

# АЛГОРИТМ СИНТЕЗУ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ОСІ ОБЕРТАННЯ ВАЛА АЕРОСТАТИЧНОЇ ШПИНДЕЛЬНОЇ ОПОРИ



А.І. Чашін, докт. техн. наук,  
В.В. Науменко

**Аналіз проблеми.** Нині до виготовлення особливо точних виробів оптики, при якому похибки обчислюються одиницями сотих часток мікрометра ставляться дуже високі вимоги, які сучасні верстати, сконструйовані за технологіями ковзання, кочення, аеростатики, гідродинаміки, забезпечити не можуть [1; 2; 3].

Отже, необхідно розробити такі способи й пристрої для конструювання суперпрецизійних верстатів, які відповідали б сучасним вимогам точнісних характеристик.

**Рішення проблеми.** Розроблено суперпрецизійну аеростатичну шпиндельну опору, оснащену пристроями інформаційного керу-

вання формотворної системи [4], яка надає можливість вирішити поставлену проблему. Аеродинамічна шпиндельна опора має бути абсолютно жорстка й оснащена пристроями радіальної й осьової стабілізації для сприйняття динамічних навантажень без зміщення осі вала обертання опори [5]. На рис. 1 зображена суперпрецизійна аеростатична опора, що включає в себе радіальну аеростатичну опору 1 із двома лініями наддуву, радіальні положення осі обертання вала 2, який стабілізується щодо обраного незміщеного положення. Датчики 3 величини зазору забезпечують ємнісні виміри величин зазорів 4 між основами цих датчиків, поверхнею вала 2 [8]. Вони вста-

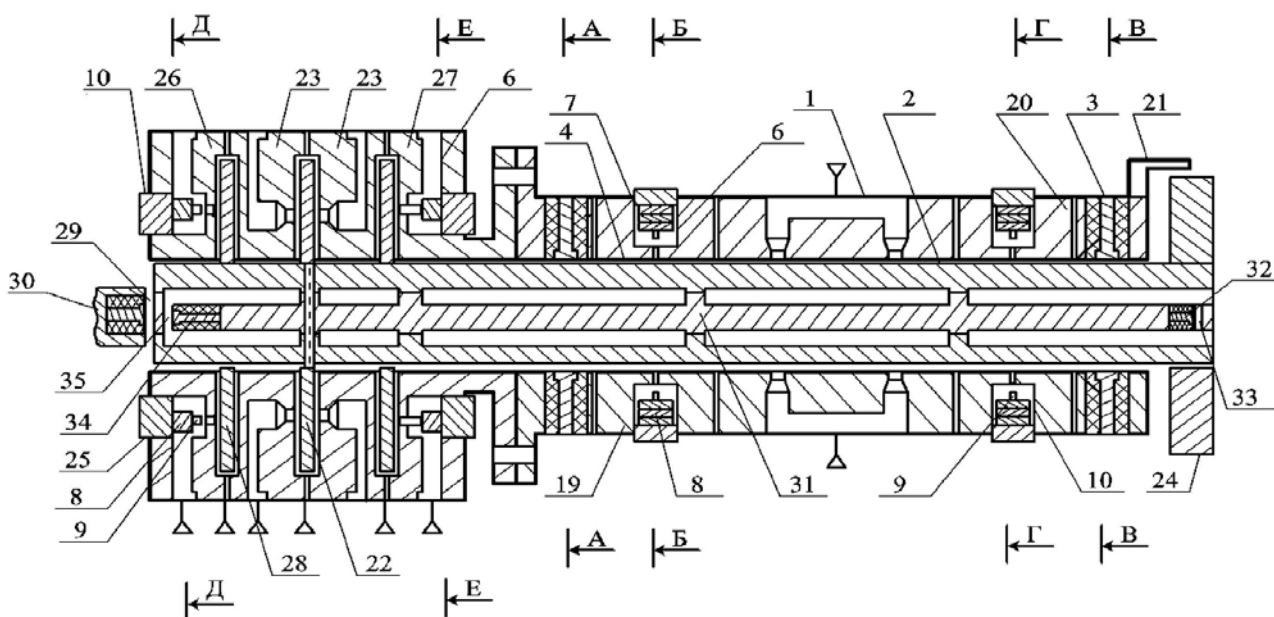


Рис. 1. Суперпрецизійна аеростатична шпиндельна опора

новлені в перетинах по А-А і Б-Б корпуса 5 опори. У кожному перетині по осях систем координат  $X^A O^A Y^A$ ,  $X_1^A O_1^A Y_1^A$ , і  $X^B O^B Y^B$ ,  $X_1^B O_1^B Y_1^B$  у даному прикладі конструювання пристрою встановлено по вісім датчиків вимірювання величин зазорів. Вектори сил компенсації радіального динамічного навантаження на вал аеростатичної шпиндельної опори формуються в базових системах координат  $X^A O^A Y^A$  і  $X^B O^B Y^B$ .

У перетинах по Б-Б і Г-Г опори розміщено регулятор 10 тиску газу, який включає в себе жиклер 6 подачі газу в камеру 7 наддуву, де встановлено п'єзоелектричний двигун 8 з регулювальною голкою 9 жиклера подачі газу. Аеростатична шпиндельна опора оснащена вимірювачем 21 кута повороту вала. Вузлові положення величин зазорів (рис. 2) у базовій системі координат  $XOY$  відповідно дорівнюють:  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 315^\circ$ ,  $\alpha = 270^\circ$ ,  $\alpha = 225^\circ$ ,  $\alpha = 180^\circ$ ,  $\alpha = 135^\circ$ .

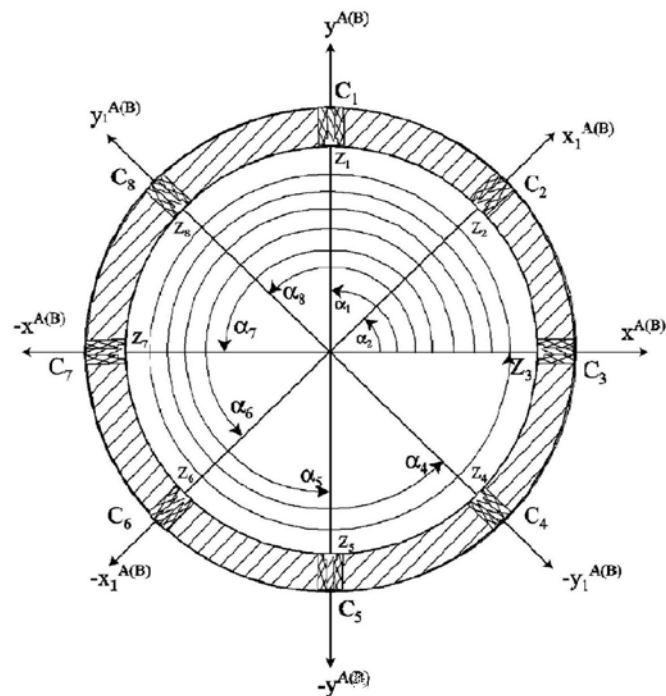


Рис. 2. Кутове положення датчиків величин зазорів

При певних допущеннях за допомогою двох датчиків, наприклад  $C_1$  і  $C_3$ , установлених на різних осях системи координат  $XOY$ , можуть бути визначені координати осі обертання вала опори. Нехай вал змістився під впливом радіального динамічного навантаження з точки 0 у точку 1, а величина зазорів під датчиками  $C_1$  і  $C_3$  стали рівними  $Z_1$  і  $Z_3$  відповідно. Тоді координати  $X_1$  і  $Y_1$  зміщеної осі обертання вала визначаються із системи рівнянь (у системі координат  $XOY$ ) [ 6 ].

$$(C_1 l)^2 = (X_{C_1} - X_l)^2 + (Y_{C_1} - Y_l)^2 \quad (1)$$

$$(C_3 l)^2 = (X_{C_3} - X_l)^2 + (Y_{C_3} - Y_l)^2,$$

де  $X_{C_1} = 0$ ;  
 $Y_{C_1}, X_{C_3}, Y_{C_3} = 0$  – координати датчиків  $C_1$  і  $C_3$  в системі координат  $XOY$ .  $C_1 l = R + Z_1$ ,  $C_3 l = R + Z_2$ , – відстань між основами датчиків  $C_1$  і  $C_3$  і зміщеною віссю обертання вала (рис. 3).

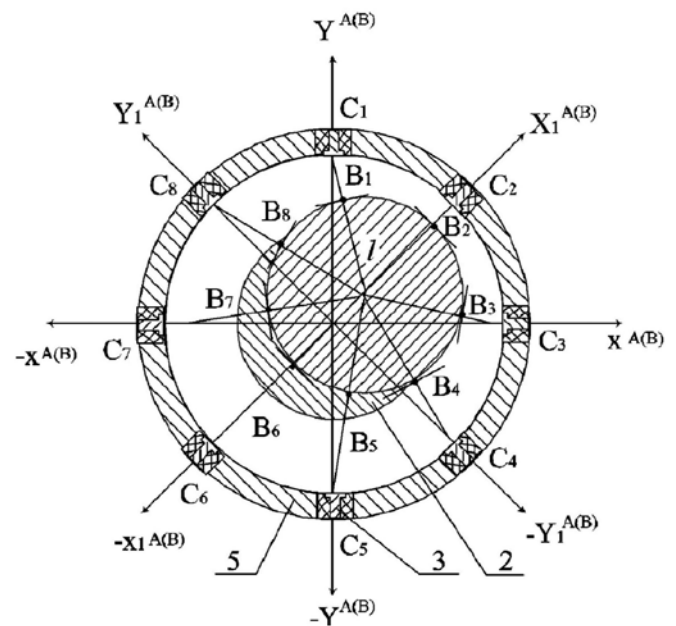


Рис. 3. Визначення координат осі обертання вала суперпрецизійної аеростатичної шпиндельної опори за вимірами величин зазорів під датчиками величин зазорів

Під час складання системи (1) передбачалося, що вал виготовлено без похибок, тобто кожний перетин вала шпindelьної опори площинами установки датчиків  $C_1 - C_8$  є колом. Реально вал не вдається виготовити з некруглістю менше 5–10 мкм, впливом якої на точність виміру координат осі обертання вала не можна зневажити.

За вимірами  $N$  датчиків, установлених по осях  $S$  систем координат ( $N = 49$ ), може бути складено  $(C_N^2 - 2S)$  систем рівнянь виду (1). У нашому випадку при вісьмох датчиках таких систем буде 24.

Синтез алгоритму системи рівнянь для обчислення координат осі обертання вала аеростатичної шпindelьної опори

1. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_1$  і  $C_2$ . Як впливає з рис. 2, відстань  $C_1l$  між центром основи датчика  $C_1$  і точкою  $l$  на осі обертання

вала, що проходить через центр кола, радіус  $R$  якого дорівнює малій півосі  $b$  еліпса, що наближає (рис. 4), у системі координат  $XOY$  визначається з виразу:

$$(C_1l)^2 = (X_{C_1} - X_l)^2 + (Y_{C_1} - Y_l)^2. \quad (2)$$

Відстань  $C_2l$  між центром основи датчика  $C_2$  і точкою  $l$  в системі координат  $X_1O_1Y_1$  визначається з виразу:

$$(C_2l)^2 = (X_{(1)C_2} - X_{(1)l})^2 + (Y_{(1)C_2} - Y_{(1)l})^2. \quad (3)$$

В (2) і (3)  $X_{C_1} = 0$ ;  $Y_{(1)C_2} = 0$ ;  $Y_{C_1}$ ,  $X_{(1)C_2}$  – координати датчиків  $C_1$  і  $C_2$  не рівні 0;  $C_1l = R + Z_{1\text{скор.}}(\varphi)$ ;  $C_2l = R + Z_{2\text{скор.}}(\varphi)$ ;  $Z_{1\text{скор.}}(\varphi)$  і  $Z_{2\text{скор.}}(\varphi)$  – скориговані значення величин зазорів  $Z_1(\varphi)$  і  $Z_2(\varphi)$  під датчиками  $C_1$  і  $C_2$  на куті  $\varphi$  повороту вала, рівні відстаням від центрів основ датчиків  $C_1$  і  $C_2$  до кола радіуса  $R$ , центр якого суміщений із центром наближаючого еліпса, причому,

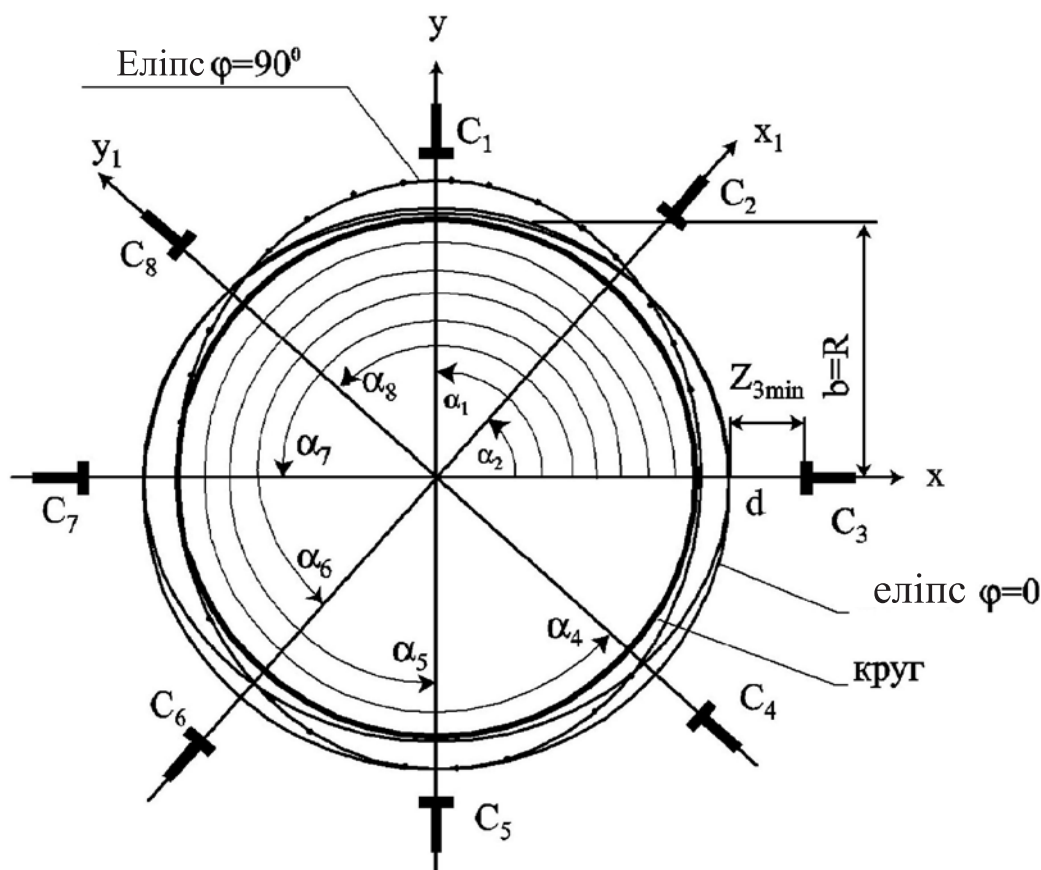


Рис. 4. Визначення параметрів еліпса, наближаючого перетин вала суперпрецизійної шпindelьної опори площиною установки датчиків величин зазорів

$$\begin{aligned} Z_{1\text{скоп.}}(\varphi) &= Z_1(\varphi) + [\Xi_1(\varphi) - C]; \\ Z_{2\text{скоп.}}(\varphi) &= Z_2(\varphi) + [\Xi_2(\varphi) - C]. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут  $Z_1(\varphi)$  – величина зазору під датчиком  $C_1$  на куті  $\varphi$  повороту вала;  $\Xi_1(\varphi)$  – величина полярного радіуса наближаючого еліпса в напрямі  $C_1$  датчика на куті  $\varphi$  повороту вала;  $Z_2(\varphi)$  – величина зазору під  $C_2$  датчиком на куті  $\varphi$  повороту вала;  $\Xi_2(\varphi)$  – величина полярного радіуса наближаючого еліпса в напрямі  $C_2$  датчика на куті  $\varphi$  повороту вала.

З урахуванням (4) система рівнянь для обчислення координат  $[X_l, Y_l]$  осі обертання вала, складена з (2) і (3), набирає вигляду:

$$\begin{aligned} (R + Z_{1\text{скоп.}})^2 &= X_l^2 + Y_l^2 - 2Y_{C_1} Y_l + Y_l^2, \quad (5) \\ (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 &= X_{(1)C_2}^2 - 2X_{(1)C_2} X_{(1)l} + X_{(1)l}^2 - 2Y_{(1)C_2} Y_{(1)l} + Y_{(1)l}^2. \end{aligned}$$

Зобразимо друге рівняння системи (5) у системі координат  $XOY$ :

$$\begin{aligned} (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 &= \left( X_{(1)C_2} \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - 2X_{(1)C_2} \frac{\sqrt{2}}{2} X_l + X_l^2 + \\ &+ \left( X_{(1)C_2} \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - 2X_{(1)C_2} \frac{\sqrt{2}}{2} Y_l + Y_l^2 = \\ &= X_{(1)C_2}^2 - \sqrt{2} \cdot X_{(1)C_2} X_l - \sqrt{2} X_{(1)C_2} Y_l + X_l^2 + Y_l^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Система (5) – це рівняння другого степеня з двома невідомими. Відповідно до методу віднімання

$$\begin{aligned} (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2 &= \\ &= -\sqrt{2} X_{(1)C_2} X_l + (2Y_{C_1} - \sqrt{2} X_{(1)C_2}) Y_l + (X_{(1)C_2}^2 - Y_{C_1}^2). \end{aligned} \quad (7)$$

Звідси

$$\begin{aligned} X_l &= \frac{(R + Z_{2\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2 - X_{(1)C_2}^2 + Y_{C_1}^2}{-\sqrt{2} X_{(1)C_2}} + \\ &+ \frac{2Y_{C_1} - \sqrt{2} X_{(1)C_2}}{\sqrt{2} X_{(1)C_2}} Y_l. \end{aligned} \quad (8)$$

Вираз (8) зобразимо у вигляді:

$$X_l = k + q Y_l.$$

Підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (5), одержимо рівняння для обчислення коор-

динати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$(q^2 + 1) Y_l^2 = [2kq - 2Y_{C_1}] Y_l + [Y_{C_1}^2 + k^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2] = 0. \quad (9)$$

Корінь  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  з (9) підставляються у (8). Одержуємо  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$ . Алгоритм відбору пари координат  $[X_l^{(1)}, Y_l^{(1)}]$  або  $[X_l^{(2)}, Y_l^{(2)}]$ , відповідним істинним координатам осі обертання розглянуто в [7].

Системи рівнянь для обчислення координат осі обертання вала шпindelної опори за допомогою датчиків  $C_1$ – $C_8$  складаються за тією ж схемою, що й для датчиків  $C_1$  і  $C_2$  і будуть наведені без пояснень.

*2. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_2$  і  $C_3$ .*

У системі координат  $X_1O_1Y_1$  для датчика  $C_2$

$$(C_2 l)^2 = (X_{(1)C_2} - X_{(1)l})^2 + (Y_{(1)C_2} - Y_{(1)l})^2. \quad (10)$$

У системі координат  $XOY$  для датчика  $C_3$

$$(C_3 l)^2 = (X_{C_3} - X_l)^2 + (Y_{C_3} - Y_l)^2. \quad (11)$$

Тут  $Y_{(1)C_2} = 0$ ;  $Y_{C_3} = 0$ ;  $C_2 l = R + Z_{2\text{скоп.}}$ ;

$$C_3 l = R + Z_{3\text{скоп.}}; X_{(1)C_2}, \quad (12)$$

$X_{C_3}$  – координати датчиків  $C_2$  і  $C_3$ , що не дорівнюють 0.

З урахуванням (12) система рівнянь, складена з (10) і (11), набирає вигляду:

$$\begin{aligned} (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 &= X_{(1)C_2}^2 - 2X_{(1)C_2} X_{(1)l} + X_{(1)l}^2 + \\ &+ Y_{(1)C_2}^2 - 2Y_{(1)C_2} Y_{(1)l} + Y_{(1)l}^2; \end{aligned}$$

$$(R + Z_{3\text{скоп.}})^2 = X_{C_3}^2 - 2X_{C_3} X_l + X_l^2 + Y_l^2. \quad (13)$$

Перше рівняння системи (13) збігається з другим рівнянням системи (5) і в системі координат  $XOY$  має вигляд:

$$\begin{aligned} (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 &= X_{(1)C_2}^2 - \sqrt{2} X_{(1)C_2} X_l - \\ &- \sqrt{2} X_{(1)C_2} Y_l + X_l^2 + Y_l^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Відповідно до методу віднімання:

$$\begin{aligned} (R + Z_{3\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 &= (\sqrt{2} X_{(1)C_2} - 2X_{C_3}) \times \\ &\times X_l + \sqrt{2} X_{(1)C_2} Y_l + X_{C_3}^2 - X_{(1)C_2}^2. \end{aligned}$$



Звідси

$$X_l = \frac{(R + Z_{3\text{скор.}})^2 - (R + Z_{2\text{скор.}})^2 + X_{(1)C_2}^2 - X_{C_3}^2}{\sqrt{2}X_{(1)C_2} - 2X_{C_3}} + \frac{\sqrt{2}X_{(1)C_2}}{2X_{C_3} - \sqrt{2}X_{(1)C_2}} Y_l. \quad (15)$$

Вираз (15) зобразимо у вигляді  $X_l = k + qY_l$ . Підставивши  $X_l$  у друге рівняння системи (13), одержимо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$(q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - 2X_{C_3})Y_l + [X_{C_3}^2 + k^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2] = 0. \quad (16)$$

Корені  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  рівняння (16) підставляються в (15), і обчислюються координати  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  осі обертання вала.

3. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_3$  і  $C_4$ . У системі координат  $XOY$  для датчика  $C_3$

$$(C_3l)^2 = (X_{C_3} - X_l)^2 + (Y_{C_3} - Y_l)^2, \quad (17)$$

а в системі координат  $X_1O_1Y_1$  для датчика  $C_4$

$$(C_4l)^2 = (X_{(1)C_4} - X_{(1)l})^2 + (Y_{(1)C_4} - Y_{(1)l})^2. \quad (18)$$

Тут  $Y_{C_3} = 0$ ;  $X_{(1)C_4} = 0$ ;  $X_{C_3}$ ,  $-Y_{(1)C_4}$  — координати датчиків  $C_3$  і  $C_4$ , не рівні 0;

$$C_3l = R + Z_{3\text{скор.}}; C_4l = R + Z_{4\text{скор.}}. \quad (19)$$

З урахуванням виразу (19) рівняння з (17) і (18) набирають вигляду:

$$\begin{aligned} (R + Z_{3\text{скор.}})^2 &= X_{C_3}^2 - 2X_{C_3}X_l + X_l^2 + Y_l^2; \\ (R + Z_{4\text{скор.}})^2 &= X_{(1)C_4}^2 - 2X_{(1)C_4}X_{(1)l} + \\ &+ X_{(1)l}^2 + Y_{(1)C_4}^2 - 2Y_{(1)C_4}Y_{(1)l} + Y_{(1)l}^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Друге рівняння системи (20) зобразимо в системі координат  $XOY$ :

$$(R + Z_{4\text{скор.}})^2 = Y_{(1)C_4}^2 + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}Y_l + X_l^2 + Y_l^2 \quad (21)$$

Відповідно до методу віднімання:

$$\begin{aligned} &(R + Z_{4\text{скор.}})^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2 = \\ &= (2 \cdot X_{C_3} + \sqrt{2}Y_{(1)C_4})X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}Y_l + Y_{(1)C_4}^2 - X_{C_3}^2. \end{aligned}$$

Звідси

$$Y_l = \frac{(R + Z_{4\text{скор.}})^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2 + X_{C_3}^2 - Y_{(1)C_4}^2}{-\sqrt{2}Y_{(1)C_4}} - \frac{2X_{C_3} + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}}{-\sqrt{2}Y_{(1)C_4}} X_l. \quad (22)$$

Вираз (22) зобразимо у вигляді  $Y_l = k - qX_l$ , підставивши  $Y_l$  у перше рівняння системи (17), одержимо рівняння для обчислення координати  $X_l$  осі обертання вала:

$$(R + Z_3)^2 = (q^2 + 1)X_l^2 - (2X_{C_3} + 2kq)X_l + (X_{C_3}^2 + k^2)$$

або

$$\begin{aligned} &(q^2 + 1)X_l^2 - (2X_{C_3} + 2kq)X_l + \\ &+ [X_{C_3}^2 + k^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2] = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Підставивши корінь  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  у (23) і (22), одержимо координати  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  осі обертання вала.

4. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_4$  і  $C_5$ . У системі координат  $X_1O_1Y_1$  для датчика  $C_4$

$$(C_4l)^2 = (X_{(1)C_4} - X_{(1)l})^2 + (Y_{(1)C_4} - Y_{(1)l})^2,$$

а в системі координат  $XOY$  для датчика  $C_5$

$$(C_5l)^2 = (X_{C_5} - X_l)^2 + (Y_{C_5} - Y_l)^2.$$

Тут  $X_{(1)C_4} = 0$ ;  $X_{C_5} = 0$ ;  $-Y_{(1)C_4}$ ,  $-Y_{C_5}$  — координати датчиків  $C_4$  і  $C_5$ , не рівні 0;

$$C_4l = R + Z; C_5l = R + Z_{5\text{скор.}}. \quad (24)$$

З урахуванням (24) система рівнянь набуває вигляду:

$$\begin{aligned} &(R + Z_{4\text{скор.}})^2 = X_{(1)C_4}^2 - 2X_{(1)C_4}X_{(1)l} + \\ &+ X_{(1)l}^2 + Y_{(1)l}^2 - 2Y_{(1)C_4}Y_{(1)l} + Y_{(1)l}^2; \\ &(R + Z_{5\text{скор.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_5}^2 - 2Y_lY_{C_5} + Y_l^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Перше рівняння системи (25) збігається з другим рівнянням системи рівнянь для датчиків  $C_3$  і  $C_4$  і в системі координат  $XOY$  має вигляд:

$$(R + Z_{4\text{скор.}})^2 = Y_{(1)C_4}^2 + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}Y_l + X_l^2 + Y_l^2. \quad (26)$$

Відповідно до методу віднімання одержуємо

$$(R + Z_{4\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 = -\sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l + (2Y_{C_5} - \sqrt{2}Y_{(1)C_4})Y_l + Y_{(1)C_4}^2 - Y_{C_5}^2.$$

Звідки

$$X_l = \frac{(R + Z_{4\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 - Y_{(1)C_4}^2 + Y_{C_5}^2}{\sqrt{2}Y_{(1)C_4}} + \frac{2Y_{C_5} - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}}{-\sqrt{2}Y_{(1)C_4}}Y_l. \quad (27)$$

Вираз (27) зображується у вигляді

$X_l = k + qY_l$ . Підставивши  $X_l$  у друге рівняння системи (25), одержимо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$(R + Z_{5\text{скор.}})^2 = (q^2 + 1)Y_l^2 + (2Y_{C_5} + 2kq)Y_l + (Y_{C_5}^2 + k^2)$$

Звідси

$$(q^2 + 1)Y_l^2 + (-2Y_{C_5} + 2kq)Y_l + [Y_{C_5}^2 + k^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2] = 0. \quad (28)$$

Підставивши корінь  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  із (28) у (27), одержимо координати  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  осі обертання вала.

5. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_5$  і  $C_6$ . У системі координат  $XOY$  для датчика  $C_5$

$$(C_5l)^2 = (X_{C_5} - X_l)^2 + (Y_{C_5} - Y_l)^2. \quad (29)$$

У системі координат  $X_lO_lY_l$  для датчика  $C_6$

$$(C_6l)^2 = (X_{(1)C_6} - X_{(1)l})^2 + (Y_{C_6} - Y_{(1)l})^2. \quad (30)$$

Тут  $X_{C_5} = 0$ ;  $Y_{(1)C_6} = 0$ ;  $-Y_{C_5}$ ,  $-X_{(1)C_6}$  – координати датчиків  $C_5$  і  $C_6$  не рівні 0;

$$C_5l = R + Z_{5\text{скор.}}; C_6l = R + Z_{6\text{скор.}}. \quad (31)$$

З урахуванням (31) система рівнянь із (29) і (30) має вигляд:

$$(R + Z_{5\text{скор.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_5}^2 + 2Y_{C_5}Y_l + Y_l^2; \quad (32)$$

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 = X_{(1)C_6}^2 - 2X_{(1)C_6}X_{(1)l} + X_{(1)l}^2 + Y_{(1)C_6}^2 - 2Y_{(1)C_6}Y_l + Y_{(1)l}^2$$

Друге рівняння системи (32) у системі координат  $XOY$  набирає вигляду:

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 = -\sqrt{2}X_{(1)C_6}X_l - \sqrt{2}X_{(1)C_6}Y_l + X_{(1)C_6}^2 + X_l^2 + Y_l^2. \quad (33)$$

Відповідно до методу віднімання

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 = -\sqrt{2}X_{(1)C_6}X_l + (2Y_{C_5} - \sqrt{2}X_{(1)C_6})Y_l + X_{(1)C_6}^2 - Y_{C_5}^2.$$

Звідси

$$X_l = \frac{(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 - X_{(1)C_6}^2 + Y_{C_5}^2}{-\sqrt{2}X_{(1)C_6}} - \frac{2Y_{C_5} - \sqrt{2}X_{(1)C_6}}{-\sqrt{2}X_{(1)C_6}}Y_l. \quad (34)$$

Вираз (34) зображується у вигляді  $X_l = k - qY_l$ . Підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (32), отримуємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$(R + Z_{5\text{скор.}})^2 = (q^2 + 1)Y_l^2 + (2Y_{C_5} - 2kq)Y_l + (Y_{C_5}^2 + k^2)$$

або

$$(q^2 + 1)Y_l^2 - (2Y_{C_5} + 2kq)Y_l + [Y_{C_5}^2 + k^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2] = 0. \quad (35)$$

Підставивши корінь  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  з (35) в (34), одержимо координати  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  осі обертання вала.

6. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_6$  і  $C_7$ .

У системі координат  $X_1O_1Y_1$  для датчика  $C_6$

$$(C_6\ell)^2 = (X_{(1)C_6} - X_{(1)l})^2 + (Y_{(1)C_6} - Y_{(1)l})^2. \quad (36)$$

У системі координат  $XOY$  для датчика  $C_7$

$$(C_7l)^2 = (X_{C_7} - X_l)^2 + (Y_{C_7} - Y_l)^2. \quad (37)$$

Тут  $Y_{(1)C_6} = 0$ ;  $Y_{C_7} = 0$ ;  $-X_{C_6}$  і  $-X_{C_7}$  – координати датчиків  $C_6$  і  $C_7$ , не рівні 0;

$$Z_{6\text{скор.}}; C_7l = R + Z_{7\text{скор.}} \quad (38)$$

З урахуванням (38) система рівнянь із (36) і (37) набирає вигляду:

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 = X_{(1)C_6}^2 - 2X_{(1)C_6}X_{(1)l} + X_{(1)l}^2 + Y_{(1)C_6}^2 - 2Y_{(1)C_6}Y_{(1)l} + Y_{(1)l}^2;$$

$$(R + Z_{7\text{скор.}})^2 = X_{C_7}^2 - 2X_{C_7}X_l + Y_l^2 + X_l^2. \quad (39)$$

Перше рівняння системи (39) у системі координат  $XOY$  набирає вигляду:

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 = -\sqrt{2}X_{(1)C_6}X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_6}Y_l + X_{(1)C_6}^2 + Y_l^2 + X_l^2. \quad (40)$$

Відповідно до методу віднімання

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2 = (-\sqrt{2}X_{(1)C_6} + 2X_{C_7})X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_6}Y_l + X_{(1)C_6}^2 + Y_{(1)C_6}^2 - X_{C_7}^2.$$

Звідси

$$Y_l = \frac{(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2 - X_{(1)C_6}^2 + X_{C_7}^2}{-\sqrt{2}Y_{(1)C_6}} - \frac{-\sqrt{2}X_{(1)C_6} + 2X_{C_7}}{-\sqrt{2}Y_{(1)C_6}} X_l. \quad (41)$$

Вираз (41) зображується у вигляді  $y_l = k - qx_l$ . Підставивши  $Y_l$  у друге рівняння системи (39), одержимо рівняння для обчислення координати  $X_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)X_l^2 - (2X_{C_7} + 2kq)X_l + [X_{C_7}^2 + k^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2] = 0$$

Підставивши корінь  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  у (41), одержимо координати  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  осі обертання вала.

7. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_7$  і  $C_8$ .

У системі координат  $XOY$  для датчика  $C_7$

$$(C_7l)^2 = (X_{C_7} - X_l)^2 + (Y_{C_7} - Y_l)^2. \quad (42)$$

У системі координат  $X_1O_1Y_1$  для датчика  $C_8$

$$(C_8l)^2 = (X_{(1)C_8} - X_{(1)l})^2 + (Y_{(1)C_8} - Y_{(1)l})^2. \quad (43)$$

Тут  $Y_{C_7} = 0$ ;  $X_{(1)C_8} = 0$ ;  $-X_{C_7}$  і  $Y_{(1)C_8}$  – координати датчиків  $C_7$  і  $C_8$ , не рівні 0;

$$C_7l = R + Z_{7\text{скор.}}; C_8l = R + Z_{8\text{скор.}}. \quad (43 \text{ а})$$

З обліком (44) система рівнянь із (42) і (43) має вигляд:

$$(R + Z_{7\text{скор.}})^2 = X_{C_7}^2 - 2X_{C_7}X_l + X_l^2 + Y_l^2; \quad (44)$$

$$(R + Z_{8\text{скор.}})^2 = X_{(1)C_8}^2 - 2X_{(1)C_8}X_{(1)l} + X_{(1)l}^2 + Y_{(1)C_8}^2 - 2Y_{(1)C_8}Y_{(1)l} + Y_{(1)l}^2. \quad (45)$$

Друге рівняння системи (45) у системі координат  $XOY$  набирає вигляду:

$$(R + Z_{8\text{скор.}})^2 = \sqrt{2}X_{(1)C_8}X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_8}Y_l + Y_{(1)C_8}^2 + X_l^2 + Y_l^2. \quad (46)$$

Відповідно до методу вирахування:

$$(R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2 = (-2X_{C_7} + \sqrt{2}X_{(1)C_8})X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_8}Y_l + Y_{(1)C_8}^2 - X_{C_7}^2.$$

Звідси

$$Y_l = \frac{(R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2 - Y_{(1)C_8}^2 + X_{C_7}^2}{-\sqrt{2}Y_{(1)C_8}} + \frac{2X_{C_7} + \sqrt{2}Y_{(1)C_8}}{\sqrt{2}Y_{(1)C_8}} X_l. \quad (47)$$

Вираз (47) зображується у вигляді  $Y_l = k + qX_l$ . Підставивши  $Y_l$  в перше рівняння системи (45), одержимо рівняння для обчислення координати  $X_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)^2 + (-2X_{C_7} + 2kq)X_l + [X_{C_7}^2 + k^2 - (R + Z_{7\text{скоп.}})^2] = 0.$$

Підставивши корінь  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  у (47), одержимо координати  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  осі обертання вала.

8. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_8$  і  $C_1$ .

У системі координат  $XOY$  для датчика  $C_1$

$$(C_1l)^2 = (X_{C_1} - X_l)^2 + (Y_{C_1} - Y_l)^2. \quad (48)$$

У системі координат  $X_lO_lY_l$  для датчика  $C_8$

$$(C_8l)^2 = (X_{(1)C_8} - X_l)^2 + (Y_{(1)C_8} - Y_l)^2. \quad (49)$$

Тут  $X_{C_1} = 0$ ;  $X_{(1)C_8} = 0$ ;  $Y_{C_1}$  і  $Y_{(1)C_8}$  – координати датчиків  $C_1$  і  $C_8$ , не рівні 0;

$$C_1l = R + Z_{1\text{скоп.}}, \quad C_8l = R + Z_{8\text{скоп.}}$$

Система рівнянь із (48) і (49) має вигляд:

$$(R + Z_{1\text{скоп.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_1}^2 - 2Y_{C_1}Y_l + Y_l^2, \quad (50)$$

$$(R + Z_{8\text{скоп.}})^2 = X_{(1)C_8}^2 - 2X_{(1)C_8}X_l + X_{(1)l}^2 + Y_{(1)C_8}^2 - 2Y_{(1)C_8}Y_l + Y_{(1)l}^2.$$

Друге рівняння системи (50) у системі координат  $XOY$  має вигляд:

$$(R + Z_{8\text{скоп.}})^2 = \sqrt{2}Y_{(1)C_8}X_l - 2Y_{(1)C_8}Y_l + Y_{(1)C_8}^2 + X_l^2 + Y_l^2. \quad (51)$$

Відповідно до методу вирахування:

$$(R + Z_{8\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2 = \sqrt{2}Y_{(1)C_8}X_l + (2Y_{C_1} - \sqrt{2}Y_{(1)C_8})Y_l + Y_{(1)C_8}^2 - Y_{C_1}^2.$$

Звідси

$$X_l = \frac{(R + Z_{8\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2 - Y_{(1)C_8}^2 + Y_{C_1}^2}{\sqrt{2}Y_{(1)C_8}} - \frac{2Y_{C_1} - \sqrt{2}Y_{(1)C_8}}{\sqrt{2}Y_{(1)C_8}} Y_l. \quad (52)$$

Вираз (52) зображується у вигляді  $X_l = k - qY_l$ . Підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (50), одержимо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)Y_l^2 - (2Y_{C_1} + 2kq)Y_l + [Y_{C_1}^2 + k^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2] = 0.$$

Для обчислення координат  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  осі обертання вала корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (52).

9. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_2$  і  $C_4$ :

$$(R + Z_{2\text{скоп.}})^2 = X_{(1)C_2}^2 - \sqrt{2}X_{(1)C_2}X_l - \sqrt{2}X_{(1)C_2}Y_l + X_l^2 + Y_l^2, \quad (53)$$

$$(R + Z_{4\text{скоп.}})^2 = Y_{(1)C_4}^2 + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}Y_l + X_l^2 + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування, одержимо

$$(R + Z_{2\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{4\text{скоп.}})^2 = (-\sqrt{2}X_{(1)C_2} - \sqrt{2}Y_{(1)C_4})X_l + (-\sqrt{2}X_{(1)C_2} + \sqrt{2}Y_{(1)C_4})Y_l + X_{(1)C_2}^2 - Y_{(1)C_4}^2.$$

Звідси

$$X_l = \frac{(R + Z_{2\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{4\text{скоп.}})^2 - X_{(1)C_2}^2 + Y_{(1)C_4}^2}{-\sqrt{2}X_{(1)C_2} + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}} + \frac{X_{(1)C_2} + Y_{(1)C_4}}{-X_{(1)C_2} + Y_{(1)C_4}} Y_l. \quad (54)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння (53), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:



$$(q^2 + 1) Y_l^2 - (\sqrt{2} X_{(1)C_2} q + \sqrt{2} X_{(1)C_2} - 2kq) Y_l + [X_{(1)C_2}^2 + k^2 - (R + Z_{2\text{скор.}})^2 - \sqrt{2} X_{(1)C_2} k] = 0. \quad (55)$$

Для обчислення координат  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  осі обертання вала корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (54).

10. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_3$  і  $C_5$ :

$$(R + Z_{3\text{скор.}})^2 = X_l^2 + X_{C_3}^2 - \sqrt{2} X_{C_3} X_l + Y_l^2, \quad (56)$$

$$(R + Z_{5\text{скор.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_5}^2 - \sqrt{2} Y_{C_5} Y_l + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування, маємо

$$(R + Z_{5\text{скор.}})^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2 = 2X_{C_3} X_l - 2Y_{C_5} Y_l + Y_{C_5}^2 - X_{C_3}^2.$$

Звідси

$$X_l = \frac{(R + Z_{5\text{скор.}})^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2 + X_{C_3}^2 - Y_{C_5}^2}{2X_{C_3}} + \frac{Y_{C_5}}{X_{C_3}} Y_l. \quad (56 \text{ a})$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у друге рівняння системи (55), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1) Y_l^2 + (-2Y_{C_5} + 2kq) Y_l + [k^2 + Y_{C_5}^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2] = 0. \quad (57)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (56).

11. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_4$  і  $C_6$ :

$$(R + Z_{4\text{скор.}})^2 = Y_{(1)C_4}^2 + \sqrt{2} Y_{(1)C_4} X_l - \sqrt{2} Y_{(1)C_4} Y_l + X_l^2 + Y_l^2; \\ (R + Z_{6\text{скор.}})^2 = -\sqrt{2} X_{(1)C_6} X_l - \sqrt{2} X_{(1)C_6} Y_l + X_{(1)C_6}^2 + X_l^2 + Y_l^2. \quad (58)$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{4\text{скор.}})^2 = (-\sqrt{2} X_{(1)C_6} - \sqrt{2} Y_{(1)C_4}) X_l +$$

$$+ (-\sqrt{2} X_{(1)C_6} + \sqrt{2} Y_{(1)C_4}) Y_l + X_{(1)C_6}^2 - Y_{(1)C_4}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{4\text{скор.}})^2 - X_{(1)C_6}^2 + Y_{(1)C_4}^2}{-(\sqrt{2} X_{(1)C_6} + \sqrt{2} Y_{(1)C_4})} + \frac{-X_{(1)C_6} + Y_{(1)C_4}}{X_{(1)C_6} + Y_{(1)C_4}} Y_l. \quad (59)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (58), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1) Y_l^2 + (\sqrt{2} Y_{(1)C_4} + 2kq - \sqrt{2} Y_{(1)C_4} q) Y_l + (-\sqrt{2} Y_{(1)C_4} k + Y_{(1)C_4}^2 + k^2 - (R + Z_{4\text{скор.}})^2) = 0. \quad (60)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (59).

12. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_5$  і  $C_7$ :

$$(R + Z_{5\text{скор.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_5}^2 - 2Y_{C_5} Y_l + Y_l^2; \quad (61)$$

$$(R + Z_{7\text{скор.}})^2 = X_{C_7}^2 - 2X_{C_7} X_l + X_l^2 + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{7\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 = -2X_{C_7} X_l + 2Y_{C_5} Y_l + X_{C_7}^2 - Y_{C_5}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{7\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 - X_{C_7}^2 + Y_{C_5}^2}{-2X_{C_7}} + \frac{Y_{C_5}}{X_{C_7}} Y_l. \quad (62)$$

Позначивши  $X_l = qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (61), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1) Y_l^2 + (-2Y_{C_5} + 2kq) Y_l + [k^2 + Y_{C_5}^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2] = 0. \quad (63)$$

Для обчислення  $X_{\ell}^{(1)}$  і  $X_{\ell}^{(2)}$  корені  $Y_{\ell}^{(1)}$  і  $Y_{\ell}^{(2)}$  підставляються в (62).

13. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_6$  і  $C_8$ :

$$\begin{aligned} (R + Z_{6\text{скор.}})^2 &= -\sqrt{2}X_{(1)C_6}X_l - \\ &- \sqrt{2}X_{(1)C_6}Y_l + X_{(1)C_6}^2 + X_l^2 + Y_l^2; \\ (R + Z_{8\text{скор.}})^2 &= \sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l - \\ &- \sqrt{2}Y_{(1)C_8}Y_l + Y_{(1)C_8}^2 + X_l^2 + Y_l^2. \end{aligned} \quad (64)$$

Застосувавши метод вирахування

$$\begin{aligned} (R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{6\text{скор.}})^2 &= (\sqrt{2}Y_{(1)C_8} + \sqrt{2}X_{(1)C_6})X_l - \\ &- (\sqrt{2}Y_{(1)C_8} - \sqrt{2}X_{(1)C_6})Y_l + Y_{(1)C_8}^2 - X_{(1)C_6}^2, \end{aligned}$$

одержимо

$$\begin{aligned} X_l &= \frac{(R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{6\text{скор.}})^2 - Y_{(1)C_8}^2 + X_{(1)C_6}^2}{\sqrt{2}(Y_{(1)C_8} + X_{(1)C_6})} + \\ &+ \frac{Y_{(1)C_8} - X_{(1)C_6}}{Y_{(1)C_8} + X_{(1)C_6}}Y_l. \end{aligned} \quad (65)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (64), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$\begin{aligned} (q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - \sqrt{2}X_{(1)C_6} - \sqrt{2}X_{(1)C_6}q)Y_l + \\ + [k^2 - \sqrt{2}X_{(1)C_6}k + X_{(1)C_6}^2 - (R + Z_{6\text{скор.}})^2] = 0. \end{aligned}$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (65).

14. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_7$  і  $C_1$ :

$$\begin{aligned} (R + Z_{7\text{скор.}})^2 &= X_{C_7}^2 - 2X_{C_7}X_l + X_l^2 + Y_l^2; \\ (R + Z_{1\text{скор.}})^2 &= X_l^2 + Y_{C_1}^2 - 2Y_{C_1}Y_l + Y_l^2. \end{aligned} \quad (66)$$

Застосувавши метод вирахування

$$\begin{aligned} (R + Z_{7\text{скор.}})^2 - (R + Z_{1\text{скор.}})^2 &= \\ &= -2X_{C_7}X_l + 2Y_{C_1}Y_l + X_{C_7}^2 - Y_{C_1}^2, \end{aligned}$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{7\text{скор.}})^2 - (R + Z_{1\text{скор.}})^2 - X_{C_7}^2 + Y_{C_1}^2}{-X_{C_7}} + \frac{Y_{C_1}}{X_{C_7}}Y_l. \quad (67)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у друге рівняння системи (66), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$\begin{aligned} (q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - 2Y_{C_1})Y_l + \\ + [Y_{C_1}^2 + k^2 - (R + Z_{1\text{скор.}})^2] = 0. \end{aligned} \quad (68)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (67).

15. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_2$  і  $C_8$ :

$$\begin{aligned} (R + Z_{2\text{скор.}})^2 &= X_{(1)C_2}^2 - \sqrt{2}X_{(1)C_2}X_l - \\ &- \sqrt{2}X_{(1)C_2}Y_l + X_l^2 + Y_l^2; \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} (R + Z_{8\text{скор.}})^2 &= \sqrt{2}Y_{(1)C_8}X_l - \\ &- \sqrt{2}Y_{(1)C_8}Y_l + Y_{(1)C_8}^2 + X_l^2 + Y_l^2. \end{aligned}$$

Застосувавши метод вирахування

$$\begin{aligned} (R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{2\text{скор.}})^2 &= (\sqrt{2}Y_{(1)C_8} + \sqrt{2}X_{(1)C_2})X_l - \\ &- (\sqrt{2}Y_{(1)C_8} - \sqrt{2}X_{(1)C_2})Y_l + Y_{(1)C_8}^2 - X_{(1)C_2}^2, \end{aligned}$$

одержимо

$$\begin{aligned} X_l &= \frac{(R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{2\text{скор.}})^2 - Y_{(1)C_8}^2 + X_{(1)C_2}^2}{\sqrt{2}(Y_{(1)C_8} + X_{(1)C_2})} + \\ &+ \frac{Y_{(1)C_8} - X_{(1)C_2}}{Y_{(1)C_8} + X_{(1)C_2}}Y_l. \end{aligned} \quad (70)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (69), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$\begin{aligned} (q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - \sqrt{2}X_{(1)C_2})Y_l + \\ + [X_{(1)C_2}^2 - \sqrt{2}X_{(1)C_2}k - \sqrt{2}X_{(1)C_2} + k^2 - (R + Z_{2\text{скор.}})^2] = 0. \end{aligned} \quad (71)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (70).

16. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_1$  і  $C_4$ :

$$(R + Z_{1\text{скоп.}})^2 = Y_{C_1}^2 - 2Y_{C_1}Y_l + Y_l^2 + X_l^2; \quad (72)$$

$$(R + Z_{4\text{скоп.}})^2 = Y_{(1)C_4}^2 + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}Y_l + Y_l^2 + X_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{4\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2 =$$

$$= \sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l + (2Y_{C_1} - \sqrt{2}Y_{(1)C_4})Y_l + Y_{(1)C_4}^2 - Y_{C_1}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{4\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2 - Y_{(1)C_4}^2 + Y_{C_1}^2}{\sqrt{2}Y_{(1)C_4}} +$$

$$+ \frac{Y_{(1)C_4} - \sqrt{2}Y_{C_1}}{Y_{(1)C_4}}Y_l. \quad (73)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (72), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - 2Y_{C_1})Y_l +$$

$$+ [Y_{C_1}^2 + k^2 - (R + Z_{1\text{скоп.}})^2] = 0. \quad (74)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (73).

17. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_2$  і  $C_5$ :

$$(R + Z_{2\text{скоп.}})^2 = X_{(1)C}^2 - \sqrt{2}X_{(1)C_2}X_l -$$

$$- \sqrt{2}X_{(1)C_2}Y_l + X_l^2 + Y_l^2; \quad (75)$$

$$(R + Z_{5\text{скоп.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_5}^2 - 2Y_{C_5}Y_l + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{5\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 = \sqrt{2}X_{(1)C_2}X_l +$$

$$+ (\sqrt{2}X_{(1)C_2} - 2Y_{C_5})Y_l + Y_{C_5}^2 - X_{(1)C}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{5\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{2\text{скоп.}})^2 - Y_{C_5}^2 + X_{(1)C}^2}{\sqrt{2}X_{(1)C_2}} +$$

$$+ \frac{-2Y_{C_5} + \sqrt{2}X_{(1)C_2}}{-\sqrt{2}X_{(1)C_2}}Y_l. \quad (76)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у друге рівняння системи (75), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$(q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - 2Y_{C_5})Y_l +$$

$$+ [Y_{C_5}^2 + k^2 - (R + Z_{5\text{скоп.}})^2] = 0. \quad (77)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (76).

18. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_3$  і  $C_6$ :

$$(R + Z_{3\text{скоп.}})^2 = X_{C_3}^2 - 2X_{C_3}X_l + X_l^2 + Y_l^2;$$

$$(R + Z_{6\text{скоп.}})^2 = -\sqrt{2}X_{(1)C_6}X_l -$$

$$- \sqrt{2}X_{(1)C_6}Y_l + X_{(1)C_6} + X_l^2 + Y_l^2. \quad (78)$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{6\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{3\text{скоп.}})^2 = (2X_{C_3} - \sqrt{2}X_{(1)C_6})X_l -$$

$$- \sqrt{2}Y_{(1)C_6}Y_l + X_{(1)C_6}^2 - X_{C_3}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{6\text{скоп.}})^2 - (R + Z_{3\text{скоп.}})^2 - X_{(1)C_6}^2 + X_{C_3}^2}{2X_{C_3} - \sqrt{2}X_{(1)C_6}} -$$

$$- \frac{\sqrt{2}Y_{(1)C_6}}{2X_{C_3} - 2X_{(1)C_6}}Y_l. \quad (79)$$

Позначивши  $X_l = k - qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (78), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)^2Y_l^2 + (2kq - 2X_{C_3})Y_l +$$

$$+ [X_{C_3}^2 - 2X_{C_3}k + k^2 - (R + Z_{3\text{скоп.}})^2] = 0. \quad (80)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (79).

19. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_4$  і  $C_7$ :

$$(R + Z_{4\text{скор.}})^2 = Y_{(1)C_4}^2 + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}Y_l + X_l^2 + Y_l^2; \quad (81)$$

$$(R + Z_{7\text{скор.}})^2 = X_{C_7}^2 - 2X_{C_7}X_l + X_l^2 + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{1\text{скор.}})^2 - (R + Z_{4\text{скор.}})^2 = - \\ - (\sqrt{2}Y_{(1)C_4} + 2X_{C_7})X_l - \\ - \sqrt{2}Y_{(1)C_4}Y_l + X_{C_7}^2 - Y_{(1)C_4}^2,$$

одержимо

$$Y_l = \frac{(R + Z_{7\text{скор.}})^2 - (R + Z_{4\text{скор.}})^2 - X_{C_7}^2 + Y_{(1)C_4}^2}{-\sqrt{2}Y_{(1)C_4}} - \\ - \frac{2X_{C_7} + \sqrt{2}Y_{(1)C_4}}{\sqrt{2}Y_{(1)C_4}}X_l. \quad (82)$$

Позначивши  $Y_l = k + qX_l$  і підставивши  $Y_l$  у друге рівняння системи (81), маємо рівняння для обчислення координати  $X_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)X_l^2 - (2X_{C_7} - 2kq)X_l + \\ + [X_{C_7}^2 + k^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2] = 0. \quad (83)$$

Для обчислення  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  корені  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  підставляються у (82).

20. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_5$  і  $C_8$ :

$$(R + Z_{5\text{скор.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_5}^2 - 2Y_{C_5}Y_l + Y_l^2; \quad (84)$$

$$(R + Z_{8\text{скор.}})^2 = \sqrt{2}Y_{(1)C_8} - \sqrt{2}Y_{(1)C_8}Y_l + Y_{(1)C_8}^2 + X_l^2 + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 = \sqrt{2}Y_{(1)C_8}X_l -$$

$$- (\sqrt{2}Y_{(1)C_8} - 2Y_{C_5})Y_l + Y_{(1)C_8}^2 - Y_{C_5}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2 - Y_{(1)C_8}^2 + Y_{C_5}^2}{\sqrt{2}Y_{(1)C_8}} - \\ - \frac{-\sqrt{2}Y_{(1)C_8} + 2Y_{C_5}}{\sqrt{2}Y_{(1)C_8}}Y_l. \quad (85)$$

Позначивши  $X_l = k - qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (84), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$(q^2 + 1)Y_l^2 - (2Y_{C_5} + 2kq)Y_l + \\ + [Y_{C_5}^2 + k^2 - (R + Z_{5\text{скор.}})^2] = 0. \quad (86)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються у (85).

21. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_1$  і  $C_6$ :

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 = -\sqrt{2}X_{(1)C_6}X_l - \\ - \sqrt{2}X_{(1)C_6}Y_l + X_{(1)C_6}^2 + X_l^2 + Y_l^2; \quad (87)$$

$$(R + Z_{1\text{скор.}})^2 = X_l^2 + Y_{C_1}^2 - 2Y_{C_1}Y_l + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{1\text{скор.}})^2 = -\sqrt{2}X_{(1)C_6}X_l + \\ + (-\sqrt{2}X_{(1)C_6} + 2Y_{C_1})Y_l + X_{(1)C_6}^2 - Y_{C_1}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + Z_{6\text{скор.}})^2 - (R + Z_{1\text{скор.}})^2 - X_{(1)C_6}^2 + Y_{C_1}^2}{-\sqrt{2}X_{(1)C_6}} + \\ + \frac{-2Y_{C_1} + \sqrt{2}X_{(1)C_6}}{\sqrt{2}X_{(1)C_6}}Y_l. \quad (88)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у друге рівняння (87), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала:

$$(q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - 2Y_{C_1})Y_l + [Y_{C_1}^2 + k^2 - (R + Z_{1\text{скор.}})^2] = 0. \quad (89)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються у (88).

22. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_2$  і  $C_7$ :

$$(R + Z_{2\text{скор.}})^2 = X_{(1)C_2}^2 - \sqrt{2}X_{(1)C_2}X_l - \sqrt{2}X_{(1)C_2}Y_l + X_l^2 + Y_l^2, \quad (90)$$

$$(R + Z_{7\text{скор.}})^2 = X_{C_7}^2 - 2X_{C_7}X_l + X_l^2 + Y_l^2.$$

Застосувавши метод вирахування

$$(R + Z_{2\text{скор.}})^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2 = (2X_{C_7} - \sqrt{2}X_{(1)C_2}) \times X_l - \sqrt{2}X_{(1)C_2}Y_l + X_{(1)C_2}^2 - X_{C_7}^2,$$

одержимо

$$Y_l = \frac{(R + Z_{2\text{скор.}})^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2 - X_{(1)C_2}^2 + X_{C_7}^2}{-\sqrt{2}X_{(1)C_2}} + \frac{-X_{(1)C_2} + \sqrt{2}X_{C_7}}{X_{(1)C_2}} X_l. \quad (91)$$

Позначивши  $Y_l = k + qX_l$  і підставивши  $Y_l$  у друге рівняння системи (90), маємо рівняння для обчислення координати  $X_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)X_l^2 + (2kq - 2X_{C_7})X_l + [X_{C_7}^2 + k^2 - (R + Z_{7\text{скор.}})^2] = 0. \quad (92)$$

Для обчислення  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  корені  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  підставляються у (91).

23. Система рівнянь для обчислення координат осі обертання вала по датчиках  $C_3$  і  $C_8$ :

$$(R + Z_{3\text{скор.}})^2 = X_{C_3}^2 - 2X_{C_3}X_l + X_l^2 + Y_l^2; \quad (93)$$

$$(R + Z_{8\text{скор.}})^2 = \sqrt{2}Y_{(1)C_8} - \sqrt{2}Y_{(1)C_8}Y_l + X_{(1)C_8}^2 + X_l^2 + Y_l^2.$$

Застосувавши метод віднімання

$$(R + Z_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2 = (\sqrt{2}Y_{(1)C_8} + 2X_{C_3})X_l - \sqrt{2}Y_{(1)C_8}Y_l + X_{(1)C_8}^2 - X_{C_3}^2,$$

одержимо

$$X_l = \frac{(R + X_{8\text{скор.}})^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2 - Y_{(1)C_8}^2 + X_{C_3}^2}{\sqrt{2}Y_{(1)C_8} + 2X_{C_3}} + \frac{Y_{(1)C_8} \sqrt{2}}{\sqrt{2}Y_{(1)C_8} + 2X_{C_3}} Y_l. \quad (94)$$

Позначивши  $X_l = k + qY_l$  і підставивши  $X_l$  у перше рівняння системи (93), маємо рівняння для обчислення координати  $Y_l$  осі обертання вала

$$(q^2 + 1)Y_l^2 + (2kq - 2X_{C_3})Y_l + [X_{C_3}^2 + k^2 - (R + Z_{3\text{скор.}})^2] = 0. \quad (95)$$

Для обчислення  $X_l^{(1)}$  і  $X_l^{(2)}$  корені  $Y_l^{(1)}$  і  $Y_l^{(2)}$  підставляються в (94).

У результаті рішення  $C_N^2 - 2S$  систем рівнянь отримують надлишкову інформацію про положення осі обертання вала, що надає можливість одержати оцінку координат осі обертання за методом найменших квадратів: *найвірогіднішим значенням, яке можна одержати з вимірів однакової точності, є таке значення, для якого сума квадратів різниць цього значення й результатів вимірів є найменшою* [2]:

$$\sum_{i=1}^{C_N^2 - 2S} [(X(\varphi) - X_i(\varphi))^2 + (Y(\varphi) - Y_i(\varphi))^2] = \min. \quad (96)$$

Дорівнюючи нулю похідні від (96) по

$X$  і  $Y$ , маємо



$$\hat{X}(\varphi) = \frac{\sum_{i=1}^{C_N^2 - 2S} X_i(\varphi)}{C_N^2 - 2S}; \quad Y(\hat{\varphi}) = \frac{\sum_{i=1}^{C_N^2 - 2S} Y_i(\varphi)}{C_N^2 - 2S}, \quad (97)$$

де  $\hat{X}(\varphi)$  и  $\hat{Y}(\varphi)$  – оцінки координат осі обертання вала в базовій системі координат  $XOY$ . При цьому середня квадратична помилка методу найменших квадратів розраховується за формулою

$$\sigma_{\text{МКК}} = \frac{\sum_{i=1}^{C_N^2 - 2S} [\hat{X}(\varphi) - X_i(\varphi)]^2}{(C_N^2 - 2S) - 1} \quad (98)$$

і зменшується в разі збільшення числа  $N$  датчиків величин зазорів, використовуваних для обчислення координат осі обертання вала аеростатичної шпindel'ної опори.

Таким чином, існують два шляхи підвищення точності оцінки координат осі обертання:

- при заданій середньоквадратичній похибці  $\sigma$  вимірювачів величин зазорів збільшувати кількість датчиків, установлених по осях  $S > 2$  систем координат;
- при заданому числі датчиків величин зазорів зменшувати середньоквадратичну похибку  $\sigma$  вимірювачів.

Товщина газового мастильного шару аеростатичної шпindel'ної опори становить 10–30 мкм. Величини зазорів такого порядку можуть вимірятися [5] зі середньоквадратичною похибкою:

$$\sigma = 0,01 - 0,03 \text{ мкм.}$$

Точність вимірів величин зазорів також може бути істотно підвищена шляхом оцінки цих вимірів (у процесі стабілізації радіального положення осі обертання вала опори) регульованим фільтром Вінера-Колмогорова, що зменшує дисперсію похибки виміру в  $\sqrt{N}$  раз:

$$D_{\Delta_{\varphi}} = D_{\text{взм.}} / \sqrt{N},$$

де  $D_{\text{взм.}}$  – дисперсія похибки вимірювача величини зазору;

$N$  – величина інтервалу спостереження.

Надлишок інформації про положення осі

обертання надає можливість, застосувавши метод найменших квадратів, одержати точні оцінки координат осі обертання вала шпindel'ної опори.

*Визначення параметрів наближаючих еліпсів і координат датчиків величин зазорів. Корекція величин вимірюваних зазорів на величину некруглості вала.*

Параметри наближаючого еліпса перетину вала аеростатичної шпindel'ної опори площиною установки датчиків величин зазорів, визначаються за методикою [4], заснованою на вимірах величин зазорів вісьмома датчиками  $C_1 - C_8$ , установленими по осях систем координат  $XOY$  і  $X_1O_1Y_1$  зі сполученими початками й осями, поверненими відносно один одного на кут  $\pi/4$ .

### Висновки

Розроблені системи рівнянь забезпечують створення в комп'ютері пристрою стабілізації радіального положення осі обертання вала суперпрецизійної аеростатичної шпindel'ної опори [7], що дає змогу розраховувати інформаційні сигнали корекції для кожного з  $N$  регуляторів тиску газу. У такий спосіб пристрій стабілізації за допомогою інформаційних технологій стабільно втримує вісь обертання вала щодо обраного незміщеного положення [10]. Важливим моментом є те, що інформаційні технології, забезпечені математичним апаратом, зберігають постійну точність, що за потреби можна інформаційно корегувати [11].

### ЛІТЕРАТУРА

1. Пинегин С.В., Орлов А.В., Табачников Ю.Б. Прецизионные опоры качения и опоры с газовой смазкой. – М.: Машиностроение, 1984.
2. Шейнберг С.А. Опоры скольжения с газовой смазкой. – М.: Машиностроение, 1979.
3. Решетов Д.Н., Портман В.Т. Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986.
4. Пат. 70106 А Украина. Прецизионная шпindel'ная опора / Тарасов В.А., Зиненко В.Н.; опубл. 15.09.04, Бюл. №8.
5. Пат. 69126А Украина. Способ стабилизации ради-

ального положення осі вращення вала аэростатической шпиндельной опоры / Тарасов В.А., Зиненко В.Н.; опубл. 16.08.04, Бюл. №8.

6. Тарасов В.О. Технология і автоматизація способу вимірювання координат осі обертання вала аеростатичної шпиндельної опоры / В.О.Тарасов, І.О. Левін // Науково-технічна інформація. – 2011. – № 1(47). – С. 53–59.

7. Пат. 98995 Україна. Пристрій стабілізації радіального положення осі обертання вала радіальної аеростатичної опоры / Тарасов В.О., Левін І.О.; опубл. 10.07.12, Бюл. №13.

8. Гриневиц Б.Ф. Измерительные компенсационно-мостовые устройства с емкостными датчиками. – К.: Наук. Думка, 1987.

9. Тарасов В.О. Синтез пристрою інформаційної стабілізації радіального положення осі обертання вала суперпрецизійної шпиндельної опоры і алгоритми його керування / В.О. Тарасов, А.І. Чащін, В.В. Науменко // Наукова-технічна інформація. – 2013. – №3 (57). – С. 60–68.

10. Тарасов В.А. Технология устойчивости системы стабилизации радиального положения оси вращения вала суперпрецизионной аэростатической шпиндельной опоры К / В.А. Тарасов, В.Н. Зиненко, Ю.И. Бурляй // Автоматизація виробничих процесів. – 2004. – №2(19).

11. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта / Р.С. Гуттер, Б.В. Овчинский. – К.: Наука, 1970.



## Авіація і космос

### БЕЗПЛОТНИЙ ЛІТАЛЬНИЙ

#### АПАРАТ М-7 «НЕБЕСНИЙ ПАТРУЛЬ»

**Призначення.** Безпілотний літальний апарат (БЛА) М-7 «Небесний патруль» призначений для здійснення картографії і аерофотозйомки (М-7К), відеоспостереження в реальному часі (М-7Р).

**Сфера застосування** – авіація, геологія.

**Опис.** Крилатий двомоторний літальний апарат нормальної схеми з високо розташованим крилом. Для виготовлення застосовується технологія композитних матеріалів, використання яких забезпечує відносну простоту отримання серійних зразків, незалежність від виробників алюмінієвих сплавів, а також дотримання необхідних характеристик міцності, надійності й ваги. Особливість аеродинамічної схеми – крило, підняте над гондолю фюзеляжу на двох пілонах. Для доступу у відсік корисного навантаження передня верхня частина гондоли виконана зйомною у вигляді обтічника. У носовій частині гондоли є отвір для встановлення камери переднього огляду. Патент: U № 33977.

## ТРАНСФЕР ТЕХНОЛОГІЙ

**Переваги.** Удосконалено компоновальну схему, яка дає змогу збільшити межі огляду передньої півсфери, зменшити вібраційне навантаження на бортове обладнання, підвищити ефективність спостережних робіт у повітрі.

### Технічні характеристики

Розмах крила, м	4,0
Корисне навантаження, кг	до 25
Стартова маса БЛА, кг	до 100
Максимальна швидкість, км/год	192
Потужність двигунів, кВт	2 – 6
Тривалість польоту, год	5,0
Максимальна висота польоту, м	до 3000
Посадочна швидкість, км/год	63
Довжина в робочому стані, м	3,6
Висота з вертикальним оперенням, м	1,52
Спосіб старту	катапультний або шасі
Спосіб посадки	нормальний або парашутний
Максимальне віддалення в режимі ручного управління, км	1
Максимальне віддалення в автоматичному режимі, км	400
Час розгортання в робочий стан, ч.	0,5