или ее часть) открывается, и нефть может покинуть зону целика.

Пусть Ω — открытая ограниченная область в $\Re^n$ с границей Γ (для плоского случая $n = 1, 2$), задающая геометрию целика, а $\bar{\Omega} = \Omega \bigcup \Gamma$ — задает замыкание Ω.

Искомая функция $u = u\left(t,z\right)$ предполагается гармонической функцией в Ω, непрерывная на $\bar{\Omega}$ и такой, что является решением уравнения

$$\sum_{i=1}^{n} k(t,z) \frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z_i^2} = m\left(t,z\right)\left[f(t,z)\right] \text{ на } \Omega \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} = 0, \left[u(t,z) - u_{вн}\right]\Big|_{z\in\Gamma} > 0\,, \tag{2}$$

$$\frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} \ge 0, \left[u(t,z) - u_{вн}\right]\Big|_{z\in\Gamma} < 0\,, \tag{3}$$

где η — нормаль к границе Γ.

Условие (2) соответствует случаю, когда граница Γ целика закрыта, и фильтрационное движение нефти из области целика отсутствует. Условие (3) соответствует случаю, когда граница Γ целика (или ее часть) открывается и не препятствует фильтрационному движению нефти за пределы области целика.

Введем в рассмотрение пробную функцию $v = v\left(t,z\right)$, определенную на соболевском пространстве $H^1(\Omega)$. Умножим скалярно (2) на $\left[v\left(t,z\right) - u\left(t,z\right)\right]$ и, воспользовавшись формулой Грина, получим

$$\begin{gathered}\int\limits_{\Omega} \left\{ \sum_{i=1}^{n} k(t,z) \frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i} \cdot \frac{\partial\left[v(t,z) - u(t,z)\right]}{\partial z_i} \right\} dz - \\ -\int\limits_{\Gamma} \left\{ \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta},\, \left[v(t,z) - u(t,z)\right] \right\} d\Gamma = m\left(t,z\right)\left\{f,\, \left[v(t,z) - u(t,z)\right]\right\}\end{gathered} \tag{4}$$

для любой $v = v\left(t,z\right) \ge 0$ на Γ.

Таким образом, в качестве выпуклого множества K допустимых функций может быть выбрано множество неотрицательных v таких, что

$$K = \left\{ v\left(t,z\right) \in H^1(\Omega) \Big| v\left(t,z\right) \ge 0 \text{ п.в. на } \Gamma \;\right\}.$$

Из (2) и (3) соответственно следует, что

$$\int_{\Gamma} \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} \zeta \left[u_{вн} - u(t,z) \right] d\Gamma \le 0 , \tag{5}$$

$$\int_{\Gamma} \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} \zeta \left[u(t,z) - u_{вн} \right] d\Gamma = 0 , \tag{6}$$

где ζ — пропускная способность границы Γ.

Введем замену переменной $v = v(t,z)$ на $v = \left[-v(t,z) \right]$ и, с учетом (5) и (6), перепишем (4) в виде

$$\int_{\Omega} \left[\sum_{i=1}^{n} k(t,z) \frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i} \cdot \frac{\partial \left[v(t,z) - u(t,z) \right]}{\partial z_i} \right] dz -$$

$$- \int_{\Gamma} \left\{ - \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} v + \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} \zeta \left[u_{вн} - u(t,z) \right] \right\} d\Gamma -$$

$$- \int_{\Gamma} \left\{ \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} u + \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} \zeta \left[u(t,z) - u_{вн} \right] \right\} d\Gamma = m(t,z) \left\{ f, \left[v(t,z) - u(t,z) \right] \right\} .$$

Определим билинейную форму

$$a\left[t, u(t,z), v(t,z) - u(t,z) \right] = \int_{\Omega} \left[\sum_{i=1}^{n} k(t,z) \frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i} \cdot \frac{\partial \left[v(t,z) - u(t,z) \right]}{\partial z_i} \right] dz \tag{7}$$

и функционалы

$$j\left[v(t,z) \right] = \int_{\Gamma} \left\{ - \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} v(t,z) + \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} \zeta \left[u_{вн} - u(t,z) \right] \right\} d\Gamma , \tag{8}$$

$$j\left[u(t,z) \right] = \int_{\Gamma} \left\{ - \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} u(t,z) + \frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta} \zeta \left[u_{вн} - u(t,z) \right] \right\} d\Gamma . \tag{9}$$

Тогда окончательно запишем вариационное неравенство с нестационарными коэффициентами, описывающее эволюционный процесс реологии аномальной жидкости (жидкость внутри области Ω совершает нестационарное движение) с односторонней проводимостью границы

$$\begin{gathered} u(t,z) \in K : \left[m(t,z) \frac{\partial u(t,z)}{\partial t}, v(t,z) - u(t,z) \right] - \\ - a\left[t, u(t,z), v(t,z) - u(t,z) \right] + j\left[v(t,z) \right] - j\left[u(t,z) \right] \ge \\ \ge m(t,z) \left\{ f, \left[v(t,z) - u(t,z) \right] \right\}, \ \forall v \in K. \end{gathered} \tag{10}$$

Таким образом, задача определения функции давления внутри целика приведена к постановке в виде вариационного неравенства.

2. Процессы с эволюционным ограничением на функцию состояния. На примере водонапорного режима разработки нефтяного пласта предложим ММ процессов с эволюционным ограничением на функцию состояния. Решение задачи в данном случае сводится к отысканию функции водонасыщенности $S(t,z)$ заводненного пласта.

Водонапорный режим разработки реализуется при вскрытии нефтеносного пласта системой добывающих (продуктивных) и нагнетательных скважин. Необходимое внутрипластовое давление создается путем закачки воды в нагнетательную скважину и одновременно происходит постепенное заводнение пласта, т.е. замена в поровом пространстве нефти водой. Процесс заводнения нефтяного плата развивается от нагнетательной скважины к продуктивной. Особенность рассматриваемого процесса является то, что искомая *нестационарная* функция водонасыщенности $S(t,z)$ в ходе эволюции физического явления при $t>0$, не может превысить некоторого предела $S(t,z)\le S_{\max}$ (в относительном выражении задаваемого соотношением $S_{\max}\equiv 1$), т.е. характеризуется *эволюционной ограниченностью*. Динамика $S(t,z)$ определяется действием внешней *нестационарной* вынуждающей функции $f(t,z)$.

Необходимо отыскать функцию водонасыщенности $S(t,z)$, определяющую пространство состояния заводненной части пласта, и которая характеризуется ограниченностью $S(t,z)\le S_{\max}$, $0\le t<\infty$.

Пусть Ω — открытая плоская ограниченная область в $\Re^n$, $n=2$ с границей Γ, представляющая собой заводненную часть пласта. Характеристики пористой среды задаются *нестационарными коэффициентами*: проницаемостью $k(t,z)$ и пористостью $m(t,z)$, а пластовое и капиллярное давления — соответственно *нестационарными* функциями $u(t,z)$ и $u_c(S)$. Относительно функции $S(t,z)$ примем *нестационарную* форму известного дифференциального уравнения, описывающего динамику функции водонасыщенности [5]

$$m(t,z)\frac{\partial S(t,z)}{\partial t}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial z_i}\left[k(t,z)\frac{d\,u_c(S)}{d\,S}\cdot\frac{\partial S(t,z)}{\partial z_i}\right]-$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial z_i}\left[k(t,z)\cdot\frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i}\right]=f(t,z),\ f(t,z)\text{ — задана в }\Omega \qquad (11)$$

с начальным условием

$$S(0,z)=S_0(z) \qquad (12)$$

и граничными условиями в виде неравенств (в виду эволюционной ограниченности функции $S(t,z)$)

$$\frac{\partial S(t,z)}{\partial \eta} \geq 0; \quad S(t,z) < S_{\max,}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial S(t,z)}{\partial \eta} = 0; \quad S(t,z) \geq S_{\max,}, \tag{14}$$

где η — нормаль к границе Γ.

Введем в рассмотрение пробную *нестационарную* функцию $v(t,z)$, $\forall v(t,z) \in K,\ K = \left\{ v(t,z) \middle| v \geq 0 \text{ п. в. в } \Omega \right\}$. Скалярно умножим (11) на $\left[v(t,z) - S(t,z) \right]$ и, применив формулу Грина, получим

$$\left[m(t,z) \frac{\partial S(t,z)}{\partial t}, v(t,z) - S(t,z) \right] -$$

$$-k(t,z) \int_{\Omega} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{d u_c(S)}{d S} \cdot \frac{\partial S(t,z)}{\partial z_i} \cdot \frac{\partial \left[v(t,z) - S(t,z) \right]}{\partial z_i} \right\} dz -$$

$$-k(t,z) \int_{\Omega} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z^2{}_i} \cdot \frac{\partial \left[v(t,z) - S(t,z) \right]}{\partial z_i} \right\} dz =$$

$$= \left\{ f(t,z), \left[v(t,z) - S(t,z) \right] \right\} + \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial S(t,z)}{\partial \eta}, \left[v(t,z) - S(t,z) \right] \right) d\Gamma,$$

$$\forall v(t,z),\ S \in K.$$

Выполним замену переменной $v(t,z)$ на $\left[-v(t,z) \right]$, в результате чего получим

$$\left\{ m(t,z) \frac{\partial S}{\partial t}, \left[v(t,z) - S(t,z) \right] \right\} -$$

$$-k(t,z) \int_{\Omega} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{d u_c(S)}{d S} \cdot \frac{\partial S}{\partial z_i} \cdot \frac{\partial (v - S)}{\partial z_i} \right\} dz -$$

$$-k(t,z) \int_{\Omega} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z_i^2} \left| v(t,z) \right| dz + \tag{15}$$

$$+k(t,z) \int_{\Omega} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z_i^2} \left| S(t,z) \right| dz \geq \left\{ f(t,z), \left[v(t,z) - S(t,z) \right] \right\},$$

$$v(t,z),\ S(t,z) \in K.$$

Определим билинейную форму

$$a\left\{t,S(t,z),\left[v(t,z)-S(t,z)\right]\right\}=$$
$$=k(t,z)\int_{\Omega}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{d\,u_c(S)}{d\,S}\cdot\frac{\partial S(t,z)}{\partial z_i}\cdot\frac{\partial\left[v(t,z)-S(t,z)\right]}{\partial z_i}\right)dz \qquad (16)$$

и функционалы

$$j\left[v(t,z)\right]=k(t,z)\int_{\Omega}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z_i^2}\left|v(t,z)\right|dz\,, \qquad (17)$$

$$j\left[S(t,z)\right]=k(t,z)\int_{\Omega}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(t,z)}{\partial z_i^2}\left|S(t,z)\right|dz\,, \qquad (18)$$

Тогда приходим к следующему *нестационарному* вариационному неравенству

$$S(t,z)\in K:\left\{m(t,z)\frac{\partial S(t,z)}{\partial t},\left[v(t,z)-S(t,z)\right]\right\}-$$
$$-a\left\{t,S(t,z),\left[v(t,z)-S(t,z)\right]\right\}-j\left[v(t,z)\right]+j\left[S(t,z)\right]\geq \qquad (19)$$
$$\geq\left(f(t,z),\left[v(t,z)-S(t,z)\right]\right),\ \forall\, v(t,z)\in K\,.$$

Вариационное неравенство (19) является ММ динамики процессов с эволюционным ограничением на функцию состояния с выраженной нестационарностью коэффициентов при производных.

3. Процессы с аномальной предельностью значений функции состояния. В качестве типичного примера процесса с аномальной предельностью значений функции состояния можно рассмотреть процесс фильтрации высокопарафинистых нефтей, характеризующихся вязко-пластическим реологическим поведением [1].

Фильтрационное *нестационарное* движение данных нефтей возможно лишь при условии достижения внутрипластовым давлением $u(t,z)$ некоторого порогового значения G — предельного градиента. При этом равенство $\left|grad\left[u(t,z)\right]\right|=G$ рассматривается как условие предельного равновесия [4], а фильтрация нефти обеспечивается только при выполнении условия $\left|grad\left[u(t,z)\right]\right|>G$.

В процессах такого типа рассмотрим определение поля внутрипластового давления $u(t,z)$ нефтяного пласта, в котором осуществляется нестационарное фильтрационное движение нефти под действием *нестационарной* вынуждающей функции $f(t,z)$. Область Ω фильтрации представляет собой открытую ограниченную область из $\Re^n, n=1,2$ с границей Γ.

Представим изменение давления высокопарафинистых нефтей в n-мерной пространственной области Ω, используя при этом известное уравнение [4], приняв в нем, однако, *нестационарную* форму коэффициентов и вынуждающей функции

$$m(t,z)\frac{\partial u(t,z)}{\partial t}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial z_i}\left[k(t,z)\frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i}-G\right]=f(t,z) \qquad (20)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta}\geq 0,\ \left|grad\left[u(t,z)\right]\right|>0, \qquad (21)$$

$$\frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta}=0,\ \left|grad\left[u(t,z)\right]\right|\leq 0 \qquad (22)$$

и начальным условием

$$u(0,z)=u_0(z), \qquad (23)$$

где $m(t,z)$ и $k(t,z)$ — *нестационарные* распределенные коэффициенты, представляющие собой пористость и проницаемость среды в точке z области Ω, соответственно; $f(t,z)$ — *нестационарная* вынуждающая функция, представляющая собой дебит нефти среды в точке z области Ω; $u_0(z)$ — начальное поле давлений; η — нормаль к границе Γ.

Введем в рассмотрение *нестационарную* пробную функцию $v(t,z)\in H^1(\Omega)$ и замкнутое множество допустимых функций $K=$ $=\left\{v(t,z)\middle| v>0 \text{ п.в. в } \Omega\right\}$. Скалярно умножим (20) на $\left[v(t,z)-u(t,z)\right]$ и, применив формулу Грина, получим

$$\left\{m(t,z)\frac{\partial u(t,z)}{\partial t},\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}-$$

$$-\int_{\Omega}\left\{k(t,z)\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i}\cdot\frac{\partial\left[v(t,z)-u(t,z)\right]}{\partial z_i}-G,\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}dz- \qquad (24)$$

$$-\int_{\Gamma}\left\{\frac{\partial u(t,z)}{\partial \eta},\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}d\Gamma=\left\{f(t,z),\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}$$

$$\forall v(t,z)\in K.$$

На основании вышеприведенного условия предельного равновесия преобразуем (24) к виду

$$\left\{m(t,z)\frac{\partial u(t,z)}{\partial t},\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}-$$

$$-k(t,z)\int\limits_{\Omega}\left\{\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i}\cdot\frac{\partial\left[v(t,z)-u(t,z)\right]}{\partial z_i}\right\}dz+$$

$$+\int\limits_{\Omega}\left|grad\left[v(t,z)\right]\right|dz-\int\limits_{\Omega}\left|grad\left[u(t,z)\right]\right|dz- \qquad (25)$$

$$-\int\limits_{\Gamma}\left\{\frac{\partial u(t,z)}{\partial\eta},\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}d\Gamma=\left\{f(t,z),\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\},$$

$$\forall v(t,z)\in K\ .$$

Введя билинейную форму

$$a\left\{t,u(t,z),\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}=$$

$$=k(t,z)\int\limits_{\Omega}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u(t,z)}{\partial z_i}\cdot\frac{\partial\left[v(t,z)-u(t,z)\right]}{\partial z_i}\right)dz \qquad (26)$$

и функционалы

$$j\left[v(t,z)\right]=\int\limits_{\Omega}\left|grad\left[v(t,z)\right]\right|dz\,, \qquad (27)$$

$$j\left[u(t,z)\right]=\int\limits_{\Omega}\left|grad\left[u(t,z)\right]\right|dz \qquad (28)$$

окончательно приходим к эволюционному вариационному неравенству

$$u(t,z)\in K:\ \left\{m(t,z)\frac{\partial u(t,z)}{\partial t},\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}-$$

$$-a\left\{t,u(t,z),\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\}+j\left[v(t,z)\right]-j\left[u(t,z)\right]\geq \qquad (29)$$

$$\geq\left\{f(t,z),\left[v(t,z)-u(t,z)\right]\right\},\ \forall v(t,z)\in K\ ,$$

которое, очевидно, моделирует динамику процессов с аномальной предельностью значений функции состояния при выраженной нестационарности коэффициентов при производных.

Единственность решений вариационных задач вида (8), (2), (3); (19), (12)–(14); (29), (21)–(23) доказана, и основывается на свойстве коэрцитивности билинейных форм (7), (16), (23) и непрерывности функционалов (8), (9), (17), (18), (27), (28).

Вывод. Теоретически получены ММ аномальных диффузионных процессов при выраженной нестационарности коэффициентов при производных для которых (моделей) строго доказано существование и единственность решения.

Список использованной литературы:

1. Верлань А. Ф. Математическое моделирование аномальных диффузионных процессов / А. Ф. Верлань, С. А. Положаенко, Н. Г. Сербов. — К. : Наук. думка, 2011. — 416 с.
2. Положаенко С. А. Математические модели процессов течения аномальных жидкостей / С. А. Положаенко // Моделювання та інформаційні технології : зб. наук. праць. — К. : ІПМЕ, 2001. — Вип. 9. — С. 14–21.
3. Polozhaenko S. A. Mathematical models of unequivalent technological processes as variation inequalities and their calculable realization on the basis of methods of optimization / S. A. Polozhaenko, S. D. Kuznitshenko // Електротехнічні та комп'ютерні системи. — 2012. — № 5 (81). — С. 164–169.
4. Бернадинер М. Г. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей / М. Г. Бернадинер, В. М. Ентов. — М. : Наука, 1975. — 199 с.
5. Монин А. С. Статистическая гидродинамика / А. С. Монин, А. М. Яглом. — М.: Наука, 1967. — Ч. 1. — 293 с.

Mathematical model of anomalous diffusion processes characterized by severe unsteadiness of the coefficients of the derivatives. The model presented in the form of varitional inequalities with appropriate initial and boundary conditions. The correctness of the models is justified strict proof of the existence and uniqueness of the solution is considered (model) expressions.

Key words: *anomalous diffusion process, unsteady coefficients of the derivatives of the varitional inequality, bilinear form, functionality.*

Отримано: 17.06.2014