УДК 620.179

ВИЗНАЧЕННЯ ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ НА ОСНОВІ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПЛОСКОГО ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

В. Р. БОГДАНОВ [1], *Г. Т. СУЛИМ* [2]

[1] *Національний транспортний університет, Київ;*

[2] *Львівський національний університет ім. Івана Франка*

Розроблено метод неруйнівного визначення границі міцності і в'язкості руйнування K_{Ic} конструкційних сталей, що базується на високоточному обчисленні деформацій і напружень, які отримано з числового розв'язку задачі уточненого плоского деформованого стану в нестаціонарному пружно-пластичному формулюванні. Розроблена методика добре описує деградацію міцності матеріалів конструкцій, призначених для тривалої експлуатації за високих чи низьких температур, в агресивному середовищі або під впливом радіаційного опромінення, зокрема реакторних сталей 15Х2НМФА, 10ГН2МФА, 2Cr–Ni–Mo–V.

Ключові слова: *в'язкість руйнування, пластична деформація, тріщина, ресурс міцності, критичний коефіцієнт інтенсивності напружень.*

Розвинуто [1–4] імовірнісний підхід до визначення в'язкості руйнування K_{Ic} конструкційних сталей. Зокрема, використано моделі течіння і руйнування Бріджмена [2, 4]; квазістатичну пружно-пластичну модель [3]; розв'язано задачу плоского напруженого стану за пружно-пластичної динамічної моделі [1]. Нижче запропоновано пружно-деформований стан визначити на основі невеликої кількості дослідних даних [4] і розв'язку пружно-пластичної динамічної задачі плоского деформованого стану. З'ясовано, що емпірично визначений параметр $m_0 = 0{,}1$ зайвий, і розрахункові криві в'язкості руйнування точніше описують експериментальні результати для реакторних сталей типу 2Cr–Ni–Mo–V, 15Х2НМФА, 10ГН2МФА.

Формулювання задачі. Використовуючи дані одновісного розтягу і попереднього циклічного деформування з наступним розривом, експериментально визначали критичні напруження крихкого руйнування $S_C(\kappa)$ для реакторних сталей [2, 5]. На основі цих результатів запропоновано границю текучості $\sigma_{0,2}(T)$ та критичні напруження крихкого руйнування апроксимувати залежностями

$$\sigma_{02}(T) = a - c(T + 273) + b\exp(-h(T + 273)); \qquad (1)$$

$$S_C(\kappa) = \left[C_1 + C_2 \exp(-A_d \kappa)\right]^{-1/2},$$

де $\kappa = \int d\varepsilon_i^p$ – параметр Одквіста; $d\varepsilon_i^p$ – прирости інтенсивності пластичних деформацій; T – температура за Цельсієм; параметри a, c, b, h, C_1, C_2 і A_d цих залежностей характеризують властивості досліджуваного полікристалічного матеріалу.

Для опису процесу зрушення тріщин у маломасштабних зразках Шарпі з полікристалічного матеріалу з включеннями карбіду, зокрема K_{Ic}, використано числове моделювання напружено-деформованого стану відповідної плоскої пружно-пластичної динамічної моделі, яку доповнено локальним критерієм крихкого руйнування полікристалічного матеріалу і застосовано функцію розподілу Вейбула для врахування розподілу карбідів за міцністю. Усе тіло–зразок умовно поділено

Контактна особа: В. Р. БОГДАНОВ, e-mail: vladislav_bogdanov@hotmail.com

на малі елементи-комірки, для яких числовим методом визначають досягнуті пластичні деформації та напруження для того, щоби використати критерій локального руйнування у вигляді [2, 4]

$$\sigma_1 + m_{T\varepsilon}(T, \kappa)\sigma_{eff} \geq \sigma_d \,; \qquad (2)$$

$$\sigma_1 \geq S_C(\kappa);$$

$$\sigma_{eff} = \sigma_i - \sigma_{02}\,, \qquad (3)$$

де σ_1 – максимальне головне напруження; σ_i – інтенсивність напружень; σ_d – ефективна міцність карбідів або інших частинок, на яких зароджуються мікротріщини відколу; σ_{eff} – певне ефективне напруження. Оскільки основний внесок у явище виникнення пластичних деформацій роблять напруження зсуву, то доцільніше використовувати вираз $\sigma_{eff} = \sigma_i - \tau_{0,2}$, однак з огляду на експериментально з'ясовані дані [2, 4], застосовано вираз (3).

Залежний від температури T і рівня досягнутої пластичної деформації ε коефіцієнт зміцнення $m_{T\varepsilon}$ запишемо у вигляді добутку температурної $m_T(T)$ і деформаційної $m_\varepsilon(\kappa)$ складових так [4]:

$$m_{T\varepsilon}(T, \kappa) = m_T(T) m_\varepsilon(\kappa)\,.$$

Тут $m_T(T) = \sigma_{Ys}(T)$, $m_\varepsilon(\kappa) = S_0 / S_C(\kappa)$, $S_0 \equiv S_C(\kappa)\big|_{\kappa=0}$; σ_{Ys} – температурно-залежна складова границі текучості. Співвідношення $m_T(T) = m_0 \sigma_{Ys}(T)$ використовували [4] з експериментально визначеною на рівні 0,1 ваговою сталою m_0. Однак доцільніше не проводити додаткових експериментів і оцінити $m_T(T)$ безпосередньо величиною $\sigma_{Ys}(T)$, апріорі вважаючи $m_0 = 1$.

Для врахування спричиненого карбідами імовірнісного характеру руйнування у критерії (2) параметр σ_d вважаємо стохастичним з функцією розподілу Вейбула [6] з параметрами η, σ_{d0}, $\tilde{\sigma}_d$:

$$p(\sigma_d) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma_d - \sigma_{d0}}{\tilde{\sigma}_d} \right)^{\eta} \right).$$

На відміну від використаної суто експериментальної методики [4] деформації, їхні прирости, параметр Одквіста, ефективні і головні напруження отримано з числового розв'язку динамічної пружно-пластичної задачі згину нескінченного бруса $\{-L/2 \leq x \leq L/2;\ 0 \leq y \leq B;\ -\infty \leq z \leq \infty\}$ в площині його поперечного перерізу у формі зразків типу Шарпі. Вважатимемо, що напружено-деформований стан у кожному поперечному перерізі бруса однаковий, близький до плоскої деформації, отже достатньо розв'язувати задачу лише для одного перерізу у формі прямокутника $\sum = L \times B$ з пропилом-тріщиною завдовжки l $\{x = 0;\ 0 \leq y \leq l\}$, який контактує з двома нерухомими опорами на ділянці $\{L_* \leq |x| \leq L_* + a;\ y = 0\}$.

Зверху на тіло падає абсолютно жорсткий ударник. Його дію на відрізку $\{|x| \leq A;\ y = B\}$ замінимо рівномірно розподіленим в області контакту нормальним напруженням $-P$, що змінюється з часом як лінійна функція $P = p_{01} + p_{02}t$. З огляду на симетрію задачі відносно лінії $x = 0$ розглянемо лише праву частину поперечного перерізу (рис. 1*а*). У розрахунках використано відомі методики дослідження квазістатичної пружно-пластичної [3, 7] моделі, що враховують нестаціонарність навантаження і застосовують числове інтегрування, зреалізоване в розрахунку динамічної пружної моделі [8]. Крайові умови задачі запишемо так:

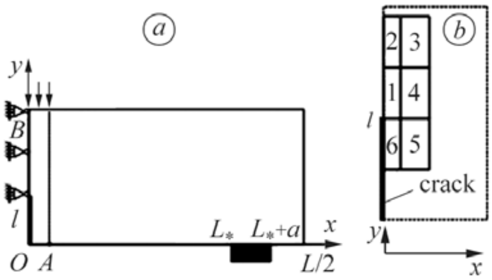


Рис. 1. Геометрична схема задачі (*a*) і сітка розбиття біля вістря тріщини (*b*).

Fig. 1. Geometric scheme of the problem (*a*) and a grid at the crack tip (*b*).

$$
\begin{array}{lll}
x=0, & 0<y<l: & \sigma_{xx}=0, \quad \sigma_{xy}=0;\\
x=0, & l<y<B: & u_x=0, \quad \sigma_{xy}=0;\\
x=L/2, & 0<y<B: & \sigma_{xx}=0, \quad \sigma_{xy}=0;\\
y=0, & 0<x<L_*: & \sigma_{yy}=0, \quad \sigma_{xy}=0;\\
y=0, & L_*<x<L_*+a: & u_y=0, \quad \sigma_{xy}=0;\\
y=0, & L_*+a<x<L/2: & \sigma_{yy}=0, \quad \sigma_{xy}=0;\\
y=B, & 0<x<A: & \sigma_{yy}=-P, \sigma_{xy}=0;\\
y=B, & A<x<L/2: & \sigma_{yy}=0, \quad \sigma_{xy}=0.
\end{array}
$$

Розглянемо рівняння плоскої динамічної теорії, для якої компоненти вектора зміщень $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$ пов'язані з компонентами тензора деформацій співвідношеннями Коші $\varepsilon_{xx} = \dfrac{\partial u_x}{\partial x}$, $\varepsilon_{yy} = \dfrac{\partial u_y}{\partial y}$, $\varepsilon_{xy} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial y} + \dfrac{\partial u_y}{\partial x}\right)$, а рівняння руху середовища мають вигляд $\dfrac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = \rho \dfrac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$, $\dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \rho \dfrac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}$.

В основу визначальних співвідношень механічної моделі покладено теорію неізотермічного пластичного течіння середовища зі зміцненням за умови текучості Губера–Мізеса. Ефектами повзучості і температурним розширенням нехтуємо. Тоді, вважаючи компоненти тензора деформацій сумою пружних і пластичних його складових, отримаємо для них

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \qquad \varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{2G} s_{ij} + K\sigma + \varphi, \;\; d\varepsilon_{ij}^p = s_{ij} d\lambda \,. \tag{4}$$

Тут $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$ – компоненти девіатора тензора напружень; δ_{ij} – символ Кронекера; G – модуль зсуву; $K_1 = (1-2\nu)/(3E)$, $K = 3K_1$ – модуль об'ємного стиску, що зв'язує у співвідношенні $\varepsilon = K\sigma + \varphi$ об'ємне розширення 3ε (температурне розширення $\varphi \equiv 0$); $\sigma = (\sigma_{xx}+\sigma_{yy}+\sigma_{zz})/3$ – середнє напруження; $d\lambda$ – деяка скалярна функція, що визначається формою поверхні навантаження і квадратично залежить від девіатора напружень s_{ij} [7]. Для матеріалу з коефіцієнтом зміцнення η_* [3]:

$$\sigma_S(T) = \sigma_{02}(T_0)\left(1 + \frac{\kappa(T)}{\varepsilon_0}\right)^{\eta_*}, \;\; \varepsilon_0 = \frac{\sigma_{02}(T_0)}{E}, \;\; T_0 = 20^\circ\mathrm{C}\,,$$

де E – модуль пружності; $\sigma_S(T)$ – границя текучості після зміцнення матеріалу.

Перепишемо (4) у розгорнутій формі:

$$d\varepsilon_{xx} = d\left(\frac{\sigma_{xx}-\sigma}{2G} + K\sigma\right) + (\sigma_{xx}-\sigma)d\lambda, \;\; d\varepsilon_{yy} = d\left(\frac{\sigma_{yy}-\sigma}{2G} + K\sigma\right) + (\sigma_{yy}-\sigma)d\lambda,$$

$$d\varepsilon_{zz} = d\left(\frac{\sigma_{zz}-\sigma}{2G} + K\sigma\right) + (\sigma_{zz}-\sigma)d\lambda, \;\; d\varepsilon_{xy} = d\left(\frac{\sigma_{xy}}{2G}\right) + \sigma_{xy}d\lambda,$$

причому

$$d\lambda = \left\{ 0 \;\; (f \equiv \sigma_i^2 - \sigma_S^2(T) < 0), \;\; \frac{3d\varepsilon_i^p}{2\sigma_i} \;\; (f = 0, \; df = 0) \right\} \;\; (f > 0 - \text{неприпустиме});$$

$$d\varepsilon_i^p = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(d\varepsilon_{xx}^p - d\varepsilon_{yy}^p)^2 + (d\varepsilon_{xx}^p - d\varepsilon_{zz}^p)^2 + (d\varepsilon_{yy}^p - d\varepsilon_{zz}^p)^2 + 6(d\varepsilon_{xy}^p)^2},$$
$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + 6\sigma_{xy}^2}. \qquad (5)$$

На відміну від рівнянь традиційної плоскої деформації, коли $\Delta\varepsilon_{zz}(x, y) = \mathrm{const}$, для уточненого опису деформування зразка з урахуванням можливого поздовжнього видовження, $\Delta\varepsilon_{zz}$ подамо у вигляді [7, 9]

$$\Delta\varepsilon_{zz}(x, y) = \Delta\varepsilon_{zz}^0 + \Delta\chi_x x + \Delta\chi_y y\,, \qquad (6)$$

де невідомі $\Delta\chi_x$ і $\Delta\chi_y$ характеризують згин призматичного тіла (моделює в механіці деформівного твердого тіла стан плоскої деформації) в площинах Ozx і Ozy відповідно, а $\Delta\varepsilon_{zz}^0$ – прирости за згаданого згину деформації вздовж волокон $x = y = 0$.

Схема розв'язування задачі. Нехай нестаціонарна взаємодія відбувається в інтервалі часу $t \in [0, t_*]$. Тоді для кожного моменту часу t:

$$\varepsilon_{xx}^e = \frac{\sigma_{xx} - \sigma}{2G} + K\sigma,\ \varepsilon_{yy}^e = \frac{\sigma_{yy} - \sigma}{2G} + K\sigma,\ \varepsilon_{zz}^e = \frac{\sigma_{zz} - \sigma}{2G} + K\sigma,\ \varepsilon_{xy}^e = \frac{\sigma_{xy}}{2G},$$
$$\frac{d\varepsilon_{xx}^p}{dt} = \left(\sigma_{xx} - \sigma\right)\frac{d\lambda}{dt},\ \frac{d\varepsilon_{yy}^p}{dt} = \left(\sigma_{yy} - \sigma\right)\frac{d\lambda}{dt},\ \frac{d\varepsilon_{zz}^p}{dt} = \left(\sigma_{zz} - \sigma\right)\frac{d\lambda}{dt},\ \frac{d\varepsilon_{xy}^p}{dt} = \sigma_{xy}\frac{d\lambda}{dt}.$$

Для числового інтегрування за часом використано квадратурну формулу Ґреґорі [10] порядку $m_1 = 3$ з коефіцієнтами D_n. Після дискретизації за часом з вузлами $t_k = k\Delta t \in [0, t_*]$ $(k = \overline{0, K})$ для кожного значення k запишемо відповідні вузлові значення приростів деформацій:

$$\Delta\varepsilon_{xx,k} = B_1\sigma_{xx,k} + B_2\sigma_{yy,k} - \beta_{xx},\ B_1 = \frac{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}{\alpha_1},\ \alpha_1 = \frac{1}{3}\left(K + \frac{1}{G} + 2D_0\Delta\lambda_k\right),$$
$$\Delta\varepsilon_{yy,k} = B_2\sigma_{xx,k} + B_1\sigma_{yy,k} - \beta_{yy},\ B_2 = \frac{\alpha_2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\alpha_1},\ \alpha_2 = \frac{1}{3}\left(K - \frac{1}{2G} - D_0\Delta\lambda_k\right),$$
$$\Delta\varepsilon_{zz,k} = \alpha_1\sigma_{zz,k} + \alpha_2(\sigma_{xx,k} - \sigma_{yy,k}) - b_{zz},\ \Delta\varepsilon_{xy,k} = B_3\sigma_{xy,k} - b_{xy}, \qquad (7)$$
$$B_3 = \frac{1}{2G} + D_0\Delta\lambda_k,\ \beta_{xx} = b_{xx} - \alpha_2(b_{zz} + \Delta\varepsilon_{zz})/\alpha_1,\ \beta_{yy} = b_{yy} - \alpha_2(b_{zz} + \Delta\varepsilon_{zz})/\alpha_1,$$
$$\beta_{zz} = -(b_{zz} + \Delta\varepsilon_{zz})/\alpha_1,\ b_{ij} = \frac{1}{2G}\sigma_{ij,k-1} + \delta_{ij}\left(K - \frac{1}{2G}\right)\sigma_{k-1} -$$
$$-\sum_{n=1}^{m_1} D_n(\sigma_{ij,k-n} - \delta_{ij}\sigma_{k-n})\Delta\lambda_{k-n} \qquad (i, j = x, y, z).$$

Функція $\psi = 1/(2G) + \Delta\lambda$, що характеризує умову текучості, з урахуванням (5), (6) дорівнює:

$$\psi = \left\{\frac{1}{2G}\ \ (f < 0),\ \ \frac{1}{2G} + \frac{3\Delta\varepsilon_i^p}{2\sigma_i}\ \ (f = 0, df = 0)\right\}\ \ (f > 0 - \text{неприпустиме}),$$
$$\Delta\varepsilon_i^p = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\Delta\varepsilon_{xx}^p - \Delta\varepsilon_{yy}^p)^2 + (\Delta\varepsilon_{xx}^p - \Delta\varepsilon_{zz}^p)^2 + (\Delta\varepsilon_{yy}^p - \Delta\varepsilon_{zz}^p)^2 + 6(\Delta\varepsilon_{xy}^p)^2},$$
$$\Delta\varepsilon_{xx}^p = \Delta\varepsilon_{xx} - \Delta\varepsilon_{xx}^e,\ \Delta\varepsilon_{yy}^p = \Delta\varepsilon_{yy} - \Delta\varepsilon_{yy}^e,\ \Delta\varepsilon_{xy}^p = \Delta\varepsilon_{xy} - \Delta\varepsilon_{xy}^e,\ \Delta\varepsilon_{zz}^p = \Delta\varepsilon_{zz} - \Delta\varepsilon_{zz}^e,$$
$$\Delta\varepsilon_{xx}^e = \frac{1}{2G}\sigma_{xx,k} + \left(K - \frac{1}{2G}\right)\sigma_k,\ \Delta\varepsilon_{yy}^e = \frac{1}{2G}\sigma_{yy,k} + \left(K - \frac{1}{2G}\right)\sigma_k,$$

$$\Delta\varepsilon_{xy}^{e} = \frac{1}{2G}\sigma_{xy,k}, \;\; \Delta\varepsilon_{zz}^{e} = \frac{1}{2G}\sigma_{zz,k} + \left(K - \frac{1}{2G}\right)\sigma_k, \;\; \sigma_k = \frac{\sigma_{xx,k} + \sigma_{yy,k} + \sigma_{zz,k}}{3}. \quad (8)$$

Враховуючи під час розрахунків величину $\Delta\varepsilon_{zz}^{p}$, виявили, що її вплив настільки малий, що без зменшення точності обчислень можна вважати $\Delta\varepsilon_{zz}^{p} = 0$.

Для врахування фізичної нелінійності, що міститься в умовах (8), застосовано метод послідовних наближень, який дає можливість нелінійну задачу звести до послідовності лінійних задач [7]

$$\psi^{(n+1)} = \left\{ \psi^{(n)} p + \frac{1-p}{2G} \;\; (\sigma_i^{(n)} - \sigma_S(T) < -Q); \;\; \psi^{(n)} \;\; (-Q < \sigma_i^{(n)} - \sigma_S(T) < Q); \right.$$

$$\left. \psi^{(n)} \frac{\sigma_i^{(n)}}{\sigma_S(T)} \;\; (\sigma_i^{(n)} - \sigma_S(T) > Q) \right\},$$

де Q – найбільше відхилення інтенсивності напружень від зміцненої границі текучості; емпіричну сталу $0 \le p \le 1$ визначають для різних типів матеріалів (для м'яких сталей вона дорівнює 0,25; для твердих 0,75; для дуже твердих інструментальних сталей 0,87...0,90).

Розв'язок системи (7) дає вирази для компонент тензора напружень на кожному кроці:

$$\sigma_{xx,k} = A_1\Delta\varepsilon_{xx,k} + A_2\Delta\varepsilon_{yy,k} + Y_{xx}, \; Y_{xx} = A_1\beta_{xx} + A_2\beta_{yy}, \; A_1 = B_1/(B_1^2 - B_2^2),$$

$$\sigma_{yy,k} = A_2\Delta\varepsilon_{xx,k} + A_1\Delta\varepsilon_{yy,k} + Y_{yy}, \; Y_{yy} = A_2\beta_{xx} + A_1\beta_{yy}, \; A_2 = -B_2/(B_1^2 - B_2^2), \quad (9)$$

$$\sigma_{xy,k} = A_3\Delta\varepsilon_{xy,k} + Y_{xy}, \sigma_{zz,k} = -\alpha_2(\sigma_{xx,k} + \sigma_{yy,k})/\alpha_1 - \beta_{zz}, Y_{xy} = A_3 b_{xy}, A_3 = 1/B_3.$$

Невідомі $\Delta\chi_x$, $\Delta\chi_y$ і $\Delta\varepsilon_{zz}^{0}$ в (6) визначають з умов врівноваженості парних щодо x нормальних напружень σ_{zz}

$$\iint\limits_{\Sigma} \sigma_{zz}(x,y)\rho\,dxdy = M_\rho \;\; (\rho = 1, x, y), \text{ коли } M_1 = M_x = M_y = 0, \quad (10)$$

де M_1 – проекція на вісь z головного вектора контактних напружень, а M_x, M_y – відповідні проекції головного моменту зусиль, що діють на опору (кручення відсутнє). З огляду на симетрію задачі та $\sigma_{zz}(x,y) = \sigma_{zz}(-x,y)$ це рівняння у разі $\rho = x$ задовольняється автоматично.

Якщо у (10) підставити (6) і (9), з урахуванням симетричності області інтегрування щодо x і парності функцій $\sigma_{xx,k}, \sigma_{yy,k}, b_{zz}$, матимемо $\Delta\chi_x = 0$. Для обчислення $\Delta\varepsilon_{zz}^{0}$, $\Delta\chi_y$ отримуємо систему лінійних алгебричних рівнянь

$$\Delta\varepsilon_{zz}^{0} L_{\rho 1} + \Delta\chi_y L_{\rho y} = \bar{M}_\rho \;\; (\rho = 1, y);$$

$$L_{\rho r} = \iint\limits_{\Sigma} \frac{\rho r\,dxdy}{\alpha_1}, \;\; \bar{M}_\rho = \iint\limits_{\Sigma} \frac{\alpha_2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - b_{zz}}{\alpha_1} \rho r\,dxdy \;\; (r, \rho = 1, x, y).$$

Прирости $\Delta\mathbf{u}$ вектора переміщень пов'язані з приростами деформацій такими співвідношеннями:

$$\Delta\varepsilon_{xx} = \frac{\partial\Delta u_x}{\partial x}, \;\; \Delta\varepsilon_{yy} = \frac{\partial\Delta u_y}{\partial y}, \;\; \Delta\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Delta u_x}{\partial y} + \frac{\partial\Delta u_y}{\partial x}\right).$$

Інтенсивність напружень і деформацій, які використані вище, визначали для кожної елементарної комірки з числового розв'язку. Коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) K_I в кожний момент часу $t_k = k\Delta t$ обчислювали зі співвідношення [11]

$$K_{\mathrm{I}} = 12F\frac{\sqrt{l}}{BH}\left(1{,}93 - 3{,}07\frac{l}{B} + 14{,}53\left(\frac{l}{B}\right)^2 - 25{,}11\left(\frac{l}{B}\right)^3 + 25{,}8\left(\frac{l}{B}\right)^4\right) \qquad (11)$$

для пружної задачі триточкового згину балки з тріщиною, де $F = 2AP$ – контактна сила.

Числова реалізація. Для розрахунків моделей зразків зі сталі 15Х2НМФА застосовано метод скінченних різниць зі змінюваним кроком розбиття вздовж осей *Ox* (*N* елементів) і *Oy* (*M* елементів). Крок між точками розбиття найменший в околі вершини тріщини і на межах зразка. Характерний розмір ρ_{uc} комірок у радіусі 1...2 mm від вершини тріщини дорівнює середньому розміру зерна випробуваного металу 0,05 mm. Розбиття за часом рівномірне.

Виходячи з того, що руйнування в кожній комірці незалежна подія, для даних T_0 і K_{I} імовірність $P_f(K_{\mathrm{I}})$ крихкого руйнування за заданого K_{I} обчислюємо за формулою [3]

$$P_f(K_{\mathrm{I}})\Big|_{T=T_0} = 1 - \exp\left[-\frac{\varpi}{(\tilde{\sigma}_d)^{\eta}}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}(\sigma_{nuc}^{n,m} - \sigma_{d0})^{\eta}\right], \qquad (12)$$

де $\sigma_{nuc}^{n,m} = \sigma_1^{n,m} + m_T^{n,m} m_\varepsilon^{n,m} \sigma_{eff}^{n,m}$, $\varpi = 2H/\rho_{uc}$; H – товщина маломасштабного зразка; *m*, *n* – індекси елементарних комірок, утворених сітками розбиття вздовж осей *Ox* і *Oy*. Причому в сумах залежності (12) враховують тільки ті комірки, які руйнуються за умовами

$$\sigma_{eff}^{n,m} \ge 0,\ \sigma_1^{n,m} \ge S_C^{n,m},\ \sigma_{nuc}^{n,m} \ge \sigma_{d0}^{n,m}.$$

Результати розрахунків середніх напружень у комірках поблизу вістря тріщини за відносно невеликих навантажень, коли у дискретизованій задачі пластичні деформації відсутні, зіставлялися з розрахованими для центра комірки на основі класичних одночленних асимптотичних залежностей п. 1.2 [11] з використанням КІН (11). Для комірок 1, 6 (див. рис. 1*b*), коли $x = 0{,}01$ mm, $y = 3 \pm 0{,}04$ mm різниця не перевищувала 0,3%.

На рис. 2–6 відображено результати розрахунків зразків Шарпі з коефіцієнтом зміцнення матеріалу $\eta_* = 0{,}05$. Обчислення здійснені за таких значень параметрів: $L = 60$ mm; $B = 10$ mm; $l = 3$ mm; $\Delta t = 5\cdot 10^{-4}$ s; $a = 5$ mm; $p_{01} = 8$ MPa; $p_{02} = 10$ MPa; $M = 60$; $N = 77$. Найменший крок розбиття 0,02 mm, а найбільший 2,6 mm ($\Delta x_{\min} = 0{,}02$ mm; $\Delta y_{\min} = 0{,}04$ mm (лише перший шар); $\Delta x_{\max} = 2{,}6$ mm; $\Delta y_{\max} = 0{,}6$ mm).

Графіки розрахованої залежності від КІН K_{I} напружень, які виникають у комірці продовження тріщини (комірка 1 на рис. 1*b*) двовимірної моделі зразка Шарпі (рис. 2) свідчать, що з розвитком навантаження за перевищення інтенсивністю напружень рівня $K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I}*} = 93{,}5\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}}$, напруження у цій точці монотонний характер збільшення змінюють на коливний.

Дослідження залежності від K_{I} максимальних за абсолютною величиною значень напружень, що виникають на продовженні $x = 0$, $y > l$ осі тріщини (рис. 3) дає можливість стверджувати, що коли інтенсивність напружень набуває значення $K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I}*}$, максимальні напруження виникають у другій від вістря комірці 2 (див. рис. 1*b*). У цей момент у першій комірці, що торкається вістря спостерігають коливання напружень. Скоріше за все ці осциляції свідчать про втрату стійкості деформування в області вістря тріщини (комірки 1, 4–6 на рис. 1*b*) і ймовірний початок його руху.

У використаній моделі припускаємо, що довжина тріщини не змінюється. Врахування такої зміни потребує окремих досліджень.

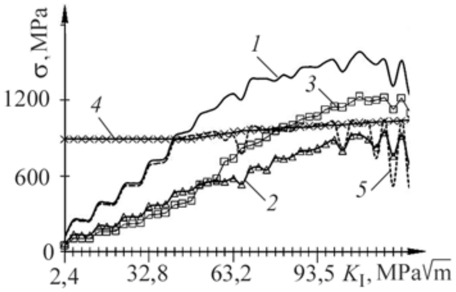


Рис. 2. Fig. 2.

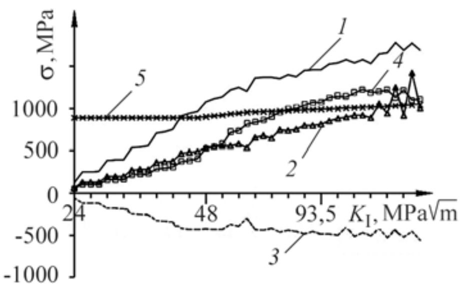


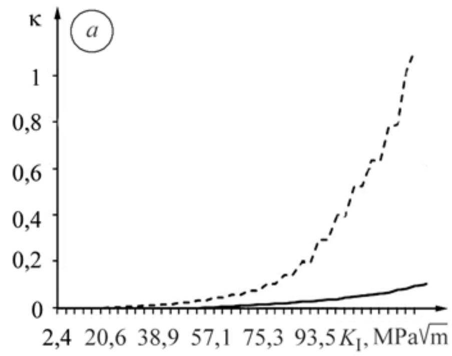
Рис. 3. Fig. 3.

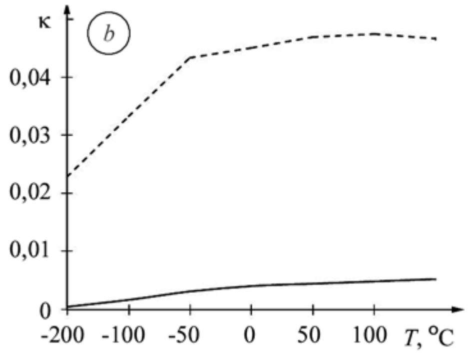
Рис. 2. Напруження у комірці 1 (див. рис. 1*b*) на продовженні осі тріщини:
1 – σ_{xx}; *2* – σ_{yy}; *3* – σ_{zz}; *4* – напруження текучості σ_S; *5* – еквівалентне напруження σ_{eq}.

Fig. 2. Stresses in a cell 1 (see Fig. 1*b*) at the extension of the crack axis:
1 – σ_{xx}; *2* – σ_{yy}; *3* – σ_{zz}; *4* – yield stresses, σ_S; *5* – equivalent stresses σ_{eq}.

Рис. 3. Максимальні напруження на осі продовження тріщини:
1 – σ_{xx}; *2* – σ_{yy}; *3* – σ_{xy}; *4* – σ_{zz}; *5* – напруження текучості σ_S.

Fig. 3. Maximal stresses at the crack extension: *1* – σ_{xx}; *2* – σ_{yy}; *3* – σ_{xy}; *4* – σ_{zz}; *5* – yield stresses, σ_S.





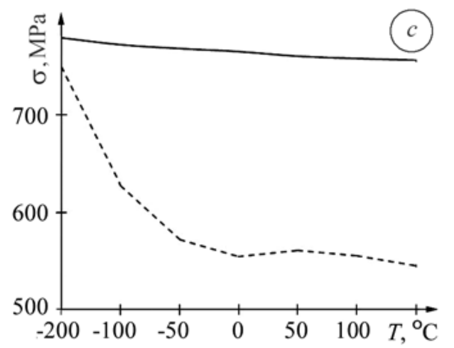


Рис. 4. Залежність параметра Одквіста κ від КІН K_I (*a*) і температури *T* (*b*) та середніх напружень σ від температури *T* (*c*) у комірці 1 (див. рис. 1*b*).
Суцільні лінії – плоска деформація; штрихові – плоский напружений стан.

Fig. 4. Dependence of Odqist parameter, κ, on SIF K_I (*a*), and temperature ,*T*, (*b*) and also average stresses on temperature,*T,* (*c*) in cell 1 (see Fig. 1*b*). Solid lines – plane strain; dashed – plane stress state.

Виявлені залежності у комірці 1 (див. рис. 1*b*) параметра Одквіста κ від КІН K_I (рис. 4*a*), середніх напружень σ (рис. 4*c*) та параметра Одквіста κ (рис. 4*b*) від температури *T*, коли $K_I = K_{I0} = 57{,}1\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}} < K_{I*}$, для плоскої деформації та плоского напруженого стану свідчать, що в усіх випадках плоскому напруженому стану властивий вищий рівень накопичених пластичних деформацій. Параметр κ і накопичені пластичні деформації з розвитком деформування (рис. 4*a*) зі збільшенням температури (рис. 4*b*) монотонно зростають. Під час плоскої деформації за більших середніх напружень накопичуються менші, ніж у випадку плоского напруженого стану, пластичні деформації, причому зі збільшенням температури за заданого докритичного рівня навантажень рівень середніх напружень у комірці 1 в цілому зменшується.

Вивчаючи розподіл головних нормальних σ_1 (рис. 5*a*) і дотичних напружень τ_1 (рис. 5*b*) в околі вістря тріщини завдовжки $l = 3$ mm, коли $K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I0}}$, виявили, що області найбільших нормальних і дотичних напружень зосереджені в зоні перед вістрям, причому місця екстремумів приблизно збігаються і лежать на продовженні осі тріщини на відстані 0,1 mm від її вістря.

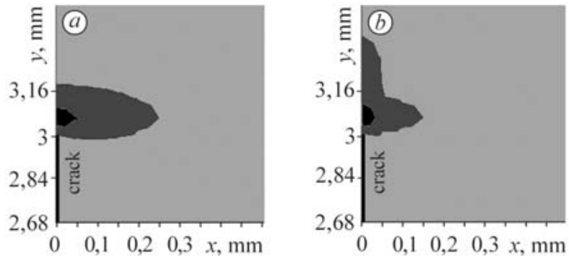


Рис. 5. Головні нормальні σ_1 (*a*) та дотичні τ_1 (*b*) напруження в околі вістря тріщини.

Fig. 5. Main normal σ_1 (*a*) and tangential τ_1 (*b*) stresses in the area of the crack tip.

Імовірнісні криві (суцільні лінії) $K_{\mathrm{I}c}(T)$ (рис. 6) побудовано для опромінених зразків завтовшки 0,05 m зі сталі 15Х2НМФА, що перебувають в окрихченому стані. Під час їх розрахунку параметр m_T взято у вигляді [4]

$$m_T = \sigma_{02}(T_0) - \sigma_{02}(350^\circ\mathrm{C}).$$

У температурній залежності границі текучості (1) для сталі в окрихченому стані вибирали такі значення параметрів [4]: $a = 867$ MPa, $b = 975$ MPa, $c = 0{,}0305$ MPa·K^{-1}, $h = 1{,}04 \cdot 10^{-2}$ K^{-1}. Для розрахунку параметрів розподілу Вейбула, використано три дослідні [4] значення в'язкості руйнування

$$K_{\mathrm{I}c}(50^\circ\mathrm{C})\Big|_{P_f=0{,}05} = 53;$$

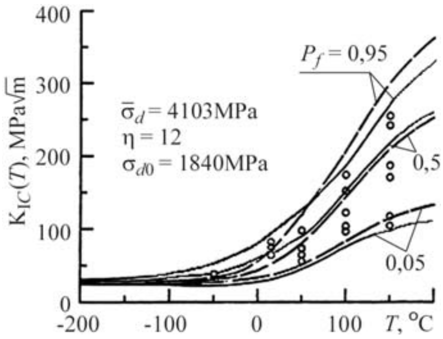


Рис. 6. Температурна залежність в'язкості руйнування $K_{\mathrm{I}c}(T)$ для різних рівнів імовірності руйнування.

Fig. 6. Fracture toughness, $K_{\mathrm{I}c}$, (T) dependence on temperature for different values of fracture probability.

$K_{\mathrm{I}c}(50^\circ\mathrm{C})\Big|_{P_f=0{,}5} = 88$ і $K_{\mathrm{I}c}(50^\circ\mathrm{C})\Big|_{P_f=0{,}95} = 123$, які є ординатами відповідних точок на штрихових лініях. Мінімізація функції середньоквадратичного відхилення

$$\left(\left(P_f(K_{\mathrm{I}})\Big|_{K_{\mathrm{I}}=53,\,T=50^\circ\mathrm{C}} - 0{,}05\right)^2 + \left(P_f(K_{\mathrm{I}})\Big|_{K_{\mathrm{I}}=88,\,T=50^\circ\mathrm{C}} - 0{,}5\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(P_f(K_{\mathrm{I}})\Big|_{K_{\mathrm{I}}=123,\,T=50^\circ\mathrm{C}} - 0{,}95\right)^2\right)^{1/2}$$

дала такі значення параметрів розподілу: $\tilde{\sigma}_d = 17960$ MPa, $\sigma_{d0} = 1590$ MPa, $\eta = 6$. Для порівняння на рис. 6 зазначено використані [4] значення параметрів Вейбула, а круглими маркерами позначено експериментальні дані визначення $K_{\mathrm{I}c}$ триточковим згином маломасштабних зразків Шарпі.

Для розрахунку значень функцій $P_f(K_{\mathrm{I}})$ спочатку методом скінченних різниць розв'язували динамічні пружно-пластичні задачі для різних значень температур T_0 у діапазоні від –200°C до 200°C з кроком 50°C (ефективні напруження обчислювали за виразом (3)), а потім, згідно з (12), розраховували коефіцієнт інтенсивності напружень K_I за значень ймовірності крихкого руйнування 0,05; 0,5; 0,95 і за отриманими точками на площині TOK_I будували остаточні залежності критичного коефіцієнта інтенсивності напружень $K_{Ic}(T)$.

Для порівняння штриховою лінією на рис. 6 зображено результати праці [9]. Отримані суцільні криві в цілому краще відповідають експериментальним даним.

ВИСНОВКИ

Розв'язування уточненої задачі плоскої деформації у динамічному пружно-пластичному формулюванні дає можливість набагато точніше визначити поля пластичних деформацій і напружень, аніж за розв'язку квазістатичної пружно-пластичної задачі плоскої деформації. Запропонована методика неруйнівного визначення границі міцності і в'язкості руйнування покращує запропоновані [1–4] розрахункові методики.

РЕЗЮМЕ. Разработан метод неразрушающего определения предела прочности и вязкости разрушения K_{Ic} конструкционных сталей, основанный на высокоточном вычислении деформаций и напряжений, полученных из численного решения задачи уточненного плоского деформированного состояния в нестационарной упруго-пластической постановке. Разработанная методика хорошо описывает деградацию прочности материалов конструкций, предназначенных для длительной эксплуатации при высоких либо низких температурах, в агрессивной среде или под радиационным облучением, например реакторных сталей 15Х2НМФА, 10ГН2МФА, 2Cr–Ni–Mo–V.

SUMMARY. The method of non-destructive evaluation of ultimate strength and fracture toughness K_{Ic} of structural steels, based on high-precision calculations of strains and stresses, obtained from numerical solution of the problem of the plane strain state in non-stationary elasto-plastic formulation was developed. The method describes well the degradation of the strength of structural materials used for long-term operation at high or low temperatures in aggressive environments or under radioactive irradiation, e.g. reactor steels 15Х2НМФА, 10ГН2МФА, 2Cr–Ni–Mo–V.

1. *Богданов В. Р.* Визначення в'язкості руйнування матеріалу на основі чисельного моделювання плоского напруженого стану // Вісник Київського національного ун-ту. Серія фіз.-мат. науки. – 2008. – № 3. – С. 51–56.
2. *Марголин Б. З., Швецова В. А.* Критерий хрупкого разрушения: структурно-механический подход // Пробл. прочности. – 1992. – № 2. – С. 3–16.
3. *Махненко В. И.* Совершенствование методов оценки остаточного ресурса сварных соединений конструкций длительного срока эксплуатации // Автоматическая сварка. 2003. – № 10–11. – С. 112–121.
4. *Fracture* toughness predictions for a reactor pressure vessel steel in the initial and highly embrittled states with the Master Curve approach and a probabilistic model / B. Z. Margolin, V. A. Shvetsova, A. G. Gulenko, et al. // Pressure Vessels and Piping. – 2002. – Jan. – P. 219–231.
5. *Margolin B. Z., Shvetsova V. A., and Karzov G. P.* Brittle fracture of nuclear pressure vessel steels. Part 1. Local criterion for cleavage fracture // Int. J. Pressure Vessels Piping. – 1997. – **72**. – P. 73–87.
6. *Weibull W. A.* A statistical theory of the strength of materials // Roy Swed Inst. Eng. Res. – 1939. – **151**. – P. 5–45.
7. *Махненко В. И.* Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций. – К.: Наук. думка, 1976. – 320 с.
8. *Kubenko V. D. and Bogdanov V. R.* Planar problem of the impact of a shell on an elastic half-space // Int. Applied Mechanics. – 1995. – **31**, № 6. – P. 483–490.
9. *Боли Б., Уэйнер Дж.* Теория температурных напряжений. – М.: Мир, 1964. – 360 с.
10. *Хемминг Р. В.* Численные методы. – М.: Наука, 1972. – 399 с.
11. *Саврук М. П.* Механика разрушения и прочность материалов. Т. 2. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.

Одержано 19.01.2010