

*Пуме Р.О.,
аспірант кафедри економічної теорії і кібернетики,
Одеський національний морський університет*
*Абгаи М.А.,
аспірант кафедри економічної теорії і кібернетики,
Одеський національний морський університет*

МАКСИМИЗАЦІЯ ПРИБЫЛИ ПРЕДПРИЯТИЯ ПУТЕМ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ СОТРУДНИКОВ И СИСТЕМЫ ОПЛАТЫ ТРУДА

Аннотация. Найдены уровень заработной платы сотрудника, максимизирующий прибыль предприятия, и система оплаты труда, обоюдовыгодная для сотрудника и предприятия.

Ключевые слова: функция полезности сотрудника, усилия сотрудника, максимизация прибыли, уровень заработной платы, «вилка» заработной платы.

Постановка проблемы. В условиях рыночной экономики основной целью предприятия является максимизация прибыли. Одним из основных факторов, от которых она зависит, является производительность труда сотрудников.

Уровень заработной платы сотрудников влияет на прибыль предприятия, как являясь составной частью расходов, так и оказывая прямое воздействие на производительность труда сотрудников.

Следовательно, для предприятия важно рассчитать и установить такой уровень заработной платы сотрудников и систему оплаты их труда, которые максимизируют его прибыль.

Анализ исследований и публикаций. Для построения экономико-математической модели, с помощью которой можно будет определить оптимальный для предприятия уровень заработной платы сотрудников, необходимо установить целевые функции предприятия и сотрудников. Целевой функцией предприятия обычно выступает максимизация прибыли, в то время как различные вариации функции полезности сотрудников описываются во множестве публикаций [1-4].

В [1] одним из вариантов функции полезности сотрудника является его заработная плата.

В [2] функция полезности сотрудника описывается как произведение суммы заработанных денег на вероятность получить это вознаграждение за труд.

В большинстве публикаций авторы сходятся в том, что функция полезности сотрудника не может сводиться к заработанному количеству денег. Поэтому в [3; 4] функция полезности сотрудника описывается как произведение количества полученных за трудовую деятельность денег на количество свободного времени, причем эти величины обратно пропорциональны.

Определение не решенных ранее аспектов общей проблемы. Во множестве работ были рассмотрены варианты, которые максимизировали прибыль предприятия, ухудшая при этом положение работника. Для исследования интересно найти вариант их обоюдовыгодного взаимодействия.

Цель статьи. Главной целью этой статьи является построение экономико-математической модели взаимоотношений предприятия и сотрудников, а также четкого (формального) описания ее для оптимизации действий предприятия и использования этой модели в дальнейших исследованиях.

Изложение основного материала. Рассмотрим взаимоотношения предприятия и сотрудников как процесс, в котором каждая из сторон ведет борьбу за реализацию своих интересов. Цель предприятия – получить максимальную прибыль от деятельности своих сотрудников, цель сотрудников – максимизировать свою индивидуальную функцию полезности. Для описания этого процесса построим экономико-математическую модель.

Однако прежде необходимо сделать уточнение. Как правило, кадровый состав предприятия можно разделить на:

- производственный персонал, который непосредственно производит продукцию либо оказывает услуги,
- вспомогательный персонал, который дает возможность производственному персоналу выполнять свои функции,
- административный персонал, который выполняет функции контроля и управления.

Хотя вспомогательный и административный персонал, безусловно, важны для функционирования предприятия, их вклад в общее дело зачастую практически невозможно посчитать количественно, в отличие от вклада сотрудников производственного сектора. Предлагаемая нами модель в большей степени описывает именно взаимодействие предприятия с сотрудниками производственного сектора.

Прибыль предприятия может быть представлена как разность его доходов и расходов. Для упрощения введем предположение о сепарабельности (труд каждого сотрудника не оказывает влияние на действия других сотрудников и не зависит от них). Тогда максимум прибыли предприятия от сотрудников в целом достигается максимизацией прибыли от каждого сотрудника в отдельности.

Доходы предприятия можно рассчитать по формуле (1)

$$D = p * Q(e), \quad (1)$$

где $Q(e)$ – некое количество товаров или услуг (в дальнейшем единиц продукции), которые произведет сотрудник;
 p – цена, по которой предприятие реализует продукцию;
 e – уровень усилий, который приложит сотрудник для производства продукции, $e \in [0; 1]$.

Расходы предприятия можно представить как:

$$C = aQ(e) + RQ(e) + B + L, \quad (2)$$

где a – ставка сотруднику за единицу продукции;
 R – затраты материалов на единицу продукции;
 B – оклад сотрудника (не зависит от количества произведенной продукции);
 L – удельные затраты на содержание рабочего места для одного сотрудника.

Тогда целевая функция имеет следующий вид:

$$F_p = D - C = (p - a - R)Q - B - L \rightarrow \max_{a, B}, \quad (3)$$

Предприятие будет стремиться установить уровень оплаты для каждого сотрудника так, чтобы максимизировать свою прибыль.

Как было сказано ранее, в [3; 4] функция полезности сотрудника описывается как произведение количества полученных за трудовую деятельность денег на количество свободного времени, причем эти величины обратно пропорциональны.

Минусом данного подхода является то, что в действительности сотрудник зачастую не может изменить продолжительность своего рабочего дня (а вместе с этим и размер своего свободного времени), а также то, что на самом деле результат трудовой деятельности сотрудника зависит не только лишь от продолжительности его рабочего дня.

Мы предлагаем представить целевую функцию сотрудника как произведение его свободных усилий (те, что не были потрачены на работу, далее – досуг) и свободных денег (его заработка за вычетом затрат на жизнь, далее – достаток).

$$F_c = (aQ(e) + B - G)(1 - e) \rightarrow \max_e,$$

где G – минимальные затраты сотрудника на жизнь.

Ключевой переменной в целевых функциях предприятия и сотрудника является показатель $Q(e)$ – то, сколько единиц продукции произвел сотрудник. В классических моделях теории контрактов [2] это описывается формулой (5):

$$Q = se + \varepsilon, \quad (4)$$

где s – уровень навыков сотрудника;

ε – случайная величина, которая отрицательно либо положительно скажется на результате деятельности сотрудника (опустим).

В данном виде функция будет верна только для тех сотрудников, кому равнозначны досуг и достаток. В реальности у каждого человека есть свои предпочтения касаясь этих благ. Учтем это и доработаем формулу.

$$F_c = (ase + B - G)^\tau * (1 - e)^\beta \rightarrow \max_e, \quad (5)$$

где τ – коэффициент эластичности по достатку;

β – коэффициент эластичности по досугу.

Сотрудник будет стремиться приложить столько усилий для производства продукции, чтобы максимизировать свою функцию полезности.

Найдем оптимальный уровень усилий сотрудника с учетом новых параметров. Для этого приравняем к нулю первую производную функции (5).

$$\begin{aligned} (F_c)_e' &= \tau as(ase + B - G)^{\tau-1} * (1 - e)^\beta - \beta (ase + B - G)^\tau * (1 - e)^{\beta-1} = \\ &= (ase + B - G)^\tau * (1 - e)^\beta * \left(\frac{\tau as}{(ase + B - G)} - \frac{\beta}{(1 - e)} \right) = 0. \end{aligned}$$

Если произведение равно нулю, то один или несколько его множителей равны нулю.

Первые две точки тривиальны – в них или достаток, или досуг равны нулю, это минимум функции. Рассмотрим третью точку:

$$\frac{\tau as}{(ase + B - G)} - \frac{\beta}{(1 - e)} = \frac{\tau as(1 - e) - \beta(ase + B - G)}{(ase + B - G) * (1 - e)} = 0.$$

Отсюда нулю равен числитель дроби.

$$ase(\tau + \beta) = \tau as - \beta(B - G).$$

Таким образом, оптимальные усилия равны:

$$e^* = \frac{\tau as - \beta(B - G)}{as(\tau + \beta)}.$$

После финальных сокращений выражение для оптимальных усилий сотрудника приобретает следующий вид:

$$e^* = \frac{\beta(G - B)}{(\tau + \beta)as} + \frac{\tau}{\tau + \beta}. \quad (6)$$

Из полученных результатов мы можем сделать следующие выводы:

1. Рост s, τ, B приводят к уменьшению e .

Хотя именно эти факторы увеличивают зарплату сотрудника, они приводят к снижению прикладываемых им усилий. Чем больше вырастет достаток сотрудника (при прочих равных), тем меньше усилий он будет вкладывать в работу. В полном соответствии с законом убывающей предельной полезности, с ростом достатка, досуг становится все более и более ценным для сотрудника. Поэтому материально обеспеченный сотрудник будет склонен работать меньше.

Отдельно следует отметить, что рост навыков сотрудника (s) – положительный фактор. Хотя он и снижает усилия сотрудника, но при этом им будет произведено больше продукции, чем если бы у него были худшие навыки. Опытному сотруднику нужно приложить меньше усилий, чтобы произвести больше, чем новичок.

$$Q = se = \frac{\beta(G - B)}{(\tau + \beta)a} + s * \frac{\tau}{\tau + \beta}.$$

То есть при росте навыка на 1ед. сотрудник начнет производить на $\frac{\tau}{\tau + \beta}$ больше единиц продукции.

Также мы видим, что фиксированный оклад (B) крайне отрицательно влияет на усилия сотрудника. Его рост приведет к тому, что сотрудник будет прикладывать минимальные усилия или даже не прикладывать их вообще (в реальной ситуации делать предписанный ему минимум).

Можно сделать вывод о том, что для предприятия целесообразно отказаться от фиксированной ставки там, где это возможно.

2. Рост G ведет к увеличению усилий, которые прикладывает сотрудник.

Сотрудник, у которого высокие затраты, будет вынужден вкладывать больше усилий в работу, чтобы увеличить свой достаток. Досуг для него становится менее ценным.

Предприятию целесообразно приветствовать увеличение трат сотрудника (например, предоставить ему кредит), так как это приведет к увеличению его производительности.

3. Предприятию следует привлекать к работе тех людей, для которых достаток важнее досуга. Такие сотрудники будут более продуктивны. Чем больше величина $(\tau - \beta)$, тем более продуктивен будет сотрудник.

Теперь, зная то, что фиксированный оклад B имеет исключительно негативное влияние на производительность сотрудника, предприятию имеет смысл приравнять этот оклад к нулю.

Данная модель подходит в основном для производственного персонала, именно потому, что для таких сотрудников возможно установить нулевую ставку B . В случае с вспомогательным или административным персоналом, наоборот, невозможно установить плату за единицу продукции a , так как результат их труда нельзя посчитать в количественном выражении.

Зная оптимум сотрудника и его план действий в зависимости от разных уровней a и B , мы можем подставить в целевую функцию предприятия (3) значение переменной e (6), при $B = 0$.

$$F_p = (p - a - R) \left(\frac{\beta G}{\tau(\tau + \beta)} + \frac{\tau s}{\tau + \beta} \right) - L \rightarrow \max_a. \quad (7)$$

С учетом ограничения $(ase + B) \geq G$ (если зарплата сотрудника будет ниже прожиточного минимума, то он не сможет работать вообще), оптимум работодателя достигается на границе области ограничений при

$$a^* = \frac{G}{s}. \quad (8)$$

Именно тогда сотрудник будет вынужден вкладывать все свои силы в производство продукции ($e=1$), а Q будет равен s .

Важно отметить, что подобная стратегия работодателя направлена не на уменьшение затрат на оплату труда, а на увеличение своей прибыли. Установка подобной ставки заставит сотрудника полностью отдаться работе, для того, чтобы выжить. Если же увеличение зарплаты сотруднику принесет работодателю прибыль, он так и сделает.

На заре становления капитализма, когда предложение труда значительно превышало спрос на него, в условиях диктата работодателей, ситуация была именно такой – рабочие работали за минимальную зарплату.

Сейчас ситуация изменилась. Есть множество факторов, которые не дают установить работодателю подобную ставку: от фиксированной государством минимальной ставки оплаты труда, до возможности потери квалифицированного сотрудника. Зависимость прибыли работодателя от ставки сотрудника проиллюстрирована на рисунке 1.

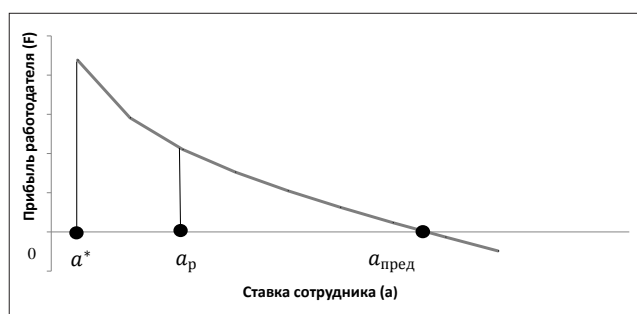


Рис. 1. Зависимость прибыли работодателя от ставки сотрудника

где a^* – оптимальная с точки зрения работодателя ставка сотрудника;

a_p – минимальная реальная ставка, которую может установить работодатель;

$a_{пред}$ – предельная ставка сотрудника, при которой прибыль работодателя становится равна нулю.

На отрезке $0 - a^*$ прибыль работодателя равна нулю (так как подобная ставка не позволит сотруднику существовать). При ставке a^* работодатель получает максимальную прибыль, а далее с увеличением ставки сотрудника, прибыль работодателя падает.

График наглядно показывает, что работодателю невыгодно увеличивать ставку сотруднику, так как это и уменьшит его доходы (сотрудник будет производить меньше продукции), и увеличит расходы на оплату труда.

Исходя из полученных результатов, мы можем сделать вывод о том, что при данной постановке задачи увеличение результата целевой функции работодателя ведет к уменьшению результата целевой функции сотрудника и наоборот.

Тем не менее работодатель может пойти на увеличение ставки, предложив сотруднику «вилку» оплаты труда, а именно ставку a_2 , ($a_2 > a_p$), если сотрудник произведет как минимум Q_2 ед. продукции ($Q_2 > Q(a_p)$), ставку a_3 , ($a_3 > a_2$), если сотрудник произведет как минимум Q_3 ед. продукции ($Q_3 > Q_2$) и т.д.

Таким образом, доходы работодателя возрастут на
$$p * (Q_2 - Q(a_p)),$$
 а расходы увеличатся на
$$(a_2 - a_p) * Q(a_p) + a_2 * (Q_2 - Q(a_p)).$$

Если увеличение доходов перекроет возросшие расходы (9), то для работодателя есть смысл повышать ставку на подоб-

ных условиях.

$$(p - a_2) * Q_2 > (p - a_p) * Q(a_p). \quad (9)$$

В свою очередь сотрудник выберет тот из предложенных работодателем вариантов, который максимизирует его функцию полезности.

$$F_c \rightarrow \max_e \begin{cases} F_{c_1} = (a_1 s e_1 - G)^\alpha (1 - e_1)^\beta \\ F_{c_2} = (a_2 s e_2 - G)^\alpha (1 - e_2)^\beta, e_2 \geq \frac{Q_2}{s} \\ \dots \\ F_{c_n} = (a_n s e_n - G)^\alpha (1 - e_n)^\beta, e_n \geq \frac{Q_n}{s} \end{cases}$$

Преимущество данной системы оплаты труда в том, что она выгодна как работодателю, так и сотруднику, создавая классическую игру с ненулевой суммой. Работодатель увеличит свою прибыль, в то самое время, как сотрудник получит прибавку к зарплате, которая компенсирует его дополнительную занятость. Наглядно это можно проиллюстрировать с помощью рисунка 2.

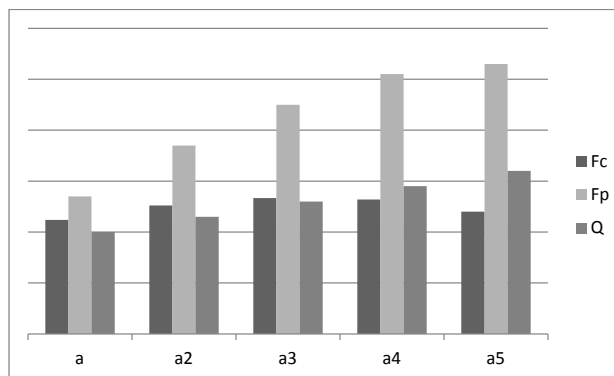


Рис. 2. Целевые функции сотрудника и работодателя при применении «вилки» оплаты труда

С ростом ставки и увеличением количества произведенной продукции целевая функция работодателя растет (но все медленнее, так как затраты на оплату труда увеличиваются). Целевая функция сотрудника сначала растет, а потом падает (так как для него все более и более ценным будет становиться его свободное время). Тем не менее любой из предложенных «вилкой» вариантов данного примера более выгоден и для работодателя, и для сотрудника, чем классическая схема оплаты труда.

Выводы и предложения. Была построена экономико-математическая модель взаимоотношений между предприятием и сотрудниками. В результате оптимизации функций полезности предприятия и сотрудников был найден оптимальный уровень усилий сотрудника e^* и уровень платы сотруднику за 1 единицу продукции a^* , который максимизирует прибыль предприятия.

Было доказано, что простое увеличение или уменьшение ставки оплаты труда приводило к выгоде одной из сторон модели и потерям другой стороны.

Была предложена «вилка» оплаты труда, использование которой увеличивает и результат целевой функции сотрудника, и прибыль работодателя, тем самым создавая обоюдную выгодную ситуацию. Результаты исследования доказывают целесообразность внедрения такой схемы оплаты труда для сотрудников производственного сектора.

В дальнейшем предполагается построить и оптимизировать функцию полезности сотрудника при нелинейной зависимости количества произведенной продукции от приложенных усилий,

рассмотреть возможность работодателя оплачивать обучение сотрудника, тем самым увеличивая его навык s , и рассмотреть возможность работодателя кредитовать сотрудника (увеличивая его траты G).

Литература:

1. Баркалов С.А. Индивидуальные стратегии предложения труда: Теория и практика / С.А. Баркалов, Д.А. Новиков, С.С. Попов. – М. : ИПУ РАН, 2002. – 110 с.
2. Brousseau Eric. The Economics of Contracts: Theories and Applications / Eric Brousseau, Jean-Michel Glachant. – USA : Cambridge University Press, 2002. – 604 p.
3. Рошин С.Ю. Экономика труда / С.Ю. Рошин, Т.О. Разумова. – М. : ИНФРА-М, 2001. – 400 с.
4. Гальперин В.М. Микроэкономика / В.М. Гальперин, С.М. Игнатъев, В.И. Моргунов. – Спб : Институт «Экономическая школа», 2004. – 426 с.

Пуме Р.О., Абгаш М.А. Максимізація прибутку підприємства шляхом зміни рівня заробітної плати працівників та системи оплати праці

Анотація. Знайдено рівень заробітної плати співробітника, що максимізує прибуток підприємства, та взаємовигідна для співробітника і підприємства система оплати праці.

Ключові слова: функція корисності співробітника, зусилля співробітника, максимізація прибутку, рівень заробітної плати, «вилка» заробітної плати.

Pume R.O., Abgash M.A. Maximization of enterprise profits by changing the level of employee salaries and payment system

Summary. Found a wage level for an employee which will maximize profit of enterprise and system of payment, mutually advantageous for both of them.

Keywords: utility function of the employee, efforts of the employee, profit maximization, wage level, motivation of employee.