ЛОГІКА ТА МЕТОДОЛОГІЯ НАУКИ

УДК 161
DOI 10.35423/2078-8142.2021.2.2.9

Я. О. Кохан*,*
кандидат філософських наук,
молодший науковий співробітник відділу логіки та методології науки
Інституту філософії імені Г. С. Сковороди НАН України,
м. Київ, Україна
e-mail: yarkaen@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8958-772X

СИМВОЛІЧНА ЛОГІКА: ПОВЕРНЕННЯ ДО ВИТОКІВ. СТАТТЯ ІІІ. ПОХІДНІ ЛОГІСТИЧНІ КАТЕГОРІЇ

Стаття є третьою частиною дослідження, присвяченого перегляду системи основних логічних категорій та узагальненню сучасної логіки предикатів до логіки функцій. У тексті розрізнено і протиставлено сучасну фреґевську та пропоновану автором ультрафреґевську логістики, описано аргументи та значення функцій, аргументи відношень, самі відношення, множини (класи) та підмножини (підкласи) як похідні категорії ультрафреґевської логістики. Логістика є частиною металогіки, незалежною від семантики. Фреґевська логістика – це металогічна теорія, заснована на четвірці <предмет (індивід), предикат, рівність, послідовність>; вона породжує логіку предикатів. Ультрафреґевська логістика заснована на четвірці <предмет (індивід), функція, представлення, послідовність>, де поняття функція є узагальненням поняття предиката, а поняття представлення є узагальненням поняття рівності; ця логістика породжує функційну логіку. Відношення є похідною і навіть означуваною категорією ультрафреґевської логістики. А саме, відношення — це представлення функціями (одного з їхніх аргументів). Ми показуємо, що історично Фреге міг ввести відповідне означення, а також поняття (категорію) *представлення, але, на жаль, відкинув такий хід думки. Далі показано, що кожне n-місне відношення може бути розв'язане щодо деякого свого аргумента за допомогою деякої (n–1)-місної функції. Множина, або клас, є похідною і неозначуваною категорією ультрафреґевської логістики. Універсальним способом введення множин є принцип абстракції Фреґе. Ми формулюємо цей принцип для функційної логіки і показуємо, що поняття множини є кванторним поняттям, а тому існує двоїсте екзистенційно-кванторне поняття непорожньої підмножини, що передбачається тим самим принципом абстракції.*

Ключові слова*: логістика, категорії, функція, відношення, множина, клас, підмножина, підклас.*

Категорійна структура логіки дуже рідко розглядається в літературі. Можна вважати, що після праць Фреґе (включно з листом [1, с. 154]), Лєснєвського (див., напр., збірку [2]) і Чорча [3] у даній сфері не було фундаментальних досліджень. Напри 90-х років XX ст. автор пропонованого дослідження помітив, що, по-перше, категорійна структура сучасної логіки відрізняється від тієї, яку мав на меті реалізувати творець синтаксису і семантики Ґотлоб Фреґе, і, по-друге, фреґевську категорійну структуру цілком можливо реалізувати, хоча самому Фреґе це не вдалося. Йдеться про те, що у сучасних синтаксисі й семантиці базовими, вихідними категоріями є *предмет* (*індивід*), *предикат* (*відношення*; предикат як функція вводиться на цій основі) та *рівність*, до яких ще неявно додається *послідовність*. Однак, можна перебудувати всю логіку так, щоб місце категорії предиката зайняла категорія *функції*, як задумував Фреґе; при цьому слід узагальнити поняття функції відносно фреґевського до поняття неоднозначної функції з аргументами або без, а також узагальнити поняття рівності до поняття *представлення* (як задання будь-якого виду – від прямої побудови і до неявної вказівки); останнє стає новою базовою, вихідною категорією логіки й замінює собою категорію рівності.

Пізніше автор виявив також, що названі вище категорії є незалежними від категорій семантики: фреґевських *виразу*, *смислу* і *значення* (*денотата*, позначуваного), – а тому формують основу для окремої дисципліни в межах металогіки, котру автор назвав *логістикою* [4] (див. також попередню статтю даного циклу [6]). Логістичну структуру сучасної логіки (власне, логіки предикатів), яка будується на четвірці <предмет, предикат, рівність, послідовність>, називатимемо *фреґевською*, оскільки її задав (принаймні, без категорії послідовності) сам Фреґе; якщо ж ми виходитимемо з четвірки <предмет, функція, представлення, послідовність>, таку структуру категорій називатимемо *ультрафреґевською*, оскільки вона відповідає нереалізованому задуму самого Фреґе. Логіка, заснована на ультрафреґевській логістиці, не міститиме у своєму корпусі логіки предикатів: місце останньої посідатиме *логіка функцій*, яка будуватиметься безпосередньо як розширення логіки висловлювань.

Основи логіки функцій та ультрафреґевської логістики були викладені автором у попередніх двох статтях [5], [6] даного циклу, а також у працях [7], [8]. Зокрема, у попередній статті [6] даного циклу описувалися базові логістичні категорії логіки функцій. У даній статті ми опишемо похідні логістичні категорії цієї нової логіки. Категорії, які вимагають як логістичних, так і семантичних розглядів, ми називаємо *металогічними* і в цій статті не розглядаємо.

Похідні категорії, на відміну від вихідних, бувають означуваними та неозначуваними. Ультрафреґевська логістика містить як перші, так і другі, що буде відзначено далі.

Значення та аргумент функції, аргумент відношення. Існує неозоре розмаїття функцій, відтак значеннями та аргументами функцій можуть бути об’єкти будь-якої природи: предмети, інші функції, послідовності, відношення, множини тощо. Через це ми при найзагальніших описах вживатимемо термін «об’єкт», який вказуватиме на будь-які об’єкти нашого теоретичного розгляду. Таким чином, в якості аргументів та значень функцій можна розглядати будь-які *об’єкти*; це означає, що аргумент і значення функції — це виняткові відносні категорії, що вибудовуються на основі категорії функції. При цьому аргумент – це просто будь-який об'єкт, який займає одну з валентностей функції; відтак позначення аргумента повністю залежить від того, до якої категорії він належить: є він предметом, послідовністю, відношенням чи ще чимось; те саме стосується аргументів відношень. А значення функції потребує особливих позначень.

У попередніх статтях даного циклу значення функції $f^{(n)}$ на аргументах $a_1, ..., a_n$ позначалися як '$f(a_1, ..., a_n)$', відповідно, значення функції $f^{(0)}$ позначалися як 'f'. Однак, пізніше автор виявив, що це, строго кажучи, неправильно. Річ у тім, що, забираючи у функції її арність та її валентності (якщо вони в неї є), ми залишаємося з чистою *якістю* цієї функції або її (якісним) ядром. Ця якість саме й позначається сталою змінною, наприклад, у випадку функцій $f^{(n)}$ та $f^{(0)}$ — знаком 'f'. Тому, у випадку 0-місної функції, ця буква ніяк не може позначати значення відповідної функції, адже значення функції не є частиною функції у жодному сенсі. Потрібна якась складніша символіка, яка б явно показувала, що значення функції є об'єктом, в якомусь сенсі похідним або залежним від самої функції. Таку символіку ввів свого часу Чорч, позначаючи значення функцій простою постановкою позначення самої функції у круглі дужки [9, с. 1]. Саме її і слід прийняти в логіці функцій (додаткова неминучість її прийняття розкривається в семантиці, але ми в даній статті не виходимо за межі логістики). Відтак, формули представлення для випадків, коли якийсь об'єкт t є значенням функції $f^{(n)}$ на аргументах $t_1, \ldots, t_n$ та коли, відповідно, t є значенням функції $f^{(0)}$, запишуться не у вигляді

$$t \approx f(t_1, \ldots, t_n) \tag{1}$$

і

$$t \approx f \tag{2}$$

(у другій статті даного циклу це теж формули (1) та (2) відповідно), а у вигляді

$$t \approx (f^{(n)}(t_1, \ldots, t_n)) \tag{3}$$

і

$$t \approx (f^{(0)}) \tag{4}$$

відповідно. Оскільки ж у складних випадках позначення формул (3), (4) можуть стати доволі громіздкими, ми й надалі допускатимемо позначення виду (1), (2) в якості скорочень для строгих формул виду (3), (4) (див. далі формули (5), (6)). Слід тільки завжди пам'ятати, що це лише скорочення.

Відношення та властивість. У логіці предикатів поняття або категорія відношення є базовою, вихідною. Відношення (з ними початково ототожнюються предикати) позначаються великими курсивними латинськими літерами, переважно 'F', 'G', 'H' або 'P', 'R', 'S' із додаванням або ні індексу (напр., 'F_1'), арності (місності, кількості валентностей, напр., '$F^{(n)}$', '$G_i^{(m)}$') та самих валентностей відношення (в дужках або без, напр., 'Px', '$R^{(2)}(x, y)$', '$S_1^{(n)}(x_1, ..., x_n)$'; про валентності див. попередню статтю циклу). При цьому існує систематична плутанина, коли в однаковий спосіб позначають і самі відношення як теоретичні об'єкти, і висловлювання та висловлювальні (пропозиційні) форми, котрі кажуть про те, що конкретне відношення має місце в конкретному контексті. Оскільки ж перше завжди слід відрізняти від другого, ми введемо це розрізнення на рівні символіки: при позначенні самих відношень завжди вказуватимемо їхню арність: '$A^{(0)}$', '$F^{(1)}$', '$R_i^{(n)}(u_1, ..., u_n)$', – а при позначенні висловлювань та пропозиційних функцій арність, навпаки, не писатимемо: 'A', '$F(x)$', '$R(u_1, ..., u_n)$' тощо (пор. зі схожим розрізненням позначень для функцій та значень функцій у попередньому пункті).

У логіці функцій поняття відношення, предиката є похідним. Воно не є базовим тому, що змістовне ядро будь-якого відношення (яке ми отримаємо, якщо забрати у відношення його арність та його валентності) не є чистим змістом (content), але складається зі *змістовної* (contensive) та *логічної* частин. А саме, з точки зору логіки функцій, *всяке відношення є представленням деякою функцією*. Читач може легко зрозуміти це положення на прикладах. Ми переважно виражаємо наші висловлювання у реченнях природних мов. Висловлювання ж і речення завжди мають форму відношень, кажуть про те, що деяке відношення має місце між деякими об'єктами або для деяких/всіх об'єктів. Розглянемо граматично прості речення. Переважна частина цих речень має у своєму корпусі підмет, а можливо й цілу групу підмета (існують навіть мови, напр., англійська, в яких взагалі всі прості речення мають підмет). Група ж підмета (відповідно, її смисл) якраз позначає (відповідно, відображає, осмислює) один із тих об'єктів, про відношення між якими каже дане речення (відповідно, висловлювання), і тим вирізняє цей об'єкт серед усіх інших згаданих/позначених у даному висловлюванні/реченні об'єктів. Тим самим, якщо речення має форму $R(a_1, ..., a_n)$, тобто, каже, що між об'єктами $a_1, ..., a_n$ має місце відношення $R^{(n)}$, і група підмета або підмет у цьому реченні – це a_1, то можна сказати, що дане речення каже про те, що даний об'єкт a_1 є значенням деякої такої функції (в узагальненому сенсі логіки функцій) $f^{(n-1)}$ на аргументах $a_2, ..., a_n$, що має місце еквіваленція

$$R(a_1, ..., a_n) \leftrightarrow a_1 \approx f(a_2, \ldots, a_n). \quad (5)$$

Наприклад, якщо наше речення: «Австралія більша за Гренландію», то його можна записати у вигляді '$R(a, b)$', а можна – у вигляді '$a \approx f(b)$', де 'a' – «Австралія», 'b' – «Гренландія», а позначення відношення '$R^{(2)}$' і функції '$f^{(1)}$' однаково передають ідею більшої площі або буття більшим за розміром. Це і означає, що відношення $R^{(2)}$ в даному прикладі є представленням функцією (являє собою представлення функцією) $f^{(1)}$ – що можна умовно зобразити як співвідношення $...R^{(2)}... \equiv ...\approx f^{(1)}...$, або, в загальному випадку, як співвідношення $...R^{(n)}... \equiv ...\approx f^{(n-1)}...$. Це пояснює наступну термінологію: в еквіваленції (5) функція $f^{(n-1)}$ є (змістовним) *ядром* відношення $R^{(n)}$, також $f^{(n-1)}$ *формує* відношення $R^{(n)}$, є *формівною функцією* відношення $R^{(n)}$.

Аналог групи підмета є і в більшості математичних рівнянь, де таку роль відіграє позначення шуканої величини; значення функції в рівнянні є окремим підметом. Формули представлення логіки функцій (див. попередню статтю даного циклу) є узагальненням математичних рівнянь і нерівностей. Водночас вони дають можливість прийняти ще й наступну розв'язнісну точку зору на еквіваленцію (5): можна сказати, що, знайшовши для даного відношення $R^{(n)}$ таку функцію $f^{(n-1)}$, що має місце (5), ми тим самим *розв'язуємо* відношення $R^{(n)}$ *відносно* (*стосовно*, *щодо*) тієї його *валентності*, яка вказує на значення функції $f^{(n-1)}$ (порівняйте неявне та явне задання функцій у математиці, після чого підставте замість неявного задання предикат і ототожніть його з відношенням, тобто, приберіть прирівнювання до істини). Історично, це була саме та постановка питання, яка привела автора даних рядків до відкриття логіки функцій.

Еквіваленція (5) визначає, як на практиці здійснюється перехід від логіки предикатів до логіки функцій. Очевидно, що такий перехід завжди можна здійснити, оскільки в будь-якому відношенні можна вибрати будь-яку валентність і розв'язати відношення стосовно неї. Таке розв'язання можна навіть брати за означення функції, яка в ньому з'являється, – або, навпаки, за означення відношення, якщо ми починаємо з функції та хочемо перейти від логіки функцій до логіки предикатів. Історично, Ґотлоб Фреґе був буквально за два кроки від відкриття розв'язання відношень (5), що відображено в тексті його «Поняттєпису» (Begriffsschrift). Він відзначив приклади зі зміною активного граматичного стану на пасивний [10, с. 69–70] та, безперечно, регулярно мав справу з математичними прикладами на зразок $(x = y - z) \leftrightarrow (y = x + z)$; і ті, і другі узагальнено описуються як зміна підмета в реченні. Залишалося лише усвідомити, що тут ідеться про зміну виділеного аргумента у відношенні та відповідну зміну функції у складі відношення (відношення виду $y = f(x)$ Фреґе відкрив і пізніше писав про них [10, с. 164–165]), після чого дійти необхідності узагальнити рівність до представлення (що цілком можна було зробити на прикладі квадратного кореня [10, с. 164]). На жаль, Фреґе прямим текстом відмовився робити навіть перший із цих кроків [10, с. 81], тому розв'язання (5) та логіка функцій залишалися непоміченими аж до другої половини 90-х років XX ст., коли їх відкрив автор даних рядків.

Властивості, з точки зору сучасної логіки, – це одномісні відношення. У силу ж еквіваленції (5), яка в цьому разі вироджується у формулу

$$R(a) \leftrightarrow a \approx f, \qquad (6)$$

всяка властивість – це представлення 0-місною функцією; докладніше див. у попередній статті циклу. Водночас, всяка властивість визначає деякий *різновид* (вид, сорт, тип і т. п.) об'єктів, що означає, що 0-місні функції не лише формують властивості як 1-місні відношення, а й *вказують* або в певному сенсі *визначають* різновиди об'єктів (в іншому сенсі, аніж вони визначають свої значення, але теж у сенсі інтуїтивно зрозумілому). В логіці функцій, на відміну від логіки предикатів, це виражається водночас і безпосередньо, і строго: ми називаємо предмети-значення всякої функції $f^{(0)}$ *f-предметами*. Це також повністю відповідає будові природних мов і розмовній практиці, оскільки ми постійно оперуємо не взагалі предметами (для чого у нас є невелика кількість слів на зразок «хто(сь)» і «що(сь)»), а саме *f*-предметами для конкретних $f^{(0)}$: множинами, атомами, галактиками, людьми, горобцями, книжками, законами, поняттями і т. д. і т. п. (Про те, як можна представляти окремі *f*-предмети *однозначно*, див. попередню статтю циклу, пункт «Функції вибору».)

Чи можна вважати формулювання «відношення – це представлення функцією» (та його символьне вираження «$...R^{(n)}... \equiv ...\approx f^{(n-1)}...$») означенням категорії відношення в логіці функцій? На думку автора, – так: наведене формулювання містить усі ознаки явного синтаксичного означення і повністю формалізується формулою (5). На практиці, однак, було виявлено, що логіки, які тільки починають знайомитися з логікою функцій, мають суттєві проблеми з розумінням цього означення. Видається, що ці проблеми зумовлені недостатнім засвоєнням поняття представлення, яке є основною складовою обговорюваного означення.

Множина (клас) та підмножина (підклас). Терміни «множина» і «клас» у загальнологічному контексті є рівнозначними. Відмінність між ними суто історична: філософи раніше користувалися словом «клас», а математики, починаючи з Кантора, перейшли на термін «множина». Інших відмінностей між ними, доки ми не почали обговорювати екзотичні теоретико-множинні теорії, немає. Тому ми вживаємо слова «множина» і «клас» як взаємозамінні (абсолютні) синоніми.

У теорії множин поняття (категорія) множини є вихідною, первинною. Математики приймають неявну характеризацію поняття множини, дану Кантором у словах: «Під “множиною” ми розуміємо з’єднання в деяке ціле M певних добре розрізненних предметів m нашого споглядання або нашого мислення (котрі будуть називатися “елементами” множини M). У знаках ми виражаємо це так: $M = \{m\}$» [11, с. 173]. Такий опис цілком зрозумілий, проте має певну теоретичну ваду, а саме: на практиці ми можемо оперувати лише скінченною кількістю об’єктів, тож для того, щоб поняття множини можна було застосовувати до випадку нескінченних зібрань об’єктів – тобто, до загального теоретичного випадку, – слід якось навчитися представляти одразу нескінченну кількість предметів, щоб ми були впевнені, що здатні охопити будь-яку їхню кількість, зокрема й нескінченну. У попередній статті даного циклу описувалася загальна теорія представлення, яка якраз дає відповідь на описане утруднення у своєму пункті (ii), який каже, що предмет може бути представлений функцією без аргументів незалежно від інших предметів та будь-яких функцій з аргументами [6, с. 51]. Або, в інших термінах: предмет може бути представлений будь-якою своєю властивістю [8, с. 196]. Звичайно, це буде неоднозначне представлення; однак, якщо ми зберемо (або просто уявимо взятими) разом усі предмети, які мають деяку властивість $R^{(1)}$, або, що те саме, є значеннями деякої функції $f^{(0)}$ такої, що має місце еквіваленція (6), то тим самим ми однозначно представимо множину всіх предметів, які мають дану властивість $R^{(1)}$ / є значеннями даної функції $f^{(0)}$.

Такий підхід, за якого множини однозначно представляються через властивості, був відкритий Фреґе і має назву *(фреґевського) принципа абстракції*. У логіці предикатів він зображається не дуже зручно і не безпосередньо, оскільки потребує введення поняття оператора абстракції (а це вже не вихідна і зовсім не просто описувана категорія логіки); в результаті, всяка канторівська множина M, представлена через властивість $R^{(1)}$, позначається знаковою конструкцією на кшталт '$\hat{u}\,R\,(u)$', де 'u' – зв'язана змінна, а дашок над нею позначає оператор абстракції. У логіці функцій принцип абстракції і формулюється значно елегантніше, і позначається безпосередньо. Формулювання:

ПРИНЦИП АБСТРАКЦІЇ. а) *Множина – це завжди множина f-об'єктів для деякої функції* $f^{(0)}$; б) *множина f-об'єктів – це всі f-об'єкти, взяті разом*.

Оскільки f-об'єкти – це значення функції $f^{(0)}$, множина f-об'єктів позначається як '$\{(f^{(0)})\}$', що буквально є символізацією тексту «множина [фігурні дужки] значень [круглі дужки] функції $f^{(0)}$» і природно скорочується до '$\{f\}$'. Це повністю узгоджується з теоретико-множинними позначеннями, але водночас дає більш чітке розуміння (у Кантора у фігурних дужках стоїть умовний значок, тоді як у позначеннях логіки функцій ми бачимо змістовний знак – позначення 0-місної функції).

Пункт а) у складі принципа абстракції є теоретичним положенням (яке каже, що інших множин не існує), тоді як пункт б), власне, задає розуміння терміна «множина» і є – як за повнотою надаваного розуміння, так і суто за формою – доволі близьким до означення. Однак, через вживання слова «разом» означенням у строгому сенсі він не є, а є лише описом, характеризацією (бо слова «разом» та «взяті разом» саме і формують інтуїцію множини як цілісності, одиничного об'єкта).

Таким чином, у логіці поняття множини, на відміну від теорії множин, є похідним: його можна сконструювати з більш фундаментальних логічних понять функції та значення функції за допомогою фреґевського принципа абстракції. І це не все: у цьому питанні логіка може нам сказати ще дещо важливе, чого не видно з позицій теорії множин. Ідеться про слово «всі» у формулюванні пункту б) принципа абстракції. Як відомо, це слово позначає цілком конкретний логічний оператор, а саме, квантор загальності (або універсальний квантор). Це означає одразу дві речі: по-перше, поняття множини є кванторним (а не елементарним, як обговорене вище поняття відношення); по-друге, можна ввести підпорядковане йому поняття, в якому замість квантора загальності вжито або частковий квантор, або квантор існування (залежить від обраної семантики). В останньому випадку отримаємо формулювання «(хоча б) деякі f-об'єкти, взяті разом», яке з очевидністю описуватиме всяку непорожню підмножину множини $\{f\}$ всіх f-об'єктів. Оскільки ж дескрипція «(хоча б) деякі f-об'єкти, взяті разом» невизначена, адже однаково описує будь-яку з непорожніх підмножин множини $\{f\}$, до неї слід застосувати функцію вибору (символіку див. у [12] і [13]; у природних мовах такі індексовані індексами вибору підмножини позначаються словами та словосполученнями, що стоять у граматичній множині: «люди», «хмари» тощо).

Традиційне поняття підмножини може бути описане в логіці функцій наступним чином:

ТВЕРДЖЕННЯ. *Яка б не була функція $f^{(0)}$, всяка підмножина множини $\{f\}$ або порожня, або є множиною (хоча б) деяких f-об'єктів.*

Доведення тривіальне.

Отже, у даній статті циклу були проаналізовані похідні логістичні категорії логіки функцій. Було встановлено, що відношення (або, що те саме, предикат логіки предикатів за найпоширенішого трактування) є означуваною категорією, яка означується безпосередньо через вихідні категорії представлення та функції, а категорія множини або класу є неозначуваною, хоча й похідною категорією, яка описується через вихідну категорію функції, похідні категорії значення функції і квантора та додаткову інтуїцію одиничності, завершеності (насиченості) або цілісності (тотальності), яка об'єднує множини з предметами та послідовностями, протиставляючи їх функціям та відношенням, котрі мають валентності або значення і тому (за винятком 0-місних відношень) насиченими не є. Було показано, що категорія множини є кванторною, а тому припускає введення додаткової похідної неозначуваної логістичної категорії непорожньої підмножини.

Як засвідчує проведений аналіз, логіка функцій, заснована на ультрафреґевській металогіці, є універсальною системою логіки, в якій ефективно і природно описуються всі досі відомі категорії як логіки, так і теорії множин. Металогічний аналіз навіть здатен виправляти загальноматематичну символіку, як це має місце з чорчівським позначенням для значень функцій. У подальших публікаціях ми покажемо, як у логіці функцій можна будувати формальні системи та їхні інтерпретації, котрі покриватимуть всі потреби логіки і даватимуть можливість формалізувати ту частину теорії множин, яка не виходить за рамки логіки.

За межами даної статті лишилася тільки одна важлива похідна логічна категорія: *графік функції та відношення*. Її аналіз буде здійснено в наступних публікаціях.

ЛІТЕРАТУРА

1. Фреге Г. *Избранные работы* / пер. с нем. Москва : Дом интеллектуальной книги, Русское феноменологическое общество, 1997. 160 с.
2. Srzednicki Jan T. J., Rickey V. F. and Czelakowski J., eds. *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*. Lancaster: The Hague (Boston), Ossolineum : Wrocłav, 1984. 262 p.
3. Чёрч А. *Введение в математическую логику*. Т. 1 / пер. с англ. Москва : Изд-во иностранной литературы, 1960. 486 с.
4. Кохан Я. Непомічена металогічна дисципліна. *Філософські діалоги*, 2009. Вип. 1. С. 325–340.
5. Кохан Я. О. Символічна логіка: повернення до витоків. Функціональний погляд на світ. *Практична філософія*. 2006. № 1. С. 240–244.
6. Кохан Я. О. Символічна логіка: повернення до витоків. Стаття II. Базові категорії. *Вісник Національного юридичного університету імені Ярослава Мудрого. Серія: Філософія, філософія права, політологія, соціологія*. 2020. № 4(47). С. 47–57.

7. Kokhan Y. Semantic presuppositions in logical syntax. *Journal of Applied Non-Classical Logics*. 2012. No. 22 (1–2). P. 41–55. DOI: https://doi.org/10.1080/11663081.2012.682437.
8. Кохан Я. О. Теоретичний апарат логічної семантики в математичних та емпіричних дисциплінах. *Теорія смислу в гуманітарних дослідженнях та інтенсіональні моделі в точних науках* / ред. М. В. Поповича. Киї в: Наукова думка, 2012. С. 188–220.
9. Church A. *The Calculi of Lambda-Conversion*. Princeton : Princeton University Press; London : Humphrey Milford Oxford University Press, 1941. ii + 82 p.
10. Фреге Г. *Логика и логическая семантика: Сборник трудов* / пер. с нем. Москва : Аспект Пресс, 2000. 512 с.
11. Кантор Г. *Труды по теории множеств* / пер. с нем. Москва : Наука, 1985. 431 с.
12. Кохан Я. О. Виражальні можливості формальних мов (Частина III). *Мова і культура*. Вип. 22, Т. V (200). Київ : Видавничий дім Дмитра Бураго, 2020. С. 201–206.
13. Кохан Я. О. Про можливості формалізації природних мов. *Теоретичні та прикладні аспекти побудови програмних систем: матеріали XIII Міжнародної науково-практичної конференції* (5–9 грудня 2016 року). Київ, 2016. С. 137–142.

REFERENCES

Frege, G. (1997). *Selected Papers* (trans. from German) Moskva: Dom intellektual'noj knigi, Russkoe fenomenologicheskoe obshhestvo. [In Russian].

Srzednicki, Jan T. J., Rickey, V. F., Czelakowski, J. (eds.) (1984). *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*. Lancaster: The Hague (Boston), Ossolineum: Wrocłav.

Church, A. (1960). *Introduction to Mathematical Logic*. V. 1. Moscou: Izd-vo inostrannoj literatury. [In Russian].

Kokhan, Y. (2009). Unnoticed Metalogical Discipline. *Filosofski dialohy (Philosophical Dialogs)*, 1, 325–340. [In Ukrainian].

Kokhan, Y. O. (2006). Symbolic Logic: Return to the Origins. Functional View of the World. *Praktychna filosofiia (Practical Philosophy), 1,* 240-244. [In Ukrainian].

Kokhan, Y. O. (2020). Symbolic Logic: Return to the Origins. Paper II. Basic Categories. *Visnyk Natsional'noho yurydychnoho universytetu imeni Yaroslava Mudroho. Seriya: Filosofiya, filosofiya prava, politolohiya, sotsiolohiya (The Bulletin of Yaroslav Mudryi National Law University. Series: Philosophy, philosophies of law, political science, sociology.)*, 4 (47), 47-57. [In Ukrainian].

Kokhan, Y. (2012). Semantic presuppositions in logical syntax. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, *22(1-2),* 41-55. DOI: https://doi.org/10.1080/11663081.2012.682437.

Kokhan, Y. O. (2012). Theoretical Machinery of Logical Semantics in Mathematical and Empiric Disciplines. In: *Sense Theory in Humanitarian Researches and Intensional Models in Exact Sciences*. (M. V. Popovych, Ed.). Kyiv: Naukova dumka, 188-220. [In Ukrainian].

Church, A. (1941). *The Calculi of Lambda-Conversion.* Princeton: Princeton University Press, London: Humphrey Milford Oxford University Press.

Frege, G. (2000). Logic and Logical Semantics: Assembly of Works (trans. from German). Moscow: Aspekt Press. [In Russian].

Cantor, G. (1985). *Work on Set Theory.* Moscow: Nauka. [In Russian].

Kokhan, Y. O. (2020). Expressive Capabilities of the Formal Languages (Part III). *Mova i kultura (Language and Culture)*, 22, V (200). Kyiv: Vydavnychyi dim Dmytra Buraho, 201-206. [In Ukrainian].

Kokhan, Y. O. (2016). On the Possibilities for the Formalization of Natural Languages. In: *Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development:* proceedings of the XIII International Scientific and Practical Conference. Kyiv, 137-142. [In Ukrainian].

Yaroslav Kokhan
Candidate of Philosophical Sciences, Junior Researcher at the Department of Logic and Sciense Methodology of the H. S. Skovoroda Institute of Philosophy of the NAS of Ukraine; Kyiv, Ukraine; e-mail: yarkaen@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8958-772X

Symbolic logic: return to the origins. Paper III. Derivative logistic categories

Abstract
The paper is the Part III of the large research, dedicated to both revision of the system of basic logical categories and generalization of modern predicate logic to functional logic. We determinate and contrapose modern fregean logistics and proposed by the author ultrafregean logistics, next we descibe values and arguments of functions, arguments of relations, relations themselves, sets (classes) and subsets (subclasses) as derivative categories (concepts) of ultrafregean logistics. Logictics is a part of metalogic, independent of semantics. Fregean logictics is a metalogical theory, based on the quadruple <particular (individual), predicate, equality, sequence>; it generates predicate logic. Ultrafregean logictics is based on the quadruple <particular (individual), function, representation, sequence>, where the notion a function is a generalization of the notion of a predicate and the notion of representation is a generalization of the notion of equality; this logictics generates functional logic. For the completely correct denotation of the functional values we need the chorchian symbolics with parenthesis. Predicates are usually identified with relations. A relation is the derived and even definable category of ultrafregean logictics. Namely, relations are representations by functions (of one of their arguments). We show that Frege could realy establish this definition and the notion (category) of representation but, unfortunately, rejected this course of thought. Next, we show that every n-ary relation can be solved for some its argument via some (n-1)-ary function. A set, or class, is a derived and not definable category of ultrafregean logictics. The universal way to introduce the sets is Frege's abstraction principle. We formulate this principle for functional logic and show that the notion of a set is a quantified notion, so there is the dual existential notion of a nonempty subset, involved by the same abstraction principle.

***Keywords**: logistics, categories, function, relation, set, class, subset, subclass.*