

Норік Л.О.,*к.е.н., доцент кафедри вищої математики
та економіко-математичних методів,**Харківський національний економічний університет
імені Семена Кузнеця***Григоренко А.А.,***здобувач,**Харківський національний економічний університет
імені Семена Кузнеця*

МОДЕЛЮВАННЯ ЦІЛІСНОЇ СТРУКТУРИ ГОСПОДАРСЬКОГО КОМПЛЕКСУ НАЦІОНАЛЬНОЇ ЕКОНОМІКИ ЗА ПОКАЗНИКОМ ВВП НА ДУШУ НАСЕЛЕННЯ

Анотація. У статті побудована модель залежності показника ВВП на душу населення країни як багатofакторна лінійна регресія, значущість та якість якої оцінено за відповідними статистичними критеріями. За результатами розв'язання оптимізаційної задачі обґрунтовано найбільш доцільну структуру господарського комплексу країни, яка забезпечує цілісність національної економіки та високий рівень суспільної продуктивності праці.

Ключові слова: структура економіки, економетрична модель, оптимізація, ВВП на душу населення, цілісний господарський комплекс.

Постановка проблеми. Сучасна національна економіка являє собою надзвичайно складну соціально-економічну систему, що характеризується наявністю зв'язків і відносин між елементами, які її утворюють, та нерозривною єдністю із середовищем, у взаєминах з яким система проявляє свою цілісність.

Одним із суттєвих показників, що відображає цілісність та ефективності національної економіки, є розмір валового внутрішнього продукту (ВВП) на душу населення. Розмір показника суспільної продуктивності праці визначається рівнем оптимальності структури національної економіки та її господарського комплексу. Саме тому особливо актуальним постає питання розробки моделі оптимальної структури господарського комплексу національної економіки за показником ВВП на душу населення, що уможливило визначити вектори розвитку для бідних та середнього розвитку країн в напрямку цілісності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження динаміки ВВП країни та чинників впливу на даний показник вивчали А.А. Мазаракі, В.Д. Лагутін, Т.М. Мельник, В.В. Попова, К.О. Тертична. Проблеми структурних перетворень у національній економіці, вплив структурних чинників на якісні аспекти економічного розвитку національної економіки висвітлено у працях таких зарубіжних та українських науковців, як Д.П. Богині, В.Ф. Беседіна, А.С. Музиченко, О.М. Бойко, С.Ю. Глазьева, М.О. Кобзистого, О.В. Коломийцевої, О.Ю. Красильникова, В.І. Крючкової, І.П. Лукінова, Т.П. Шинкоренко та багато інших. Проте в множині публікацій недостатньо уваги приділяється моделюванню залежності величини ВВП на душу населення від зміни ключових факторів та визначенню оптимальної структури господарського комплексу національної економіки, яка забезпечить її цілісність.

Метою статті є побудова моделі оптимальної структури господарського комплексу національної економіки за показником ВВП на душу населення.

Виклад основного матеріалу. Для оцінки факторів впливу на зміну рівня суспільної продуктивності праці населення сьогодні використовується велика кількість показників. Динаміка кожного показника окремо висвічує лише одну сторону процесу формування ВВП, тому проблема побудови моделі ВВП на душу населення є досить багатовимірною. До дослідження рівня суспільної продуктивності праці, як економічного об'єкта, доцільно застосувати підхід математичного моделювання, як і для більшості економічних систем.

Математична модель кожного об'єкта містить у собі три групи елементів: характеристику об'єкта, яку потрібно визначити (невідомі величини), – вектор $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$; характеристику зовнішніх (щодо модельованого об'єкта) умов, які змінюються, матриця $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$; сукупність внутрішніх параметрів об'єкта – F . Множини умов та параметрів можуть розглядатись як екзогенні величини (тобто такі, які визначаються поза рамками моделі), а величини, що належать вектору Z , – як ендогенні (тобто такі, які визначаються за допомогою моделі). Математичну модель можна тлумачити як особливий перетворювач зовнішніх умов об'єкта на характеристики об'єкта, які мають бути знайдені [2].

Залежно від способу вираження співвідношень між зовнішніми умовами, внутрішніми параметрами та характеристиками, які мають бути знайдені, математичні моделі поділяються на дві групи: структурні та функціональні. Відмінності між структурними та функціональними моделями мають відносний характер. Вивчення структурних моделей дає одночасно цінну інформацію про поведінку об'єкта, при вивченні функціональних моделей виникають гіпотези про внутрішню структуру об'єкта [2]. Враховуючи цей факт та необхідність вивчення саме структури національної економіки пропонується побудувати економетричну модель ВВП, яка належить до функціональних моделей та дозволяє кількісно описати зв'язок між вхідними показниками та результативним показником.

Побудова і дослідження економетричної моделі мають ряд особливостей. Ці особливості пов'язані з тим, що економетричні моделі є стохастичними. Вони кількісно описують кореляційний зв'язок між економічними величинами. Щоб побудувати економетричну модель, необхідно: мати достатньо велику сукупність спостережень вихідних даних; забезпечити

однорідність сукупності спостережень; забезпечити точність вихідних даних. Досліджувані дані вихідної сукупності спостережень повинні мати: однаковий ступінь агрегування; однорідну структуру одиниць сукупності; одні й ті самі методи розрахунку показників у часі; однакову періодичність обліку окремих змінних; порівнянні ціни та однакові інші зовнішні економічні умови [2].

Модель структури господарського комплексу національної економіки за показником рівня суспільної продуктивності праці населення розглядається за даними 18-ти найбільш високорозвинених країни світу, які входять до одного кластера міжнародної економіки, а саме: Австрія, Бельгія, Данія, Великобританія, Ізраїль, Ірландія, Іспанія, Італія, Канада, Німеччина, Норвегія, Фінляндія, Франція, Швеція, Швейцарія, Японія, Нідерланди, Ісландія [1]. У межах виділеного кластера країн спостерігається кількісна однорідність показників за рівнем значень, яка дає можливість виділити найбільш суттєві для кластера чинники впливу на формування їх ВВП. Так, середнє значення ВВП на душу населення цих високорозвинених країн за досліджуваній період відзначається на рівні 43 235,07 дол. США на рік, у той час як для країн менш розвинутого кластеру, до якого входить Україна, це значення лише 12448,80 грн [1]. Крім того однорідність визначається і на якісному рівні, що визначає однотипність обраних економічних об'єктів, їх однакову якість.

У загальному вигляді економічна модель структури розвинених країн за показником рівня суспільної продуктивності праці запишеться рівнянням множинної регресії:

$$Z = f(u_1, u_2, \dots, u_m, e),$$

де Z – ендогенна залежна змінна (показник ВВП на душу населення, дол. США); $u_j, (j = 1, m)$ – екзогенні незалежні змінні (показники, що досліджуються як складові формування структури господарського комплексу національної економіки країни); e – випадкова змінна, стохастична складова.

В якості екзогенних змінних розглядаються такі показники: u_1 – експорт товарів та послуг (% від ВВП); u_2 – високотехнологічний експорт (% від експорту промислових товарів); u_3 – експорт товарів та послуг, річний темп росту (%); u_4 – імпорт товарів та послуг (% від ВВП); u_5 – імпорт товарів та послуг, річний темп росту (%); u_6 – прямі іноземні інвестиції, чисті надходження (% ВВП); u_7 – прямі іноземні інвестиції, чистий відтік (% від ВВП); u_8 – витрати на дослідження і розробки (% від ВВП); u_9 – додана вартість сільського господарства, мисливство, лісове господарство, рибальство (%); u_{10} – додана вартість добувної промисловості, комунальні послуги (%); u_{11} – додана вартість обробної промисловості (%); u_{12} – додана вартість будівництва (%); u_{13} – додана вартість оптової та роздрібною торгівлі, ресторанів і готелів (%); u_{14} – додана вартість транспорту, складського господарства і зв'язку (%); u_{15} – додана вартість інших видів діяльності (%); u_{16} – загальний індекс промислового виробництва (базовий рік: 2010 = 100%). Виділені показники впливу на формування ВВП країни відповідного кластера в достатній мірі відтворюють об'єкт дослідження.

Для побудови рівняння множинної регресії найбільш поширеною є лінійна функція $Z = b_0 + b_1u_1 + b_2u_2 + \dots + b_{15}u_{16} + e$. Обчислення параметрів лінійної регресії здійснюється за методом найменших квадратів (МНК), що дає змогу проаналізувати залишки моделі та визначити узгодженість специфікації моделі передумовам «класичної» моделі лінійної регресії.

Питання про вибір найкращої форми залежності має базуватися на перевірці ступеня узгодженості виду функції з вихідними даними спостережень. Адекватність побудованої моделі

можна встановити, аналізуючи залишки моделі. Вони обчислюються як різниці між фактичними значеннями залежної змінної і обчисленими за моделлю [2].

Основними передумовами застосування МНК є: рівність нулю математичного сподівання залишків; наявність сталої дисперсії залишків; незалежність між залишками і пояснювальними змінними; незалежність пояснювальних змінних моделі. Для обчислення параметрів лінійної регресії за методом найменших квадратів було використано функцію «ЛИНЕЙН», вбудовану в програмний пакет MS Excel.

Отримано таке рівняння моделі за показником ВВП на душу населення країни:

$$Z = 1197,5u_1 + 400,5u_2 - 303,8u_3 - 1092,1u_4 + 184,7u_5 - 529,5u_6 + 354,4u_7 + 670,8u_8 + 30,6u_9 + 768,0u_{10} + 574,8u_{11} + 4322,5u_{12} - 55,8u_{13} - 647,5u_{14} + 154,9u_{15} - 97,2u_{16}. \quad (1)$$

Для перевірки статистичної значущості оцінок параметрів моделі (1) знайдено стандартні помилки та величини оцінок t -статистики Стьюдента:

$$\begin{aligned} t(u_1) &= 7,28; t(u_2) = 4,99; t(u_3) = -1,81; t(u_4) = -6,11; t(u_5) = 1,39; \\ t(u_6) &= -4,29; t(u_7) = 3,08; t(u_8) = 1,05; t(u_9) = 1,17; t(u_{10}) = 6,01; \\ t(u_{11}) &= 3,74; t(u_{12}) = 6,80; t(u_{13}) = -3,73; t(u_{14}) = -2,49; t(u_{15}) = 1,58; \\ t(u_{16}) &= -1,24. \end{aligned}$$

Величини оцінок t -статистик Стьюдента свідчать про статистичну значущість коефіцієнтів регресії (за рівнем значущості не більшим, ніж 0,1), що підтверджує доцільність розгляду кожної з пояснюючих змінних у моделі.

Якість побудованої моделі (1) в цілому можна оцінити за допомогою коефіцієнта детермінації (R^2), значення якого розраховується в розділі статистики функції «ЛИНЕЙН». Отримано $R^2=0,998$, що свідчить про суттєву залежність показника ВВП на душу населення від досліджуваних пояснювальних змінних, отже 99,8% мінливості ВВП на душу населення пояснюється мінливістю величин екзогенних змінних, і лише 0,2% – вплив неврахованих факторів.

Значущість рівняння побудованої множинної регресії в цілому також оцінюється за допомогою F -критерію Фішера, розрахункове значення якого видається в розділі статистики функції «ЛИНЕЙН». Отримано, що $F = 1398,8$. Визначено табличні значення F -критерію Фішера з параметрами $k_1 = m = 16$ та $k_2 = n - m = 47$ за рівнем значимості $\alpha = 0,05$ й $\alpha = 0,01$: $F_{маб\alpha}(\alpha = 0,05) \approx 1,95$; $F_{маб\alpha}(\alpha = 0,01) \approx 2,2$. Оскільки розрахункове значення F -критерію Фішера значно перевищує табличні значення, можна із упевненістю 99% затверджувати, що побудоване рівняння множинної регресії значиме.

Отже, побудоване рівняння багатофакторної регресії (1) задовольняє критеріям якості. Тому його можна використовувати для дослідження впливу пояснювальних змінних і для короткострокового прогнозу.

Для визначення рейтингу впливу вибраних в моделі пояснювальних змінних формують лінійну регресійну модель в стандартизованих змінних:

$$\begin{aligned} t_z &= \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + \dots + \beta_m t_m + \varepsilon, \\ \text{де } t_z &= \frac{Z - \bar{Z}}{s_z}, \quad t_i = \frac{u_i - \bar{u}_i}{s_{u_i}} - \text{стандартизовані змінні,} \\ \varepsilon &= \frac{e}{s_z} - \text{залишки моделі в стандартизованих змінних,} \\ s_z, s_{u_i} &- \text{середні квадратичні відхилення змінних моделі,} \\ \beta_i &= b_i \frac{s_{u_i}}{s_z} - \text{коефіцієнти регресії в стандартизованих змінних [3].} \end{aligned}$$

Сформовано таке рівняння моделі в стандартизованих змінних:

$$t_z = 0,945t_1 + 0,153t_2 - 0,027t_3 - 0,988t_4 + 0,019t_5 - 0,115t_6 + 0,080t_7 + 0,039t_8 + 0,001t_9 + 0,130t_{10} + 0,198t_{11} + 0,534t_{12} - 0,018t_{13} - 0,138t_{14} + 0,172t_{15} - 0,220t_{16}. \quad (2)$$

За абсолютною величиною β -коефіцієнтів моделі (2) можна зробити висновок про силу впливу змінних моделі на результативну змінну (ВВП) та визначити рейтинг пояснювальних змінних.

Обчислені значення β -коефіцієнтів свідчать, що на формування показника ВВП на душу населення досліджуваних країн найбільш сильно впливають u_1 – експорт товарів та послуг, u_4 – імпорт товарів та послуг, u_{12} – додана вартість будівництва; u_{16} – загальний індекс промислового виробництва, u_{11} – додана вартість обробної промисловості та u_{15} – додана вартість інших видів діяльності. Слід також відзначити, що на величину показника ВВП на душу населення країн досліджуваного кластера має від’ємний вплив розмір чистих надходжень прямих іноземних інвестицій та позитивний вплив розмір чистого відтоку прямих іноземних інвестицій, що дозволяє стверджувати про незалежність економіки та суттєвий внутрішній економічний потенціал цих країн.

Незважаючи на суттєве випередження країн досліджуваного кластера за багатьма показниками соціально-економічного розвитку економіки, постає питання визначення найбільш доцільної структури господарського комплексу національної економіки, за якою ВВП на душу населення матиме найбільше значення в умовах розвитку цих країн. Така постановка обумовлює необхідність застосування основних положень теорії оптимізації.

В багатьох наукових працях, присвячених проблемам оптимізації, розв’язання задачі оптимізації складається з наступних етапів:

специфікація математичної моделі оптимізації, тобто вибір економічного змісту і функціональної форми таких складових задачі оптимізації, як: інструментальні змінні – математичні величини x_1, x_2, \dots, x_m , які піддаються безпосередньому впливу і можуть виступати як засоби досягнення критерію оптимуму; критерій оптимуму (цільова функція) – математичний запис мети задачі, поданий у вигляді безперервної диференційованої функції дійсного аргументу $F(x_1, x_2, \dots, x_m)$; допустима множина – множина x , яка формується системою обмежень на інструментальні змінні, виходячи з економічного змісту вирішуваної задачі;

ідентифікація математичної моделі, тобто статистичне або емпіричне визначення параметрів, які входять в модель (необхідною умовою виконання цього етапу є наявність інформації щодо основних інструментальних змінних і значеннях цільової функції);

верифікація математичної моделі, тобто статистична перевірка адекватності побудованої моделі (неадекватність моделі може виявлятися в недостатній точності апроксимації вихідних даних, невідповідності економічної теорії або математичної некоректності);

калібрування математичної моделі, тобто налаштування (корегування) моделі залежно від результатів попереднього етапу (зазвичай калібрування супроводжується ітераційною процедурою повторення кореляційного і регресійного аналізів, що дозволяє отримати адекватну модель на виході);

розв’язання задачі оптимізації на базі побудованої моделі (вибір методу розв’язання залежить від складності і виду цільової функції, системи обмежень на інструментальні змінні).

Задача оптимізації показника ВВП на душу населення досліджуваних країн є задачею статичної оптимізації, оскільки вона полягає у виборі такого набору інструментальних змінних (пояснювальних змінних моделі багатовимірної регресії) з допустимої множини, який максимізував би значення цільової функції (ВВП) в заданий момент часу. Такий економічний зміст моделі можна вважати специфікацією моделі оптимізації.

Цільовою функцією є показник ВВП на душу населення (Z), який, як доведено раніше, визначається формулою (1), що можна вважати верифікацією моделі. В якості інструментальних змінних оптимізаційної задачі розглядаються пояснювальні змінні u_1, u_2, \dots, u_{16} моделі (1).

Обмеженнями на інструментальні змінні має бути деякий коридор значень, які встановлюються за економічним змістом змінних та з урахуванням мети задачі.

Безумовно, що експорт товарів та послуг і його темп росту має перевищувати або бути на рівні імпорту товарів та послуг і його темп росту. Тому $u_1 \geq u_4$ і $u_3 \geq u_5$.

Через загрозу надмірної відкритості національної економіки доцільно встановити частку експорту та імпорту в структурі ВВП країни не більше ніж 50%. Тому, $u_1 \leq 50$, $u_4 \leq 50$.

Крім того, бажано, щоб прямі іноземні інвестиції, чисті надходження перевищували або були на рівні прямих іноземних інвестицій, чистий відтік. Тому $u_6 \geq u_7$.

Значне довготривале зростання промисловості може призвести до «перегріву» економіки. При цьому більшість промислових підприємств майже повністю вичерпують свої ресурси і працюють на межі своїх можливостей. Тому для загального індексу промислового виробництва встановлюємо граничне значення – 105. Тобто $u_{16} \leq 105$.

Також необхідно врахувати математичне співвідношення про рівність 100 % суми всіх показників доданої вартості, тобто

$$u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} = 100.$$

Інші обмеження задачі оптимізації ВВП на душу населення встановлено з урахуванням обчислених мінімальних, максимальних та середніх значень пояснювальних змінних.

Значення цільової функції пропонується встановити на рівні середнього значення в межах досліджуваного кластеру – 43 235,07 грн.

Таким чином, модель оптимізаційної задачі має вигляд $Z = 1197,5u_1 + 400,5u_2 - 303,8u_3 - 1092,1u_4 + 184,7u_5 - 529,5u_6 + 354,4u_7 + 670,8u_8 + 30,6u_9 + 768,0u_{10} + 574,8u_{11} + 4322,5u_{12} - 55,8u_{13} - 647,5u_{14} + 154,9u_{15} - 97,2u_{16} = 43025,07$

система обмежень:

$$\begin{cases} 14,72 \leq u_1 \leq 50, & 15,99 \leq u_2 \leq 26,51, & 3,09 \leq u_3 \leq 15,24, \\ 44,26 \leq u_4 \leq 50, & 2,94 \leq u_5 \leq 14,70, & 4,51 \leq u_6 \leq 42,09, \\ 4,94 \leq u_7 \leq 47,52, & 2,43 \leq u_8 \leq 4,13, & 1,83 \leq u_9 \leq 7,67, \\ 5,19 \leq u_{10} \leq 28,45, & 14,99 \leq u_{11} \leq 23,22, & 5,42 \leq u_{12} \leq 7,58, \\ 14,25 \leq u_{13} \leq 19,82, & 9,24 \leq u_{14} \leq 15,84, & 39,43 \leq u_{15} \leq 56,37, \\ 100,89 \leq u_{16} \leq 105, \\ u_1 \geq u_4, & u_3 \geq u_5, & u_6 \geq u_7, \\ u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} = 100. \end{cases}$$

Дана задача є лінійною однокритеріальною оптимізаційною задачею, розв’язання якої здійснено в середовищі програмного пакету MS Excel.

Отримано, що оптимальні значення показників інструментальних змінних майже на рівні середніх значень, а саме:

$u_1 = 44,26, u_2 = 15,99, u_3 = 3,09, u_4 = 44,26, u_5 = 2,94,$
 $u_6 = 4,94, u_7 = 4,94, u_8 = 2,43, u_9 = 1,83, u_{10} = 5,19,$
 $u_{11} = 14,99, u_{12} = 5,61, u_{13} = 17,11, u_{14} = 15,84, u_{15} = 39,43,$
 $u_{16} = 100,89,$

що забезпечить високий рівень показника ВВП на душу населення досліджуваних країн, який становитиме $Z=43235,07$ дол. США. Тобто при таких значеннях показників, в країні формується власний самодостатній цілісний господарський комплекс.

Отриманий розв'язок можна вважати цілісною характеристикою структури економіки країни та її господарського комплексу. Порівнюючи аналогічні показники розвитку економіки будь-якої країни можна виявити відхилення від оптимальних значень та визначити найбільш важливі аспекти управління економікою.

Висновки. Таким чином, розроблено методичний підхід до визначення цілісної структури господарського комплексу національної економіки за показником рівня ВВП на душу населення (рис. 1).

Запропонований підхід до визначення впливу структурних елементів економіки на рівень суспільної продуктивності праці заснований на використанні економетричних моделей для визначення невідомих параметрів та застосуванні основних положень теорії оптимізації для обґрунтування найбільш оптимального варіанту структури господарського комплексу країни, що забезпечує її цілісність та підвищення значення ВВП на душу населення.

Для апробації розробленого підходу були використані реальні статистичні дані, оскільки модель орієнтована на практичне використання. Крім того, модель дозволяє проводити оптимізацію як в базовому періоді ідентифікації, так і в прогнозованому, що дозволяє використовувати її в процесі планування заходів розвитку економіки.

Література:

1. Григоренко А. А. Визначення місця господарського комплексу країн в світовій економіці завдяки застосуванню кластерного аналізу // Науковий вісник Херсонського державного університету. Економічні науки. – 2015. – Частина 4. Випуск 15. – С. 34–40.



Рис. 1. Етапи процесу моделювання структури економіки

2. Наконечний С. І. Економетрія : підручник / С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко, Т. П. Романюк. – Вид. 3-є, доп. та перероб. – К. : КНЕУ, 2005. – 520 с.
3. Эконометрика в примерах и задачах для иностранных студентов: учебн. пособ. / Л. М. Малярец, Э. Ю. Железнякова, Л. А. Норик – Х. : Изд. ХНЭУ им. С. Кузнеца, 2014. – 266 с.

Норик Л.А., Григоренко А.А. Моделирование целостной структуры хозяйственного комплекса национальной экономики по показателю уровня общественной производительности труда населения

Аннотация. В статье построена модель зависимости показателя ВВП на душу населения страны как многофакторная линейная регрессия, значимость и качество которой оценено по соответствующим статистическим критериям. По результатам решения оптимизационной задачи обоснованно наиболее целесообразную структуру хозяйственного комплекса страны, которая обеспечивает целостность национальной экономики и высокий уровень общественной производительности труда.

Ключевые слова: структура экономики, эконометрическая модель, оптимизация, ВВП на душу населения, целостный хозяйственный комплекс.

Norik L.O., Hryhorenko A.A. Modelling of an integral structure of the national economic complex based on GDP per capita indicator

Summary. In the article, a model of dependence of the country's GDP per capita indicator is built as a multifactor linear regression, the significance and quality of which are evaluated on the basis of applicable statistical criteria; optimal values of instrumental variable indicators are obtained. By solving the optimization problem, the most viable structure of the national economic complex that ensures integrity of the national economy and high GDP per capita indicator is substantiated.

Keywords: economic structure, econometric models, optimization, GDP per capita, integral economic complex.